

I. CSERNYÁK LÁSZLÓ KONFERENCIA KÖZLEMÉNYEI

Szerkesztette:
Ország Adrienn
Baják Szabolcs



Budapesti Gazdasági Egyetem
Budapest, 2023



Szerzők:

Bánhalmi Árpád	Kapuszta Ágnes	Sándorné Kriszt Éva
Bánkuti Gyöngyi	Katona János	Szabó Csaba
Borbola Gábor	Keresztes Éva Réka	Szabó Tibor
Bölcskei Attila	Kovácsné Székely	Szobonya Réka
Budaházy György	Ilona	Takács Anna Mária
Budai László	Lázár Edit	Talata István
Czinege Monika	Lovasné Avató Judit	Tóth Attila
Erdélyi Éva	Lőrincz Sándor	Tóth Zsuzsanna
Ferkelt Balázs	Mészárosné Boruzs	Törösvári Zsolt István
Gaál László	Lívía	Várady Ferenc
Héderné Bertók Judit	Molnár István	Végh Ágnes
Ittész András	Nagy Kem Gyula	Vidor Róbert
Kaderják Gyula	Nemes Teréz	Vojter Noémi

Szerkesztők:

Ország Adrienn

Baják Szabolcs

Lektorok:

<i>Dr. Bakó Mária</i> egyetemi docens Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar Statisztika és Módszertani Tanszék	<i>Prof. Kocsis Imre</i> tanszékvezető egyetemi tanár Debreceni Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék
<i>Dr. Csipkés Margit</i> egyetemi docens Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar Statisztika és Módszertani Tanszék	<i>Dr. Nagy Bálint</i> egyetemi docens Dunaújvárosi Egyetem Matematika és Számítástudományi Tanszék
<i>Dr. Czine Péter</i> adjunktus Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar Statisztika és Módszertani Tanszék	<i>Dr. Nagy Lajos</i> adjunktus Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar Statisztika és Módszertani Tanszék
<i>Dr. Joós Antal</i> egyetemi docens Dunaújvárosi Egyetem Matematika és Számítástudományi Tanszék	<i>Nagyné Dr. habil. Kondor Rita</i> egyetemi docens Debreceni Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék
<i>Dr. Kézi Csaba Gábor</i> egyetemi docens Debreceni Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék	<i>Dr. Szőke Szilvia</i> adjunktus Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kar Statisztika és Módszertani Tanszék

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4)

