

Az online matematika vizsgák tapasztalatai

Katona János¹, Nagy Kem Gyula²

¹egyetemi docens, ²főiskolai tanár

^{1,2}Óbudai Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar

E-mail: katona.janos@uni-obuda.hu, nagy.gyula@uni-obuda.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_13](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_13)

Összefoglalás: A felsőoktatásban az online számonkérések száma a közelmúltban a Covid-járvány miatt ugrásszerűen megnőtt. Sok hallgató a kidolgozott matematika feladatok mintájára próbálja a vizsgafeladatokat megoldani, de helytelenül használják az analógiát. Többen igénybe veszik a matematikai szoftvereket, de tapasztalataink szerint sokan ezt még nem tudják helyesen használni. A cikkben több konkrét példa is szerepel a hallgatók által adott helytelen megoldásokra.

Kulcsszavak: e-learning, matematikai szoftverek, matematika didaktika, tudásmérés

Abstract: The number of online assessments in higher education has increased by leaps and bounds recently due to the Covid epidemic. Many students try to solve the exam problems based on developed math problems, but they use the analogy incorrectly. More of them are using math software, but according to our experiences, many do not yet know how to use it correctly. Our article contains several specific examples of incorrect solutions given by students.

Keywords: e-learning, mathematical software, mathematics didactics, knowledge measurement.

1. Bevezetés

A felsőoktatásban egyre gyakoribbak az online számonkérések, és ezek száma a közelmúltban a Covid-járvány miatt ugrásszerűen megnőtt. A lebonyolításhoz a tanár számára nagy segítséget jelentenek a különböző e-learning keretrendszerek. A hallgatóknak nem jelent nehézséget a technika használata, viszont a jelek szerint teljesen másképpen készülnek az online vizsgákra, mint a hagyományos, jelenléti írásbelikre és szóbelikre.

Ebben a cikkben megosztjuk az online matematika dolgozatok és vizsgafeladatsorok íratása során szerzett tapasztalatainkat. Néhány konkrét példával is illusztráljuk a megváltozott hallgatói hozzáállást a felkészüléshez. Elemezzük ezen magatartás buktatóit, és javaslatokat fogalmazunk meg a buktatók elkerülésére.

2. Előzmények

A szerzők hosszú idő óta az Óbudai Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Karán oktatnak többek között matematikát. Régebben még szigorlat is volt matematikából, az új tantervekben ez már nem szerepel. A tanítandó témakörök: analízis, geometria, lineáris algebra, kombinatorika és valószínűségszámítás.

Építőmérnök szakon a matematika két féléves, mindkét félév vizsgával végződik. Az aláírás megszerzéséért zárthelyi dolgozatokat kell eredményesen megírni. Aki ezeken jól teljesít, megajánlott vizsgajegyet is kaphat. Az utóbbi időben a középiskolákból hozott matematika tudás csökkenni látszik, ezért bevezettük a matematika 0 nevű szabadon választható tárgyat, amely keretében a középiskolás anyag ismétlése, rendszerezése történik.

Egyetemünkön a Covid-járvány előtt is léteztek online kurzusok, például a Kárpát-Medencei Online Oktatási Centrum, a KMOOC minden tantárgya ilyen. Ezek a kurzusok teljesen nyilvánosak, akár határon túli magyarok is felvehették, és online elvégezheték. A megvalósítás egy elterjedt e-learning rendszeren, a Moodle-ön keresztül történt. A Covid-járvány miatt hirtelen minden kurzus, tehát a matematika is ide költözött. A tanároknak nem volt elég ideje erre felkészülni, és gyakorlatilag a szükséges hardverek is hiányoztak.

3. Online matematika oktatás

3.1. Online matematika előadások

Látszólag az online matematika előadás nem különbözik lényegesen a hagyományos előadástól. A tanár felhasználhatja a hagyományos előadásra készített diáit, és élőszóban magyarázhatja a tananyagot. A nehézség például akkor jelentkezik, amikor egy diák olyan példát kérdez, ami nincs benne az előre elkészített diavetítésben. A hagyományos előadás keretében a tanár egyszerűen felírta a levezetést a táblára, online óra esetén ez viszont nehézségekbe ütközik. A képernyőmegosztás segít, de egy matematikai képletet begépelni időigényes, ezért ez lényegében nem alkalmazható. Olyan hardverre lett volna szükség, amire kézzel gyorsan lehet írni és gyorsan lehet rajzolni, például egy digitális ceruzával ellátott tabletre.

