

Dr. Zibolen Endre\* - Zibolen Erzsébet\*\*

## AZ EXCEL TÁBLÁZATKEZELŐ PROGRAM ÉS A MAPLE MATEMATIKAI PROGRAMCSOMAG ALKALMAZÁSI LEHETŐSÉGEI A MATEMATIKA ÉS STATISZTIKA OKTATÁSÁBAN

Az Excel táblázatkezelő program a matematika és statisztika oktatásában igen sok területen felhasználható. Az alkalmazási lehetőségekre az EXCEL súgójából kimásolt statisztikai és matematikai függvények (tulajdonképpen eljárások) alábbiakban közölt rövid leírása utal.

### STATISZTIKAI FÜGGVÉNYEK

<b>ÁTL.ELTÉRÉS</b>	Az adatpontoknak átlaguktól való átlagos abszolút eltérését számítja ki
<b>ÁTLAG</b>	Az argumentumokban megadott számok átlagát számítja ki
<b>BÉTA.ELOSZLÁS</b>	A béta-eloszlás sűrűségfüggvényének értékét számítja ki
<b>BINOM.ELOSZLÁS</b>	A diszkrét binomiális eloszlás valószínűségértékét számítja ki
<b>CSÚCSOSSÁG</b>	Egy adathalmaz csúcosságát számítja ki
<b>DARAB2</b>	Megszámolja, hogy argumentumlistájában hány érték található
<b>DARAB</b>	Megszámolja, hogy argumentumlistájában hány szám található
<b>ELŐREJELZÉS</b>	Az ismert értékek alapján lineáris regresszióval becsült értéket ad eredményül
<b>EXP.ELOSZLÁS</b>	Az exponenciális eloszlás értékét számítja ki
<b>F.ELOSZLÁS</b>	Az F-eloszlás értékét számítja ki
<b>F.PRÓBA</b>	Az F-próba értékét adja eredményül
<b>FERDESÉG</b>	Egy eloszlás ferdeségét határozza meg
<b>FISHER</b>	Fisher-transzformációt hajt végre
<b>GAMMA.ELOSZLÁS</b>	A gamma-eloszlás értékét számítja ki
<b>GAMMALN</b>	A gamma-függvény természetes logaritmusát számítja ki, $G(x)$
<b>GYAKORISÁG</b>	A gyakorisági vagy empirikus eloszlás értékét függőleges tömbként adja eredményül
<b>HARM.KÖZÉP</b>	Az argumentumokban megadott számok harmonikus átlagát számítja ki
<b>HIPERGEOM.ELOSZLÁS</b>	A hipergeometriai eloszlás értékét számítja ki

---

\* főiskolai docens

\*\* főiskolai adjunktus

## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.

---

<b>INVERZ.BÉTA</b>	A béta-eloszlás sűrűségfüggvényének inverzét számítja ki
<b>INVERZ.FISHER</b>	A Fisher-transzformáció inverzét hajtja végre
<b>INVERZ.F</b>	Az F-eloszlás inverzének értékét számítja ki
<b>INVERZ.GAMMA</b>	A gamma-eloszlás eloszlásfüggvénye inverzének értékét számítja ki
<b>INVERZ.KHI</b>	A khi-négyzet-eloszlás inverzét számítja ki
<b>INVERZ.LOG.ELOSZLÁS</b>	A lognormális eloszlás inverzét számítja ki
<b>INVERZ.NORM</b>	A normális eloszlás eloszlásfüggvénye inverzének értékét számítja ki
<b>INVERZ.STNORM</b>	A standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye inverzének értékét számítja ki
<b>INVERZ.T</b>	A Student-féle t-eloszlás inverzét számítja ki
<b>KHI.ELOSZLÁS</b>	A khi-négyzet-eloszlás egyszélű valószínűségértékét számítja ki
<b>KHI.PRÓBA</b>	Függetlenségvizsgálatot hajt végre
<b>KICSI</b>	Egy adathalmaz k-adik legkisebb elemét adja meg
<b>KORREL</b>	Két adathalmaz korrelációs együtthatóját számítja ki
<b>KOVAR</b>	A kovarianciát, azaz a páronkénti eltérések szorzatának átlagát számítja ki
<b>KRITBINOM</b>	Azt a legkisebb számot adja eredményül, amelyre a binomiális eloszlásfüggvény értéke nem kisebb egy adott határértéknél
<b>KVARTILIS</b>	Egy adathalmaz kvartilisé (negyedszintjét) számítja ki.
<b>LIN.ILL</b>	A legkisebb négyzetek módszerével az adatokra illesztett egyenes paramétereit határozza meg
<b>LOG.ELOSZLÁS</b>	A lognormális eloszlásfüggvény értékét számítja ki
<b>LOG.ILL</b>	Az adatokra illesztett exponenciális görbe paramétereit határozza meg
<b>MAX</b>	Az argumentumai között szereplő legnagyobb számot adja meg
<b>MEDIÁN</b>	Adott számhalmaz mediánját számítja ki
<b>MEGBÍZHATÓSÁG</b>	Egy statisztikai sokaság várható értékének megbízhatósági intervallumát adja eredményül
<b>MEREDEKSÉG</b>	Egy lineáris regressziós egyenes meredekségét számítja ki
<b>MÉRTANI.KÖZÉP</b>	Az argumentumokban megadott számok mértani középértékét számítja ki
<b>METSZ</b>	A regressziós egyenes y tengellyel való metszéspontját határozza meg
<b>MIN</b>	Az argumentumai között szereplő legkisebb számot adja meg
<b>MÓDUSZ</b>	Egy adathalmazból kiválasztja a leggyakrabban előforduló számot
<b>NAGY</b>	Egy adathalmaz k-adik legnagyobb elemét adja eredményül
<b>NEGBINOM.ELOSZL</b>	A negatív binomiális eloszlás értékét számítja ki
<b>NORM.ELOSZL</b>	A normális eloszlás értékét számítja ki
<b>NORMALIZÁLÁS</b>	Normalizált értéket ad eredményül
<b>NÖV</b>	Exponenciális regresszió alapján ad becslést
<b>PEARSON</b>	A Pearson-féle korrelációs együtthatót számítja ki (két adatsóport közötti lineáris kapcsolat szorosságának megítélésére)
<b>PERCENTILIS</b>	Egy tartományban található értékek k-adik percentilisé, azaz százalékosztályát adja eredményül
<b>POISSON</b>	A Poisson-eloszlás értékét számítja ki
<b>RÉSZÁTLAG</b>	Egy adathalmaz középső részének átlagát számítja ki