ISBN 978-615-6342-61-4

© Budapesti Gazdasági Egyetem, 2023

Kiadja a Budapesti Gazdasági Egyetem
Felelős kiadó: Prof. dr. Heidrich Balázs

Tartalomjegyzék

MOLNÁR SÁNDOR: A katedra volt az ő világa - Csernyák László életútja	7
KATONA JÁNOS, NAGY KEM GYULA: Alkotások összekapcsolása problémák láncolatával	15
TALATA ISTVÁN, BÖLCSKEI ATTILA, BUDAI LÁSZLÓ: Lineáris programozási feladatok vizualizációja GeoGebrával	24
TÓTH ATTILA, SZABÓ TIBOR: A feltételes optimalizálás geometriai szemléltetése.....	40
DR. FERKELT BALÁZS, SÁNDORNÉ PROF. DR. KRISZT ÉVA: A munkaerőpiaci folyamatok alakulása és mérésének lehetőségei az Európai Unióban	52
DR. MOLNÁR ISTVÁN, BORBOLA GÁBOR: Különleges háromszögszámok - érdekeségekről szemléltetéssel.....	63
VÁRADY FERENC, VÉGH ÁGNES, SZABÓ CSILLA, MÉSZÁROSNÉ BORUZS LÍVIA: A gazdaság és matematika egyik találkozása: az elaszticitás - a fogalom értelmezése a hallgatók körében	71
DR. BUDAHÁZY GYÖRGY, DR. KAPUSZTA ÁGNES: Honnan süt a nap?.....	78
VOJTER NOÉMI: Teljesítménymutatók értékelése egy telekommunikációs vállalat telefonos ügyfélszolgálatán.....	90
BÁNKÚTI GYÖNGYI: Felületek és térgörbék 3d nyomtatása	103
BÖLCSKEI ATTILA, BUDAI LÁSZLÓ, KERESZTES ÉVA RÉKA, TALATA ISTVÁN: Adatvizualizáció és a téri képességek fejlesztése	116
BUDAI LÁSZLÓ, BÖLCSKEI ATTILA, KERESZTES ÉVA RÉKA, TALATA ISTVÁN: Mesterséges intelligencia oktatása a BGE KKK-n	133
KATONA JÁNOS, NAGY KEM GYULA: Az online matematika vizsgák tapasztalatai ..	144
KERESZTES ÉVA RÉKA, BÖLCSKEI ATTILA, BUDAI LÁSZLÓ, TALATA ISTVÁN: Digitális technológiai innovációk és üzleti alkalmazási lehetőségeik	152
LÁZÁR EDIT: E-learning tananyag előkészítése az Informatika és világ alapozó tárgy kerékében az Excel morzsákkal	160
DR. TAKÁCS ANNA, NEMES TERÉZ: Nagy hálózatok kutatásának hatása az életünkre, avagy mire figyeljünk teljesítményértékelés közben	171
BÁNHALMI ÁRPÁD: Formatív értékelés a statisztikaoktatás gyakorlatában	183
ERDÉLYI ÉVA, LŐRINCZ SÁNDOR, MÉSZÁROSNÉ BORUZS LÍVIA, ITTZÉS ANDRÁS: Az előhívási hatás megjelenésének lehetősége Gazdasági matematika előadáson	193

KADERJÁK GYULA: Az online számonkérés hatása a hallgatói attitűdre és a tanulmányi eredményekre	202
KOVÁCSNÉ SZÉKELY ILONA: Gondolatok (!) a valószínűségelmélet és a statisztika oktatásáról	214
LŐRINCZI SÁNDOR, VÉGH ÁGNES, SZABÓ CSABA, VÁRADY FERENC: Alkalmazzuk a tudományt - egy választható matematika tantárgy sikertörténete.....	223
DR. SZOBONYA RÉKA, HÉDERNÉ BERTÓK JUDIT: A pandémia hatása az Üzleti Statisztika tantárgy oktatása, számonkérése, módszertana területén.....	233
TÖRCSVÁRI ZSOLT, TÓTH ZSUZSANNA, LOVASNÉ AVATÓ JUDIT: Az Üzleti elemzés tantárgy (FOSZK) hallgatói megítélésének elemzése	248
VÁRADY FERENC, ERDÉLYI ÉVA, VÉGH ÁGNES, ITTZÉS ANDRÁS: Az online előadás hatékonyságvizsgálata a Gazdasági matematika tárgy példáján.....	258
VIDOR RÓBERT, DR. CZINEGE MONIKA: Önálló gyakorló feladatsor hatékonyságának elemzése a vizsga eredményére az Informatika és a világ tárgy esetén.....	268

A katedra volt az ő világa - Csernyák László életútja

Molnár Sándor

Budapesti Gazdasági Egyetem, PSZK

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_1](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_1)

Csernyák Laci pályája alakulhatott volna úgy is, hogy most kutatói tevékenységéről beszélgetnénk. Rendelkezett mindazon képességekkel, hogy eljusson egy akadémiai doktori értekezéshez, és azt sikeresen megvédje. Nem tette. Energiáit az oktatásra összpontosította. A katedra volt az Ő világa. A jövő nemzedék formálását mindennél fontosabbnak tartotta.