A másik nehézség még nagyobb problémát okozott. Hagyományos előadáson a tanár látja a diákok reakcióit, ezért gyakorlatilag le tudja mérni a tananyag megértését. Online előadás esetén a hallgatók lekapcsolják a kamerát és a mikrofont (esetleg nincs is nekik), ezáltal a visszajelzések száma minimális.

3.2. Online matematika gyakorlatok

A gyakorlatoknál hatványozottan fennállnak az előző bekezdésben említett nehézségek, a tanár sem tudja a kézírását egyszerűen közzétenni, és a hallgatók sem tudják a megoldásaikat egyszerűen megmutatni. Hagyományos gyakorlaton a tanár körbe sétálhatott, és mindenkinek a füzetébe belepillanthatott, online gyakorlatokon erre nincs lehetőség.

3.2. Online írásbeli zárthelyi dolgozatok és vizsgafeladatsorok

A hagyományos dolgozatoknál volt lehetőség esetleg szó szerint kérdezni egy definíciót vagy egy tételt. Online dolgozatoknál ez fölösleges, hiszen a tanár nem tudja ellenőrizni, hogy a hallgató otthon milyen segédeszközöket használ. (Egyébként is célszerű a definíciókat, tételeket nem szó szerint kérdezni, hanem egyszerű feladatokkal lemérni ezek megértését.)

Érdemes mindenkinek más-más feladatsort adni, elkerülendő, hogy egyvalaki megoldja a kitűzött példákat, és a munkáját körbe küldje a többieknek. (Nem túl logikus módon ez az eset meglepően gyakori, pedig igazából a hallgatók egymással versenyhelyzetben vannak például a magasabb tanulmányi ösztöndíjért, a későbbi MsC felvételin, vagy éppen a munkaerőpiacon.) A probléma megoldásához a tanároknak egy igen sok kérdésből álló kérdésbankot javasolt létrehozni, amiből az e-learning keretrendszer véletlenszerűen sorsolja a hallgatóknak feltett kérdéseket. Ez meglehetősen nagy munka, de a kérdésbank több éven keresztül használható.

Feleletválasztós teszt esetén az e-learning keretrendszer ki is javítja, le is pontozza a hallgatókat, de szabadszavas válaszok esetén ez nem megoldható. Ha a feladatsor kidolgozandó, levezetendő feladatokat is tartalmaz, akkor a megoldások beküldéséhez a keretrendszer nem sok segítséget ad, a matematikai képletek bevitele időigényes. A legkézenfekvőbb megoldás, hogy a hallgató a füzetében dolgozik, és a megoldás fotóját küldi be a tanárnak.

Ha mindenkinek más-más feladatsort adunk, akkor gyakorlatilag minden hallgatóhoz más-más megoldókulcs tartozik, ez a tanároknak mindenképpen pluszmunkát okoz. Léteznek olyan platformok, ahol véletlenszerűen generálnak matematikai feladatsorokat, és ki is tudják értékelni a megoldást. Ilyen például a Wolfram Problem Generator. [1]

4. Példák

Az alábbiakban konkrét példákat mutatunk az online írásbeli matematika dolgozat helytelen megoldásaiból. Feltárjuk a hibák forrását, és javaslatot

adunk a kiküszöbölésükre. A feladat minden esetben az volt, hogy a hallgató oldja meg a kitűzött példákat a füzetében, és a részletes indoklást lefényképezve küldje be a tanárnak.

4.1. Az analógia helytelen alkalmazása

Nagyon sok hallgató módszere az, hogy keres a kitűzött feladathoz hasonlót az órai kidolgozott feladatok között vagy az interneten, és az alapján próbál dolgozni. Ez az alábbi egyszerű esetben is helytelen eredményre vezet:

$$2x^2 + 12x - 54 \geq 0 \quad (1)$$

Ha valaki nem gondolkodik, és szerencsétlenségére csak egy látszólag hasonló kidolgozott feladatot talál, akkor a következő helytelen gondolatmenetet alkalmazza: „keressük meg a másodfokú egyenlet két gyökét, és a két gyök közötti intervallum lesz a végeredmény”. További helytelen következtetések: „ha egy valós gyöke van a másodfokú kifejezésnek, akkor csak egy megoldás van”; „ha nincs valós gyök, akkor megoldás sincs”. Az ilyen hiányosságokkal rendelkező diákokat érettségi rendszerünk elvértve korábban is átengedte, azonban mostanában ez már tömeges.