## DR. ZIBOLEN E., ZIBOLEN E.: AZ EXCEL TÁBLÁZATKEZELŐ...

---

<b>RNÉGYZET</b>	Kiszámítja a Pearson-féle szorzatmomentum korrelációs együtthatójának négyzetét
<b>SORSZÁM</b>	Kiszámítja, hogy egy szám hányadik egy számsorozatban
<b>SQ</b>	Az átlagtól való eltérések négyzetének összegét számítja ki
<b>STHIBAYX</b>	Egy regresszió esetén az egyes $x$ -értékek alapján meghatározott $y$ -értékek standard hibáját számítja ki
<b>STNORMELOSZL</b>	A standard normális eloszlás eloszlásfüggvényének értékét számítja ki
<b>SZÁZALÉKRANG</b>	Egy értéknek egy adathalmazon belül vett százalékos rangját (elhelyezkedését) számítja ki
<b>SZÓRÁSP</b>	Egy statisztikai sokaság egészéből kiszámítja annak szórását
<b>SZÓRÁS</b>	Minta alapján becslést ad a szórásra
<b>T.ELOSZLÁS</b>	A Student-féle $t$ -eloszlás értékét számítja ki
<b>T.PRÓBA</b>	A Student-féle $t$ -próbához tartozó valószínűséget számítja ki
<b>TREND</b>	Lineáris trend értékeit számítja ki
<b>VALÓSZÍNŰSÉG</b>	Annak valószínűségét számítja ki, hogy adott értékek két határérték közé esnek
<b>VARIÁCIÓK</b>	Adott számú objektum $k$ -ad osztályú ismétlés nélküli variációinak számát számítja ki
<b>VARP</b>	Egy statisztikai sokaság varianciáját számítja ki
<b>VAR</b>	Minta alapján becslést ad a varianciára
<b>WEIBULL</b>	A Weibull-féle eloszlás értékét számítja ki
<b>Z.PRÓBA</b>	A kétszélű $z$ -próbával kapott $P$ -értéket (az aggregált elsőfajú hiba nagyságát) számítja ki.

## MATEMATIKAI ÉS TRIGONOMETRIKUS FÜGGVÉNYEK

<b>ABS</b>	Egy szám abszolút értékét adja eredményül
<b>ACOSH</b>	Egy szám area koszinusz hiperbolikusát számítja ki
<b>ARCCOS</b>	Egy szám arkusz koszinuszát számítja ki
<b>ARCSIN</b>	Egy szám arkusz szinuszt számítja ki
<b>ARCTAN2</b>	$X$ és $y$ koordináták alapján számítja ki az arkusz tangens értéket
<b>ARCTAN</b>	Egy szám arkusz tangensét számítja ki
<b>ASINH</b>	Egy szám area szinuszt hiperbolikusát számítja ki
<b>ATANH</b>	A szám tangens hiperbolikusát számítja ki
<b>COSH</b>	Egy szám koszinusz hiperbolikusát számítja ki
<b>COS</b>	Egy szám koszinuszát számítja ki
<b>CSONK</b>	Egy számot egészszé csonkít
<b>DARABTELI</b>	Egy tartományban összeszámolja azokat a nem üres cellákat, amelyek eleget tesznek a megadott feltételeknek
<b>ELŐJEL</b>	Egy szám előjelét határozza meg
<b>FACTDOUBLE</b>	Egy szám dupla faktoriálisát adja eredményül
<b>FAKT</b>	Egy szám faktoriálisát számítja ki
<b>FOK</b>	Radiánt fokká alakít át
<b>GCD</b>	A legnagyobb közös osztót adja eredményül
<b>GYÖK</b>	Egy szám pozitív négyzetgyökét számítja ki
<b>HATVÁNY</b>	Egy szám adott kitevőjű hatványát számítja ki

## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.

---

<b>INT</b>	Egy számot lefelé kerekít a legközelebbi egészre
<b>INVERZ.MÁTRIX</b>	Egy tömb mint mátrix inverzét adja eredményül
<b>KEREK.FEL</b>	Egy számot felfelé, a nullától távolabbra kerekít
<b>KEREK.LE</b>	Egy számot lefelé, a nulla felé kerekít
<b>KEREK</b>	Egy számot adott számú számjegyre kerekít
<b>KITEVŐ</b>	$e$ -nek adott kitevőjű hatványát számítja ki
<b>KOMBINÁCIÓK</b>	Adott számú objektum összes lehetséges kombinációinak számát számítja ki
<b>LCM</b>	A legkisebb közös többszöröst adja eredményül
<b>LN</b>	Egy szám természetes logaritmusát számítja ki
<b>LOG10</b>	Egy szám 10-es alapú logaritmusát számítja ki
<b>LOG</b>	Egy szám adott alapú logaritmusát számítja ki
<b>MARADÉK</b>	Egy szám osztási maradékát adja eredményül
<b>MDETERM</b>	Egy tömb mátrix-determinánsát számítja ki
<b>MROUND</b>	A pontosság legközelebbi többszörösére kerekített értéket ad eredményül
<b>MSZORZAT</b>	Két tömb mátrix-szorzatát adja meg
<b>MULTINOMIAL</b>	Egy számhalmaz multinomiálisát adja eredményül
<b>NÉGYZETÖSSZEG</b>	Argumentumai négyzetének összegét számítja ki
<b>PADLÓ</b>	Egy számot lefelé, a nulla felé kerekít
<b>PÁRATLAN</b>	Egy számot a legközelebbi páratlan számra kerekít
<b>PÁROS</b>	Egy számot a legközelebbi páros számra kerekít
<b>PI</b>	A $\pi$ értékét adja vissza
<b>PLAFON</b>	Egy számot a legközelebbi egészre vagy a pontosságként megadott érték legközelebbi eső többszörösére kerekít
<b>QUOTIENT</b>	Egy hányados egész részét adja eredményül
<b>RADIÁN</b>	Fokot radiánná alakít át
<b>RANDBETWEEN</b>	Két adott szám közé eső véletlen számot állít elő
<b>RÓMAI</b>	Egy számot római számokkal kifejezve szöveggként ad eredményül
<b>SERIESSUM</b>	Hatványsor összegét adja eredményül
<b>SINH</b>	Egy szám szinusz hiperbolikusát számítja ki
<b>SIN</b>	Egy szög szinuszát számítja ki
<b>SQRTPI</b>	A $(\text{szám} \times \pi)$ négyzetgyökét adja eredményül
<b>SZORZATÖSSZEG</b>	A megfelelő tömbelemek szorzatának összegét számítja ki
<b>SZORZAT</b>	Az argumentumokban megadott számok szorzatát számítja ki
<b>SZUMHA</b>	A megadott feltételeknek eleget tevő cellákban található értékeket adja össze
<b>SZUMX2BŐLY2</b>	Két tömb megfelelő elemei négyzetének különbségét összegzi
<b>SZUMX2MEGY2</b>	Két tömb megfelelő elemei négyzetének összegét összegzi (azaz a két tömb skaláris szorzatát számítja ki).
<b>SZUMXBŐLY2</b>	Két tömb megfelelő elemei különbségének négyzetösszegét számítja ki
<b>SZUM</b>	Összeadja az argumentumlistájában található számokat
<b>TANH</b>	Egy szám tangens hiperbolikusát számítja ki
<b>TAN</b>	Egy szög tangensét számítja ki
<b>VÉL</b>	Egy 0 és 1 közötti véletlen számot ad eredményül

További lehetőségeket nyújt az **ESZKÖZÖK** menüponton belül a **SOLVER** és az **ADATELEMZÉS** almenü. A **STATISZTIKAI ELEMZÉS (ESZKÖZÖK/ADATELEMZÉS)** menü) az alábbi elemeket tartalmazza:

Adatelemzés	
Elemző módszerek	
<b>Egytényezős varianciaanalízis</b>	
Kéttényezős varianciaanalízis ismétlésekkel	
Kéttényezős varianciaanalízis ismétlések nélkül	
Korrelációanalízis	
Kovarianciaanalízis	
Leíró statisztika	
Exponenciális simítás	
Kétmintás F-próba a szórásnégyzetre	
Fourier-analízis	
Hisztogram	
Mozgóátlag	
Véletlenszám-generálás	
Rangsor és százalékos rangsor	
Regresszió	
Mintavétel	
Kétmintás párosított t-próba a várható értékre	
Kétmintás t-próba egyenlő szórásnégyzeteknél	
Kétmintás t-próba nem-egyenlő szórásnégyzeteknél	
Kétmintás z-próba a várható értékre	

## MEGOLDÁS EXCEL SEGÍTSÉGÉVEL

Nézzünk meg egy mintapéldát a SOLVER optimalizáló programrész használatára:

$$\begin{aligned}
 & \underline{x} \geq \underline{0} \\
 & -2x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 \geq 2 \\
 & 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 2 \\
 & \underline{x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 4} \\
 & -x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = \max
 \end{aligned}$$

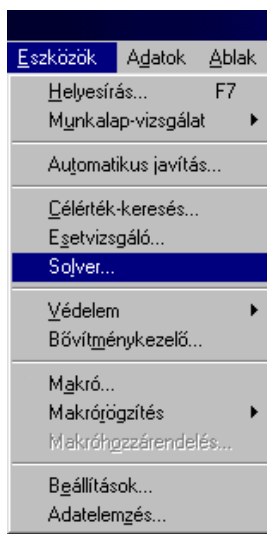
## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.

A feladat beírása az EXCEL táblába az alábbi módon történhet:

	A	B	C	D	E	F	G
1		x1	x2	x3	x4	rel	b
2							
3	u1	=-2*B2-2*C2+2*D2-E2				>=	2
4	u2	=2*B2-2*C2+2*D2+E2				<=	2
5	u3	=1*B2+2*C2+2*D2-E2				=	4
6	-z	=-1*B2+C2+D2-2*E2				=	max
7							

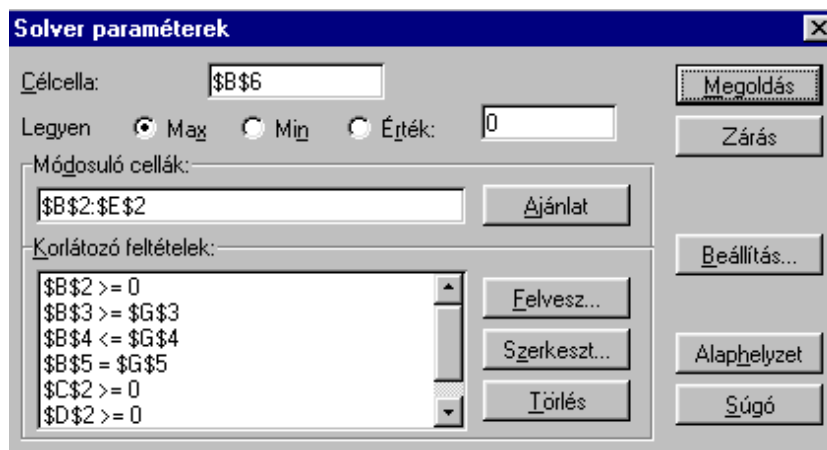
Kötelezően kitöltendő a **B3, B4, B5, B6, G3, G4** és **G5** cella, továbbá meg kell jelölni az  $x$  változók helyét. Erre mi a **B2, C2, D2** és az **E2** cellát jelöltük ki. További beírásaink csak változók és feltételek azonosítása céljából készültek.

Ekkor következik az **ESZKÖZÖK** menüponton belül a **SOLVER** kiválasztása az alábbi módon:

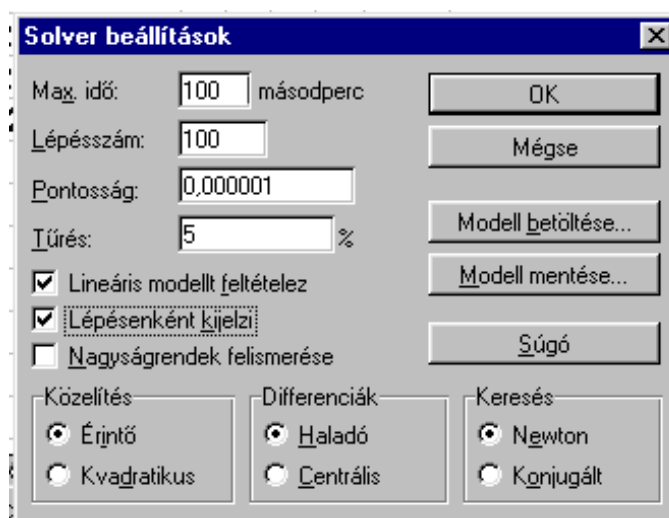


A célcellát beállítjuk a **B6** cellára rámutatással vagy begépeléssel (ekkor **\$B\$6**-ként kell hivatkozni rá), kiválasztjuk a feladat típusát (**Max**), kijelöljük a módosuló cellákat (az  $x$ -eknek fenntartott **B2, C2, D2** és **E2** cellák kijelölése) és valamennyi feltételt megfogalmazzuk (beleértve a változók nem negatív voltát is).

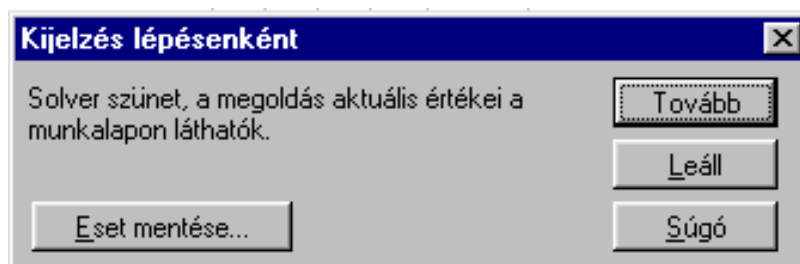
## DR. ZIBOLEN E., ZIBOLEN E.: AZ EXCEL TÁBLÁZATKEZELŐ...



A **MEGOLDÁS** választása előtt válasszuk a **BEÁLLÍTÁS**-t. Ekkor az alábbi lehetőségeink lesznek:

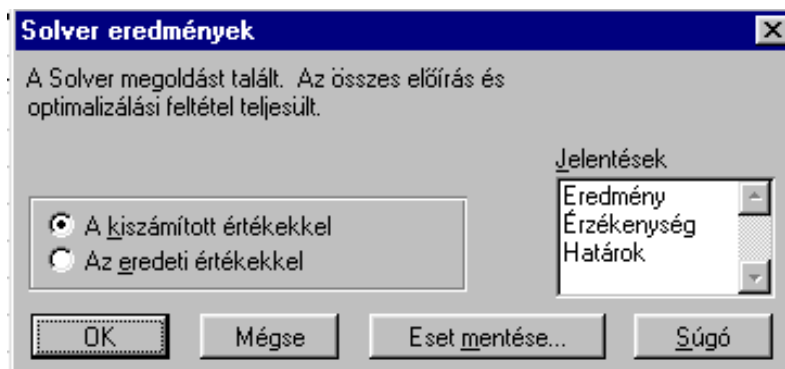


Az **OK**, majd a **MEGOLDÁS** választása után az alábbi képernyőkhöz juthatunk:



Itt a **TOVÁBB** kapcsolót választva az optimális megoldáshoz érünk.

## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.



Ekkor választhatunk a fenti feladat megoldását közlő munkalapok közül (eredmény, érzékenység és határok megadása). Az eredményt közlő tábla az alábbi formájú:

Microsoft Excel 7.0 Eredmény jelentés			
Munkalap: [solver1.xls]Munka1			
Készült: 97.5.5 17:11			
Célcella (Max)			
Cella	Név	Eredeti érték	Végérték
\$B\$13	-z x1	0	2
Módosuló cellák			
Cella	Név	Eredeti érték	Végérték
\$B\$9	x1	0	0
\$C\$9	x2	0	0,5
\$D\$9	x3	0	1,5
\$E\$9	x4	0	0

Az érzékenységvizsgálat táblája az alábbi formában jelenik meg:

Microsoft Excel 7.0 Érzékenység jelentés						
Munkalap: [solver1.xls]Munka1						
Készült: 97.5.5 17:12						
Módosuló cellák						
Cella	Név	Végérték	Csökkentett költség	Objective Célegyűthető	Megengedhető növekedés	Megengedhető csökkenés
\$B\$9	x1	0	-1,5	-1	1,5	1E+30
\$C\$9	x2	0,5	0	1	1E+30	0
\$D\$9	x3	1,5	0	1	0	1E+30
\$E\$9	x4	0	-1,5	-2	1,5	1E+30
Korlátozó feltételek						
Cella	Név	Végérték	Shadow Árnyékár	Feltétel jobb oldala	Megengedhető növekedés	Megengedhető csökkenés
\$B\$10	u1 x1	2	0	2	0	6



## DR. ZIBOLEN E., ZIBOLEN E.: AZ EXCEL TÁBLÁZATKEZELŐ...

A határokról az alábbi információt kaphatjuk:

Microsoft Excel 7.0 Határok jelentés						
Munkalap: [solver1.xls]Munka1						
Készült: 97.5.5 17:12						
<b>Cél</b>						
Cella	Név	Érték				
\$B\$13	-z x1	2				
<b>Módosuló</b>						
Cella	Név	Érték	Alsó határ	Cél-eredmény	Felső határ	Cél-eredmény
\$B\$9	x1	0	0	2	0	2
\$C\$9	x2	0,5	0,5	2	0,5	2
\$D\$9	x3	1,5	1,5	2	1,5	2
\$E\$9	x4	0	0	2	0	2

### MEGOLDÁS MAPLE V RELEASE 2 PROGRAMMAL

Most oldjuk meg az előző példát a Maple V Release 2 program segítségével is. Ismételjük meg a feladatot:

$$\begin{aligned}
 & x \geq 0 \\
 & -2x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 \geq 2 \\
 & 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 2 \\
 & x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 4 \\
 & -x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = \max x
 \end{aligned}$$

Ennek legrövidebb megoldása a Maple-ben:

**Példa:**

```

> with(simplex): # A szimplex módszer programjának beolvasása
> maximize(-x + y + z-2*w,
> {-2*x-2*y+2*z-w>= 2, 2*x-2*y+2*z+w<=2, x+2*y+2*z-w=4} union
  {x>=0, y>=0, z>=0, w>=0});

```

**Eredmény:** {w = 0, x = 0, y = 1/2, z = 3/2}

Láthatóan ugyanarra az eredményre jutottunk.

A Maple a lineáris programozási feladatok megoldását egyéb módokon is támogatja az alábbiak szerint.

A simplex Maple függvényeljárását a **simplex[függvény](argumentumok)** paranccsal hívhatjuk meg. Leírása:

## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.

---

A szimplex Maple program a szimplex algoritmust használó lineáris optimalizálási rutinok gyűjteménye. A szimplex algoritmus itteni megvalósítása Chaval „Linear Programming” című könyvének első fejezetein alapszik (A könyvet W.H. Freeman kiadója adta ki 1983-ban New-Yorkban.)

A *feasible* (a megengedett megoldások létezésének eldöntése) és a *maximize* (maximalizálás) és *minimize* (minimalizálás) funkciókon kívül a *simplex* Maple függvényeljárás támogatja a felhasználót abban, hogy az algoritmus következő lépéseit egyesével is elvégezhesse: a feladat felállítása, generáló elem kiválasztása, és egyszeres táblatranszformáció elvégzése. Rendelkezésünkre a következő „függvények” állnak:

<i>NONNEGATIVE</i>	<i>basis</i>	<i>convexhull</i>	<i>cterm</i>	<i>define_zero</i>
<i>display</i>	<i>dual</i>	<i>equality</i>	<i>feasible</i>	<i>maximize</i>
<i>minimize</i>	<i>pivot</i>	<i>pivoteqn</i>	<i>pivotvar</i>	<i>ratio</i>
<i>setup</i>	<i>standardize</i>			

### A kulcsszavak rövid jelentése:

*NONNEGATIVE* - azt teszteli, hogy a korlátozás a  $\geq 0$  alakú-e?

Meghívási módja: `type(kif, NONNEGATIVE)`, ahol `kif` - tetszőleges kifejezés.

Egy  $f$  lineáris függvény  $c$ -vel jelölt lineáris korlátozó feltételek melletti maximalizálására a `with(simplex)`-et követő `maximize(f,c)` parancsot adjuk ki.

*basis* - a bázisnak megfelelő változók listáját állítja elő.

Meghívási módja: `basis(C)`. Paramétere  $C$  - lineáris egyenletek egy serege.

*convexhull* - a megadott pontok konvex burkát állítja elő.

Meghívási módja: `convexhull(ph)`, ahol  $ph$  - pontok egy halmaza.

*cterm* - a rendszerhez meghatározza a korlátokat.

Meghívási módja: `cterm(C)`, ahol;  $C$  egyenletek és egyenlőtlenségek egy rendszere.

#### Példa:

```
> with(simplex): cterm( [ 3*x + y <= 5 , 4*y - z - 3 = 3 ] );
```

**Eredmény:** [5, 6]

*define\_zero* - lebegőpontos számokra a nulla hibahatárát határozza meg.

Meghívási módja: `define_zero(err)`, ahol `err` - a legkisebb nemnulla számot előíró pozitív szám.

*display* - egy lineáris programozási feladatot mátrix alakban jelenít meg.

Meghívási módja: `display(C)`, vagy `display(C,[x, y, z])`, ahol  $C$  - lineáris kapcsolatok egy serege.

*dual* - egy lineáris programozási feladat duálisát állítja elő.