Az előadásomhoz anyagot gyűjtve, mindenekelőtt hozzájutottam a Szalontai István (Miskolci Egyetem), Kispéter Józsefnek írt leveléhez, melyben összefoglalta a Csernyák Laci oktatói tevékenységével kapcsolatos gondolatait. Előbb úgy terveztem, hogy az abban található megállapításokhoz csatlakozva készítem el előadásomat, amely természetesen bővebb kell legyen, mint egy levél. Rájöttem azonban, hogy a Szalontai István összefoglalójának gondolati egységét vétek lenne megbontani. Ezért mindenekelőtt, szó szerint ismertetem a levelet, majd anélkül, hogy megpróbálnék elmélyülni azokban az okokban, melyek a Laci életútját úgy alakították, hogy szabad akaratából az oktatást választotta az intenzív, folyamatos kutatómunka helyett, néhány sztorit villantok fel Laci életéből. Ezeket a történeteket tőle hallottam, sokaknak elmesélte. Most felidézünk ezekből néhányat. Tesszük ezt azért, mert környezetében mindannyian tudtuk, Lacit a sztorik éltették, rendkívül szerette azokat. Talán az lenne az egyetlen kifogása, hogy nem a legvidámabb, nem a legérdekesebb történeteket választottam ki. Mindenekelőtt lássuk tehát a levelet.

Kedves Jóska!

Örülök, hogy valamiben segíthetek. Kérésedre röviden az alábbiakat gondoltam:

A katedra volt az Ő világa. Mikor fellépett rá hallgatóival szembenézve, mindenki tekintetét keresve és megtalálva köszöntötte őket. A külvilág kikapcsolódott. Arca megváltozott és szinte érezni lehetett azt a sugárzást, amellyel a tananyagot próbálta átadni. Még idősebb korában is óráira gondolatban mindig komolyan felkészült. Tudta, hogy az előadásán honnét hová akar eljutni és azt is, hogy „Céltalan hajósnak nem kedvez a szél” (Konfucius). A nehezebb anyagrészekhez könnyen érthető szellemes gyakorlati példát mondott. Tömören, precízen fogalmazott. Táblára írt tételei, „szövegei” mind külalakban, mind tartalmilag nyomdakészek voltak. Lényegmeglátása és lényegmeglátatása fantasztikus volt. Ilyenkor minden testrészével magyarázott és szinte sugallta hallgatóiba a tananyagot.

A figyelem lazulásakor vicceket, aforizmákat vagy versidézeteket mondott. Olykor sziporkázó humorára is a lényegmeglátás volt a jellemző. Ő előle a fa nem takarta el az erdőt.

Előadása végén hallgatói szeméből látta aznapi munkájának az eredményét. Szobájába való felmenetelekor saját magában kiértékelte óráját és kollégáinak elmondta azt, amit nem hangsúlyozott eléggé.

Számonkérésére a szigorúság és a következetesség volt a legjellemzőbb, még akkor is, ha a bukások magas száma miatt a felsőbb vezetőktől többször figyelmeztetést kapott. Megkövetelte mindazt, amit a gondosan megtervezett tananyagból elmondott. Az írásbeli dolgozatok kérdéseit, például igényesen úgy állította össze, hogy abból az anyag lényeges részei újból kiemelhetők voltak. Ugyanazon tantárgynál több évet összehasonlítva sem találunk feladatai között azonosat. Szinte minden példát úgy fogalmazott meg, hogy a megoldáshoz utasítást is adott, de a mechanikus begyakorlottság nem volt elég. Értetni is kellett egy kicsit hozzá. Minden vizsgaírásbelibe tett egy-két ún. jobbagnak való feladatot, amellyel a jó jegyért munkára kényszerítette a jobb hallgatókat és ezzel ösztönözte kollégáit is az igényesebb munkára.

Lacira a legjellemzőbb és legfontosabbak a ZUGGAZDÁSZ c. lapban „A katedra az én világom” címmel található. Az interjú lényegében a hitvallása, ars poetikája. A cikket Ő írta.

Nagy tisztelettel és baráti üdvözlettel ölel Szalontai Pista

Most tekintsük át időrend szerint a Laci életútját, néhány történeten keresztül.