Az (1) egyenlőtlenség bal oldalát koordináta-rendszerben ábrázolva látható, hogy most éppen nem a két gyök közötti intervallum a helyes megoldás, hanem ennek komplementere:

$$x \leq -9 \text{ vagy } x \geq 3 \quad (2)$$

vagy intervallumokkal felírva:

$$] - \infty ; -9] \cup [3 ; +\infty [\quad (3)$$

Vannak, akik észreveszik, hogy a füzetben talált feladatban a relációjel fordítva volt, de nem tudják a (2) vagy a (3) formulában szereplő intervallumoknak a komplementerét leírni. A (2) alakban az „és” és a „vagy” szócska okozza a problémát, a (3) alak komplementerét pedig a következő nyakatekert módon írják:

$$\mathbb{R} \setminus (] - \infty ; -9] \cup [3 ; +\infty [) \quad (4)$$

A megoldásnak ez az alakja könnyen elrontható, például ha elfelejtik a kerek zárójelet kitenni. Másik probléma, hogy néhány tankönyvben a nyílt intervallumot kerek zárójellel jelölik, ezáltal a (4) alak még ennél is áttekinthetlenebb lesz.

Megjegyzendő, hogy az (1) egyenlőtlenség középiskolai tananyag, a felsőoktatásban például akkor fordul elő, amikor egy valós-valós függvény lehető legbővebb értelmezési tartományát keressük. Ilyenkor nem felejtjük el megemlíteni, hogy a másodfokú tag együtthatója lehet pozitív vagy negatív (ez ugye 2 különböző eset), a diszkrimináns lehet pozitív, negatív vagy nulla (újabb 3 eset), illetve a relációjel is négyféle lehet. Összesen tehát $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ lényegesen különböző másodfokú egyenlőtlenséget lehet feladni, tehát logikus gondolkodás és a parabola felrajzolása nélkül könnyen helytelen eredményt lehet kapni.

4.2. Matematikai szoftverek helytelen alkalmazása: adatbevitel

A tapasztalat szerint több hallgató az önálló munka helyett matematikai szoftverrel próbálja a feladatsorokat megoldani. Nyilván csak azok a szoftverek jöhetnek szóba, amelyek nem csak a végeredményt, hanem a megoldás menetét is közlik, hiszen indoklás nélkül a végeredmény közlése nem elegendő. [2]

Sokan már az adatbevitelnél elakadnak, mert a matematikai jelek, függvények az angolszász írásmódban esetenként mások, mint a magyarban. Az 1. táblázatban foglaltuk össze a fontosabb különbségeket. Ezek a különbségek a zsebszámológépeknél is fennállnak.

	A magyar jelölés	Az angol jelölés
tizedesjel	3,14	3.14
szorzásjel	.	x
tangens, kotangens	tg, ctg	tan, cot
sinus és cosinus hiperbolicus	sh, ch	sinh, cosh
tangens és kotangens hiperbolicus	th, cth	tanh, coth
arcus sinus és cosinus	arc sin, arc cos	\sin^{-1} , \cos^{-1}
area sinus és cosinus hiperbolicus	ar sh, ar ch	\sinh^{-1} , \cosh^{-1}
természetes alapú logaritmus	ln	log
tízes alapú logaritmus	lg	\log_{10}
szekáns, koszekáns	1/cos, 1/sin	sec, csc

1. táblázat
Néhány különbség a magyar és az angol írásmód között

További probléma, hogy a matematikai képletekben gyakoriak a görög betűk, az alsó és a felső indexek, a határértéknél pedig szerepelhet a végtelen jel. A szumma és produktum jelek, valamint a határozott integrál fölé és alá írjuk a határokat, a mátrixok téglalap elrendezésben vannak stb. Ezeket a hagyományos billentyűzetről bevinni nehézkes.

Megoldást jelenthet, ha a szoftver rendelkezik grafikus bevitellel, és nagy segítség, ha a szoftver a levezetést és a végeredményt is grafikusán, a folyó írásnak megfelelő formátumban adja. Egyes matematikai szoftverek rendelkeznek képbeviteli lehetőséggel. Elegendő, ha a hallgató a mobiltelefonjának kamerájával lefényképezi a feladatkitűzést, a szoftver pedig megoldja a feladatot. [3]

4.3. Matematikai szoftverek helytelen alkalmazása: integrálás

A szoftverek néha egészen furcsa eredményeket adnak, vagy esetleg nem is adnak eredményt. Feladtuk a dolgozatban az alábbi határozatlan integrált:

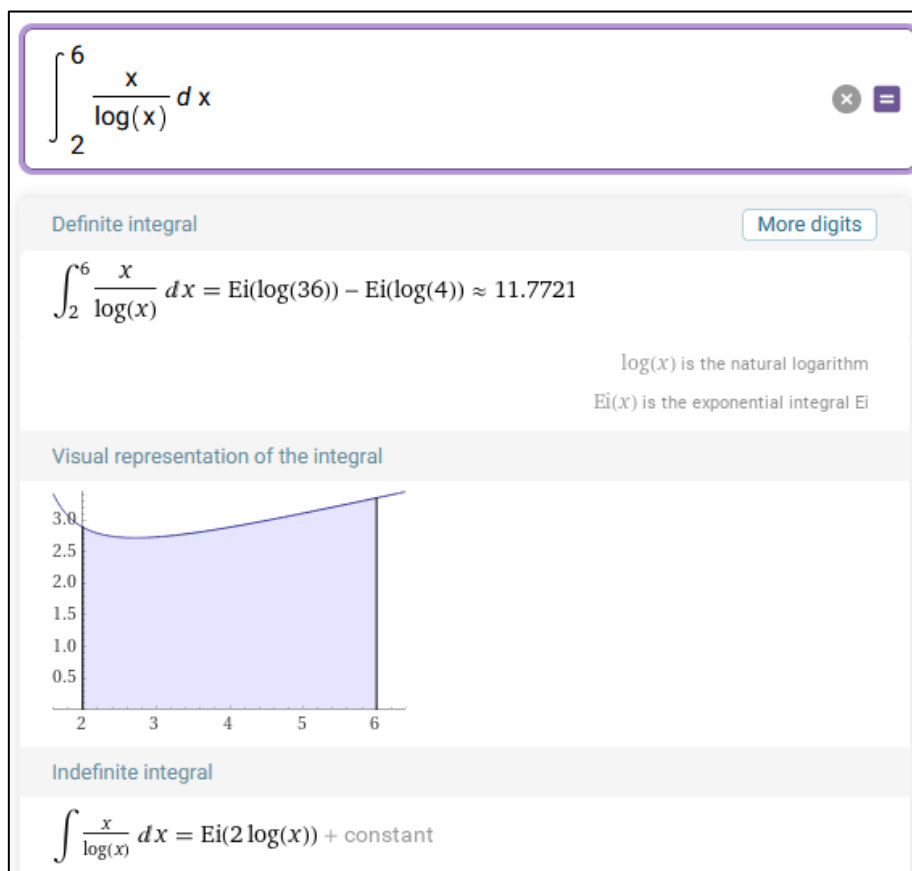
$$\int 10^{202 - \lg(3x+2)} dx = ?, \text{ ahol } x > 0 \quad (5)$$

A megoldást a következőképpen képzeltük el:

$$\begin{aligned} \int 10^{202 - \lg(3x+2)} dx &= \int \frac{10^{202}}{10^{\lg(3x+2)}} dx = \int \frac{10^{202}}{3x+2} dx = \\ &= 10^{202} \int \frac{1}{3x+2} dx = 10^{202} \frac{\ln(3x+2)}{3} + C, \text{ ahol } C \in \mathbb{R} \quad (6) \end{aligned}$$

Egy népszerű matematikai szoftver által adott megoldás az 1. ábrán látható. Megjegyzendő, hogy az eredeti feladatban a 202-es szám helyett az aktuális évszám (2020 vagy 2021) szerepelt; és igen, a szoftver kiírt annyi nullát a megoldás során.

Ez a példa is bizonyítja, hogy a hallgatóknak fel kell hívni a figyelmét az egyszerűsítések keresésének a fontosságára. Mielőtt a megszokott „algoritmus” szerint nekiesnek a megoldásnak, gondolják át, vegyék észre a kifejezések átalakításának lehetőségét.



2. ábra

Egy képernyőfotó a matematikai szoftver által adott megoldásról

Nagy problémával állunk tehát szemben, amelyet talán nem is a COVID által bevezetett intézkedések idéztek elő, de azok mindenképpen felgyorsították az ismeretek hiányának létrejöttét, ami évfolyamonként változni fog (valószínűleg nem csökken). Az így támadt űrt a nélkülözhetetlen ismeretekkel pótolnunk kell, csak remélhetjük, hogy valaha olyan hallgatóságunk lesz, amely matematikából tényleg érett, tisztelet a kivételnek.

Irodalomjegyzék

- [1] <https://www.wolframalpha.com/problem-generator/>
- [2] Katona János: *Számítógépes intelligenciával támogatott matematika oktatás* Gradus Vol 5, No 2 (2018) pp. 343-347 ISSN 2064-8014
- [3] <https://photomath.com/>
- [4] Nagy Kem Gyula, Katona János: *Matematika versenyeink* Matematikai Lapok 23. 2017-2018/1 pp. 1-34. (2021) ISSN 0025-519X