Meghívási módja: `dual(f, C, y)`. Itt  $f$  - egy lineáris kifejezés,  $C$  - lineáris egyenlőtlenségek egy rendszere,  $y$  - egy név, amelyet a duális változók neveinek  $y_1, y_2, \dots$  előírására használnak.

*equality* - az egyenlőtlenségeket egyenletekké alakítja át.

Meghívási módja: `convert(s, equality)`, ahol  $s$  egyenletek (és/vagy) egyenlőtlenségek egy serege.

## DR. ZIBOLEN E., ZIBOLEN E.: AZ EXCEL TÁBLÁZATKEZELŐ...

---

*feasible* - eldönti, hogy a rendszer megvalósítható-e vagy sem.

Meghívási módjai: `feasible(C)`, vagy `feasible(C, változótípus)`, vagy `feasible(C, változótípus, 'NewC', 'Transform')`.

A paraméterek:

C - lineáris korlátozó feltételek egy serege, `vartype` - (használatuk opcionális) `NONNEGATIVE` (NEMNEGATÍV) vagy `UNRESTRICTED` (KORLÁTOZÁS NÉLKÜLI).

*maximize* - maximalizálja a lineáris programozási feladat célfüggvényét.

Meghívási módja: `maximize(f, C)`, `maximize(f, C, változótípus)`, `maximize(f, C, változótípus, 'NewC', 'transform')`

Paraméterek:

f - egy lineáris kifejezés, változótípus - használata feltételes (`NONNEGATIVE` vagy `UNRESTRICTED`), `NewC` illetve `transform` (feltételesen) egy név.

Leírása: Az f az a lineáris célfüggvény, amely a C lineáris korlátozó feltételek mellett maximalizálandó. A `maximize` függvényeljárás vagy a lineáris programozási feladat optimális megoldásával tér vissza, vagy az üres halmaz jelével `{ }`, amikor is nincs C-hez tartozó megvalósítható megoldás, vagy pedig a `NUL`-lal mely esetben a megoldás nemkorlátos.

A visszaadott eredményeket behelyettesíthetjük az f célfüggvénybe, hogy megkapjuk az optimális megoldáshoz tartozó célfüggvényértéket.

Egy harmadik paramétert - `NONNEGATIVE` - használhatunk az összes változó jellemzésére.

Hasonlóan, az `UNRESTRICTED` arra utal, hogy a változók előjelére nincsen korlátozás.

Egy negyedik és egy ötödik paramétert is beilleszthetünk, hogy nevet adjunk az adódó optimális megoldás leírására és a feladat felállításához használt változótranszformációkra.

**Példa:**

```
> with(simplex):  
Warning, new definition for maximize  
Warning, new definition for minimize  
> maximize( x+y, {4*x+3*y <= 5, 3*x+4*y <= 4 } );
```

**Eredmény:** {x = 8/7, y = 1/7}

**Példa:**

```
> maximize( x-y, {3*x+4*y <= 4, 4*x+3*y <= -3} );  
> maximize( x-y, {3*x+4*y <= 4, 4*x+3*y <= -3}, NONNEGATIVE );
```

**Eredmény:** { }

*minimize* - minimalizálja a lineáris programozási feladat célfüggvényét.

Kezelése hasonló a `maximize` függvényeljáráshoz.

**Példa:**

```
> with(simplex):  
Warning, new definition for maximize  
Warning, new definition for minimize  
> minimize( x+y, {4*x+3*y <= 5, 3*x+4*y <= 4}, NONNEGATIVE );
```

**Eredmény:** {x = 0, y = 0}

## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.

---

*pivot* - egy előírt generáló elemhez egyenletek egy új csoportját határozza meg.

Meghívási módja: `pivot(C, x, egy)`, ahol a paraméterek: *C* - egyenletek egy listája, *x* - egy változó név, *egy* - egyenletek egy csoportja.

Leírása: `pivot(C, x, egy)` megoldja az egy-ben előírt egyenleteket *x*-re, majd behelyettesíti az eredményt *C*-be. Ez ekvivalens a megfelelő generáló elemhez tartozó szokásos transzformációval.

**Példa:**

```
> with(simplex):  
Warning, new definition for maximize  
Warning, new definition for minimize  
> pivot( {_SL1 = 5-4*x-3*y, _SL2 = 4-3*x-4*y}, x, [_SL1 = 5-4*x-3*y] );
```

**Eredmény:**  $\{x = -\frac{1}{4} \frac{\_SL1 + 5/4 - 3/4 y}{\_SL2 = 1/4 + 3/4 \_SL1 - 7/4 y}\}$

Megjegyzés: SL az eltérésváltozókat jelöli.

*pivoteqn* - egy generáló elemhez tartozó egyenletek egy részcsoportját adja vissza.

Meghívási módja: `pivoteqn(C, vált)`, ahol *C* - egyenletek egy serege, *vált* - egy a táblagenerálási transzformációhoz kiválasztott változó.

Leírása: A `pivoteqn(C, vált)` függvényeljárás *C* egyenleteinek egy részcsoportjával tér vissza.

Minden utóbbi egyenlet megvalósítja az alábbi kifejezés minimumát:

$(- \text{cterm}(\{\text{var eq}\}) ) / \text{coeff}(\{\text{var eq}\}, \{\text{var var}\}, 1)$

Abban a speciális esetben, ha az összes hányados negatív, a függvényeljárás a FAIL (HAMIS) kulcsszót adja vissza. *C* lineáris egyenletei a `simplex[setup]` által előírt alakúak lesznek.

**Példa:**

```
> with(simplex):  
Warning, new definition for maximize  
Warning, new definition for minimize  
> pivoteqn( {_SL1 = 5-4*x-3*y, _SL2 = 4-3*x-4*y}, x );
```

**Eredmény:**  $[_SL1 = 5 - 4 x - 3 y]$

*pivotvar* - egy pozitív együtthatójú változóval tér vissza

Meghívási módja: `pivotvar(f,Lista)`, vagy `pivotvar(f)`, ahol *f* - valamely leíráshoz képest nem bázisváltozókkal kifejezett célfüggvény és *Lista* - a feladat változóinak listája.

Leírás: A `pivotvar(f,Lista)` vagy olyan változóval tér vissza, amely pozitív együtthatójú, vagy a FAIL kulcsszóval (HAMIS) kulcsszóval. A *Lista* (változónevek feltételes listája) a változók vizsgálatba bevonásának sorrendjét írja elő. Ha nincsen *Lista*, akkor a `pivotvar` dönti el a sorrendet.

**Példa:**

```
> with(simplex):  
Warning, new definition for maximize  
Warning, new definition for minimize  
> pivotvar( x1 + 3*x3 - x4 );
```

**Eredmény:**  $x^3$

**Példa:**

```
> pivotvar( x1 + 3*x3 - x4 , [x4,x3,x1] );
```

**Eredmény:**  $x^3$

*ratio* - hányadosok egy listáját adja vissza.

Meghívási módja: *ratio*(C, x), ahol C - egyenletek egy serege, illetve x - hányadosok számítására használt változó.

Leírás: A *ratio*(C,x) hányadosok egy listáját szolgáltatja, amit annak eldöntésére lehet felhasználni, hogy melyik egyenlet nyújtja a legszűkebb keresztmetszetet a következő szimplex transzformációhoz. Mindegyik egyenletre, amelyre van értelme, az alábbi hányadost kapjuk:

$$- \text{cterm}(\text{eq}) / \text{coeff}(\text{eq}, x, 1)$$

**Példa:**

```
> with(simplex):
Warning, new definition for maximize
Warning, new definition for minimize
> ratio( [_SL1 = 5-4*x-3*y, _SL2 = 4-3*x-4*y], x );
```

**Eredmény:** [5/4, 4/3]

*setup* - egyenletek egy csoportját állítja elő, változókkal a baloldalon.

Meghívási módja: *setup*(C), vagy *setup*(C, NONNEGATIVE), illetve *setup*(C, NONNEGATIVE, 't'), ahol C - lineáris egyenletek egy serege, 't' - egy név.

Leírás: A *setup*(C) függvényeljárás egyenletek egy seregét állítja elő, elkülönített változókkal a baloldalon. Ezek a változók a megfelelő lineáris rendszer egy bázisát alkotják és nem fordulnak elő egyik egyenlet jobboldalán sem. Az \_SL alakú eltérésváltozókat az egyenlőtlenségek kezelésére vezették be. Korlátozás nélküli változókat két változó különbségére alakítottak ki.

Az eredményül adódó rendszer ekvivalens az eredeti C rendszerrel, annyiban, amennyiben az új rendszer megoldásai átranszformálhatóak az eredeti rendszer megoldásaiba. A kapott rendszer nem kell, hogy egy megvalósítható bázismegoldásnak feleljen meg.

Ha a feltételes második paraméter 'NONNEGATIVE' elő van írva, akkor az összes változó nemnegatívnak van feltételezve. Ha egy harmadik paraméter is fellép, akkor az a korlátozás nélküli változókra használt transzformációkat írja elő.

**Példa:**

```
> with(simplex):
Warning, new definition for maximize
Warning, new definition for minimize
> setup( {3*x+4*y <= 4, 4*x+3*y = 5} );
```

**Eredmény:** {y = - 4/3 x + 5/3, \_SL1 = - 8/3 + 7/3 x}

*standardize* - egyenleteket <= alakúra alakít.

Meghívási módja: *standardize*(C), ahol C - lineáris korlátozó feltételek egy listája.

**Példa:**

```
> with(simplex):
Warning, new definition for maximize
Warning, new definition for minimize
> standardize( {3*x+4*y <= 4, 4*x+3*y = 5} );
```

**Eredmény:** {3 x + 4 y <= 4, 4 x + 3 y = 5, -4 x - 3 y <= -5}

A simplex Maple programot az úgynevezett hosszú formájú simplex[függvény]-nyel is meghívhatjuk. Ez akkor szükséges, ha ütközés lép fel az adott futtatáskor használt valamely függvény és a simplex Maple függvényeljárás valamely függvény-neve között.

## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.

---

### FELADAT

A továbbiakban nézzünk meg egy lineáris regressziós illesztést, ahol a következő adatokat ismerjük:

1. tábla  
Néhány ország egy főre jutó GDP-je és a születéskor várható élettartam

Ország	Egy főre jutó GDP (USD) $x$	Születéskor várható élettartam (év) $y$
Bangladesh	210	52
Uganda	220	47
Haiti	370	54
Bolivia	630	60
Peru	1 160	63
Chile	1 940	72
Brazília	2 680	66
Magyarország	2 780	71
Portugália	4 900	75
Olaszország	16 830	77
Ausztria	19 060	76
Svédország	23 660	78

Határozzuk meg az

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$$

regressziós egyenes egyenletét és a lineáris korrelációs együtthatót!

Ehhez írjuk be adatainkat az alábbi módon az EXCEL táblánkba és jelöljük ki egy 5 soros 2 oszlopos területet, pl. a **D3:E7** blokkot az eredmény helyének:

## DR. ZIBOLEN E., ZIBOLEN E.: AZ EXCEL TÁBLÁZATKEZELŐ...

	A	B	C	D	E	F
	Ország	Egy főre jutó GDP (USA \$) X	Születéskor várható élettartam (év) y			
3	Bangladesh	210	52			
4	Uganda	220	47			
5	Haiti	370	54			
6	Bolivia	630	60			
7	Peru	1 160	63			
8	Chile	1 940	72			
9	Brazília	2 680	66			
10	Magyarország	2 780	71			
11	Portugália	4 900	75			
12	Olaszország	16 830	77			
13	Ausztria	19 060	76			
14	Svédország	23 660	78			

Majd a **BESZÚRÁS/FÜGGVÉNY** menüpontokon keresztül az alábbi képernyő segítségével válasszuk a **STATISZTIKAI FÜGGVÉNYEK** közül a **LIN.ILL** a lineáris regressziós illesztés függvényt!

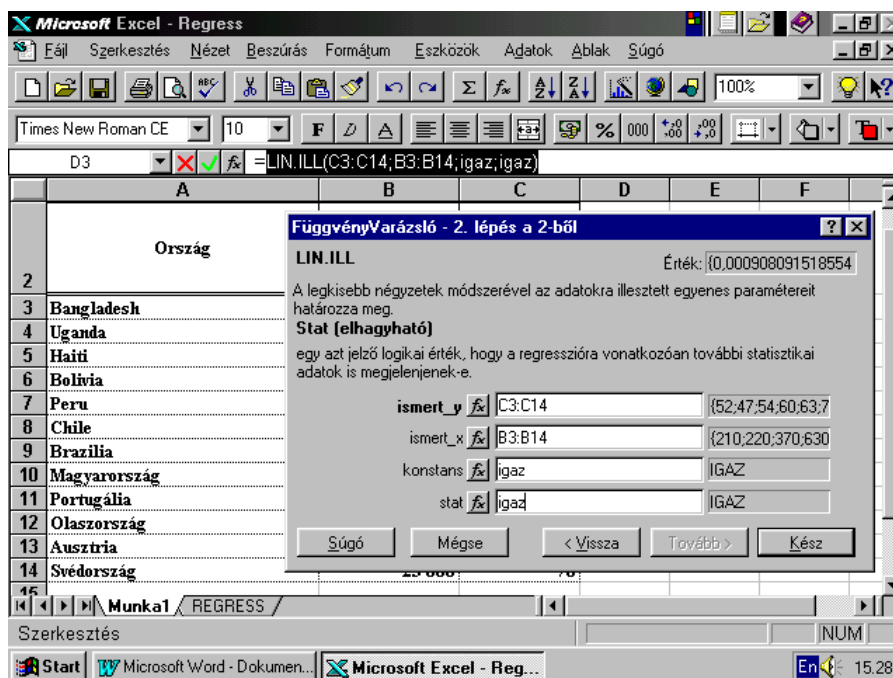
The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the formula bar containing `=LIN.ILL(ismert_y;ismert_x;konstans;stat)`. A dialog box titled "FüggvényVarázsló - 1. lépés a 2-ből" is open, displaying the "Statistikai" category. The "LIN.ILL" function is selected in the list. The dialog box also shows the function name and a brief description: "A legkisebb négyzetek módszerével az adatokra illesztett egyenes paramétereit határozza meg."

## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.

Jelöljük ki az  $y$ -ok és az  $x$ -ek helyét és adjuk meg a két logikai konstans értékét IGAZ és IGAZ-nak.

**Konstans** Logikai érték, amely azt adja meg, hogy az  $y = mx+b$  összefüggésben a  $b$  konstans szükségképpen 0 legyen-e. Ha a konstans értéke **IGAZ**, vagy hiányzik, akkor a függvény a  $b$  értéket korlátozás nélkül számolja ki. Ha a konstans értéke **HAMIS**, akkor a  $b$  értéke 0 lesz, az  $m$  értékeket pedig az  $y = mx$  egyenlet alapján számolja ki a függvény (eljárás).

**Stat** Logikai érték, amely azt határozza meg, hogy az  $y = mx+b$  függvény közöljön-e kiegészítő regressziós statisztikai adatokat is. Ha a nulla értéke **IGAZ**, a **LIN.ILL** kiegészítő statisztikai adatokat is visszaad. Ha a nulla értéke **HAMIS** vagy hiányzik, akkor a **LIN.ILL** csak az  $m$  együtthatókat és a  $b$  értékét adja eredményül.



Válasszuk a **KÉSZ** kapcsolót!



## DR. ZIBOLEN E., ZIBOLEN E.: AZ EXCEL TÁBLÁZATKEZELŐ...

Microsoft Excel - Regress

Fájl Szerkesztés Nézet Beszúrás Formátum Eszközök Adatok Ablak Súgó

Times New Roman CE 10

D3 =LIN.ILL(C3:C14;B3:B14;IGAZ;IGAZ)

	A	B	C	D	E	F
	Ország	Egy főre jutó GDP (USA \$) X	Születéskor várható élet-tartam (év) y			
2						
3	Bangladesh	210	52	=LIN.ILL(C		
4	Uganda	220	47			
5	Haiti	370	54			
6	Bolivia	630	60			
7	Peru	1 160	63			
8	Chile	1 940	72			
9	Brazília	2 680	66			
10	Magyarország	2 780	71			
11	Portugália	4 900	75			
12	Olaszország	16 830	77			
13	Ausztria	19 060	76			
14	Svédország	23 660	78			

Szerkesztés Osszeg=0,0009081 NUM

Start Microsoft Word - Dokumen... Microsoft Excel - Reg... En 15.29

Ekkor a munkasor képletébe kattintsunk bele az egérrel:

Microsoft Excel - Regress

Fájl Szerkesztés Nézet Beszúrás Formátum Eszközök Adatok Ablak Súgó

Times New Roman CE 10

D3 =LIN.ILL(C3:C14;B3:B14;IGAZ;IGAZ)

	A	B	C	D	E	F
	Ország	Egy főre jutó GDP (USA \$) X	Születéskor várható élet-tartam (év) y			
2						
3	Bangladesh	210	52	=LIN.ILL(C3:C14;B3:B14;IGAZ;IGAZ)		
4	Uganda	220	47			
5	Haiti	370	54			
6	Bolivia	630	60			
7	Peru	1 160	63			
8	Chile	1 940	72			
9	Brazília	2 680	66			
10	Magyarország	2 780	71			
11	Portugália	4 900	75			
12	Olaszország	16 830	77			
13	Ausztria	19 060	76			
14	Svédország	23 660	78			

Szerkesztés Osszeg=0,0009081 NUM

Start Microsoft Word - Dokumen... Microsoft Excel - Reg... En 15.30

## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.

Nyomjuk meg egyszerre a **Shift**, **Ctrl** és **Enter** gombokat, az alábbi eredményt kapjuk:

	A	B	C	D	E	F
	Ország	Egy főre jutó GDP (USA \$) X	Születéskor várható élettartam (év) y			
3	Bangladesh	210	52	0,0009081	60,283472	
4	Uganda	220	47	0,0002762	2,8201879	
5	Haiti	370	54	0,519432	7,7595856	
6	Bolivia	630	60	10,808709	10	
7	Peru	1 160	63	650,80498	602,11169	
8	Chile	1 940	72			
9	Brazília	2 680	66			
10	Magyarország	2 780	71			
11	Portugália	4 900	75			
12	Olaszország	16 830	77			
13	Ausztria	19 060	76			
14	Svédország	23 660	78			

Leolvashatjuk tehát az alábbi eredményeket:

$\beta_1 \rightarrow$	0,0009	60,2835	$\leftarrow \beta_0$
a $\beta_1$ standard hibája $\rightarrow$	0,0003	2,8202	$\leftarrow$ a $\beta_0$ standard hibája
$r^2$ determinációs együttható $\rightarrow$	0,5194	7,7596	$\leftarrow$ az y becsléséhez tartozó standard hiba
az F próba értéke $\rightarrow$	10,8087	10	$\leftarrow$ a szabadságfok száma
a regressziós négyzetösszeg $\rightarrow$	650,8050	602,1117	$\leftarrow$ a maradék négyzetösszeg

SSR

$$\sum [\hat{y}(x_i) - \bar{y}]^2$$

SST=SSR+SSE

$$\sum [y_i - \bar{y}]^2 = \sum [\hat{y}(x_i) - \bar{y}]^2 + \sum [y_i - \hat{y}(x_i)]^2,$$

ahol

$$SST = \sum [y_i - \bar{y}]^2 \text{ eltérés négyzetösszeg.}$$

SSE

$$\sum [y_i - \hat{y}(x_i)]^2$$

Amennyiben feladatunkat az **ESZKÖZÖK/ADATELEMZÉS** menü segítségével szeretnénk megoldani, akkor válasszuk a regresszió részt. Állítsuk be az alábbi értékeket a feladat által előírta:

## DR. ZIBOLEN E., ZIBOLEN E.: AZ EXCEL TÁBLÁZATKEZELŐ...

**Regresszió**

Bemenet

Bemeneti Y tartomány:

Bemeneti X tartomány:

Feliratok  Zéró legyen a konstans

Megbízhatósági szint  %

OK

Mégse

Súgó

Kimeneti beállítások

Kimeneti tartomány:

Új munkalapra (név):

Új munkafüzetbe

Maradékok

Maradékok  Maradék pontsorok

Standard maradékok  Pontsorok vonalhoz

Normál valószínűség

Normál valószínűségű pontsorok

Az OK kapcsolót választva az alábbi megoldást kapjuk:

Munka2

összeállítás tábla

Regressziós statisztika

Ítélet	0,720718
Intercept	0,319492
Konstans	0,411975
Standard hiba	1,759508
Megfigyelések	12

VARIÁNCIAANALÍZIS

	df	SS	MS	F	P értéke
Regresszió	1	0,50304758	0,50305	10,3037026	0,00182918
Maradék	10	0,02111891	0,021117		
Összesen	11	1,25221889			

	Konfidencia	Standard hiba	Ítélet	p-érték	Alsó 95%	Felső 95%	Alsó 99,0%	Felső 99,0%
Forgalmi ár	0,000001	2,320187875	21,97589	1,11892E-09	0,00000102	0,00000194	0,00000000	0,00000194
X változó	0,000001	0,000278212	0,23788	0,000182918	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000

MARADÉK TÁBLA

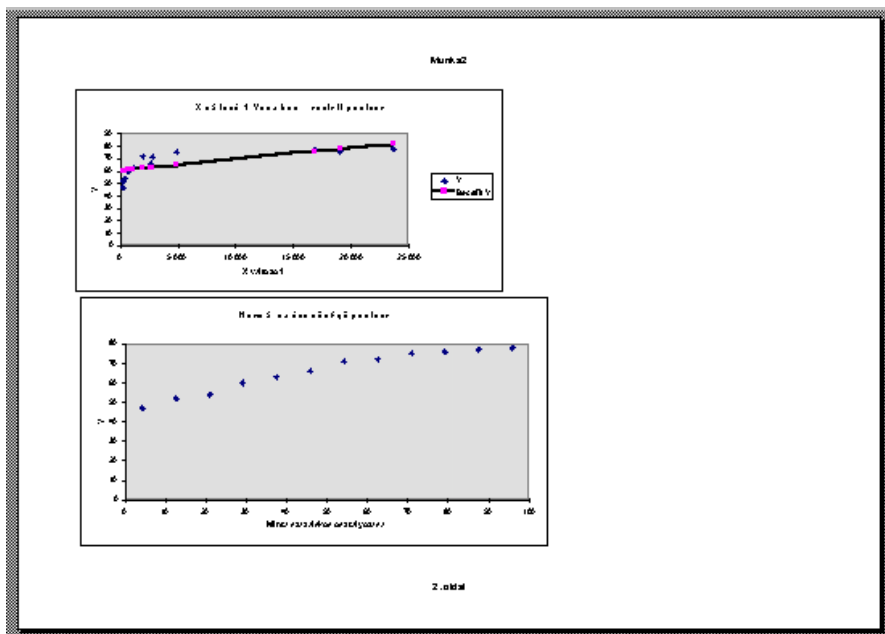
Megfigyelés	Obsz. Y	Maradékok
1	00,47417	-3,474171492
2	00,43925	-1,439252491
3	00,01947	-0,019481492
4	00,35507	-0,355082991
5	01,58888	1,588891492
6	02,04517	0,045181492
7	02,11718	0,238242493
8	02,38797	0,150293992
9	04,19912	1,020891492
10	15,38885	14,388861492
11	17,58117	16,181862493
12	31,78352	30,783531492

VALÓSZÍNŰSÉGI TÁBLA

Számítás	Y
4,188888889	4,7
1,25	5,2
20,38888889	5,4
20,18888889	6,0
31,5	6,9
40,38888889	6,6
54,18888889	7,1
62,5	7,2
70,38888889	7,9
79,18888889	7,6
87,5	7,7
95,38888889	7,8

1 oldal

## KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.



Oldjuk meg az EXCEL-lel már megoldott előző lineáris regressziós egyenes illesztésének feladatát is a Maple V Release 2 program segítségével!

**Példa:**

```
> GDP:=[210,220,370,630,1160,1940,2680,2780,4900,16830,19060,23660]: # A
  GDP adatai
```

```
> kor:=[52,47,54,60,63,72,66,71,75,77,76,78]: # Élettartam
```

```
> # 1. részfeladat: Ábrázoljuk a GDP és kor adatait
```

```
> adatpontok:=[[210,52],[220,47],[370,54],[630,60],[1160,63],[1940,72],[2680,66],
  [2780,71],[4900,75],[16830,77],[19060,76],[23660,78]]: # Megkaphattuk volna
  újrateírás nélkül is
```

```
> plot(adatpontok,style=point,symbol=cross): # Elnyomjuk az ábra kijelzését
> ábra1:=": # Névvél látjuk el az előző ábrát
```

```
> #2. részfeladat: A GDP és az élettartam közötti korrelációs együttható az aláb-
  biak szerint számítható ki:
```

```
> with(stats): describe[linearcorrelation](GDP,kor);
```

```
> evalf("): # Korrelációs együttható nem szimbolikus alakja:
```

**Eredmény:** .7207162912

```
> # 3. részfeladat. A GDP-hez és a korhoz illesztett regressziós egyenes meghatá-
  rozása csak egy sor:
```

```
> regresszios_ egyenes:=fit[leastsquare][[x,y]]([GDP,kor]);
```

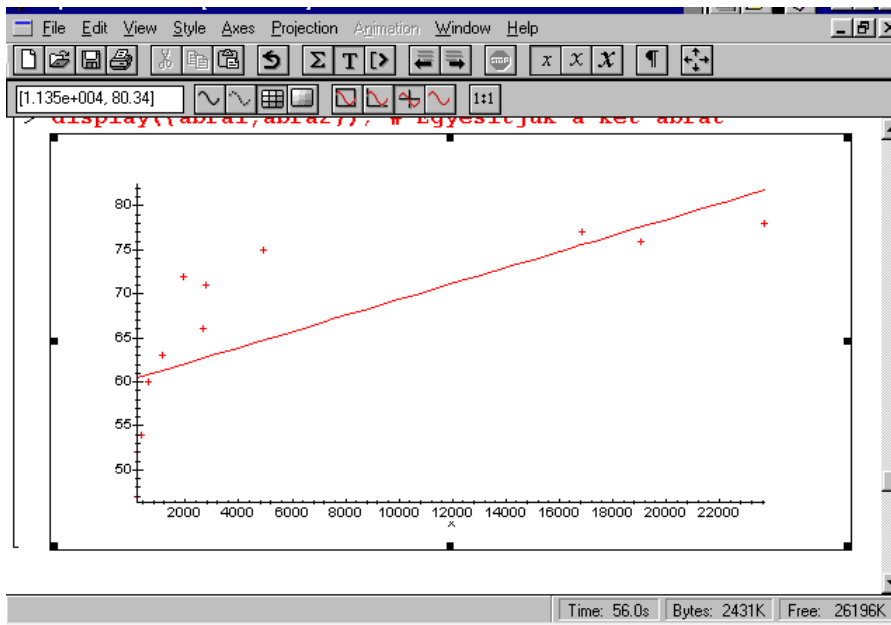
**Eredmény:**  $regresszios\_ egyenes := y = \frac{178410805}{2959531} + \frac{107501}{118381240}x$

```
> # 4. részfeladat. Ábrázoljuk a regressziós egyenest
```

## DR. ZIBOLEN E., ZIBOLEN E.: AZ EXCEL TÁBLÁZATKEZELŐ...

```
> # Definiáljuk először a regressziós egyenes függvényét:  
> y:= x->178410805/2959531+107501/118381240*x;  
> plot(y(x),x=210..23660): Elnyomjuk az ábra kijelzését  
> ábra2:=": # Névvel látjuk el a regressziós egyenes ábráját
```

```
> # 5. részfeladat. Ábrázoljuk együtt a GDP és életkor adatokat együtt közös  
ábrán  
> display({ábra1,ábra2}); # Egyesítjük a két ábrát
```



## **KÜLKERESKEDELMI FŐISKOLAI FÜZETEK, 7.**

---