Laci első emlékezetes találkozása az oktatásüggyel:

Az idősebb nemzedékek képviselői ebben a teremben is emlékezhetnek azokra az időkre, amikor a kisebb falvakban összevont csoportokban történt az oktatás. Magam is olyan iskolába jártam, ahol a két tanterem egyikében délelőtt az 1.-3., másikában a 2.-4. osztályok egyidejűleg, összevontan jártak iskolába. Délután az 5.-6. illetve a 7.-8. osztályok voltak összevonva. Voltak az ún. rendes órák, mai szóhasználattal kontaktórák, és voltak önálló órák. Ezek abból álltak, hogy a tanár az óra elején kiadta a feladatokat, és a tanulók önállóan elfoglalták magukat, jó esetben a tananyaggal. Laci iskolájában Felsőmocsoládon, még ennél is kisebb iskola volt. Ott délelőtt az alsó tagozat négy osztálya egyetlen teremben volt, délután a felső tagozatot tanították.

Azon az emlékezetes napon, a másodikos Laci meglehetősen hamar végzett az osztályának kiadott feladatokkal, és szokása szerint a tanító által vezetett órát figyelte. A tanító épp a saját negyedikos fiától várta egy matematika feladat megoldását, ami sehogy sem akart összejönni. A másodikos Laci egy idő után nem tudta türtőztetni magát és bekiabálta a végeredményt. A tanító ezért alaptól meg kellett volna dorgálja, de a Laci tanítója egy nagyon okos ember

volt. Elmondta az osztálynak, hogy ezt a feladatot még a negyedikesek is csak ezután fogják tanulni. Még igazság szerint a negyedikeseknek sem „kötelező” a választ ismerni. De ha már Laci ilyen szerencsésen ráért a végeredményre, akkor kap jutalmul egy almát, ha megígéri, hogy máskor nem zavarja meg az oktatást. Laci, mint egy kincset vitte haza az almát. Mivel szülei nem voltak otthon, várt estig és csak akkor kezdett bele az elfogyasztásba, amikor már édesapja és édesanyja is láthatta, szerzeményét. Apjának, aki földműves volt, hamar feltűnt az alma. A honnan szerezted? kérdésre kapott válasz, hogy a tanítótól kaptam egy jó válaszáért, sehogy nem volt kerek, ugyanis a tanító az almát a faluban inkább kapni szokta, mint osztogatni. Főként nem szokott jó feleletéért tárgyi jutalmat adni. Az esemény részletes elmeséltetése után a Laci apja, aki szintén egy nagyon okos, népi bölcsességekkel bőségesen felvértezett ember volt, nem sokat gondolkozott. Ő is megjutalmazta Lacit, ...- egy hatalmas pofonnal, valamint egy útravalónak szánt mondattal: Soha ne tudd azt, amit a tanító fia nem tud.

Nos, ez volt Lacinak az első emlékezetes találkozása az oktatásüggyel, – és a népi bölcsességgel.

Életútja a mocsoládi iskolából a legjobb kaposvári gimnáziumba vezetett. A jelenlévők számára nem jelenthet meglepetést, hogy a matematika és az azzal kapcsolatos tárgyak iránt érdeklődött. A Szegedi Egyetem matematika-fizika szakát célozta meg. A tanárai tudatták vele, hogy kiváló középiskolai eredményei alapján felvételi nélkül bekerül az egyetemre. Neki csak annyi feladata maradt, hogy az írásbeli alatt megjelenjen Szegeden és középiskolai bizonyítványának bemutatásával igazolja a felvételre való jogosultságát. Az írásbeli elindultát követően egy órával sorra is került. Egy hivatalnok megállapította, hogy hibádzik a dolog, mert igaz, hogy nem volt a felvételi mentességhez szükséges tárgyak között négyesnél rosszabb jegye, de másodikban a magyar nyelv négyes osztályzata egy hármastan és egy ötös irodalom átlagolásából származott. Az írásbeli idejéből már több mint egy óra eltelt, ezért saját kérésére ellenére nem engedték leülni és írásbeli felvételt tenni. Így lett a menteségből szigorított felvételi. A szigorított felvételi elég rövid volt, mert a második kérdés megválaszolása után, a bizottsági elnöki tisztebet betöltő professzor csak a szabályok szerencsétlen voltát szidta, és a történet a lehető legkedvezőbb fordulatot vette.

A Jugoszláv határ közelsége és a kor rengeteg sztorit szolgáltatott az egyetemista években, de ezek nem annyira az oktatásról, hanem inkább a kollégiumi tüzelőszerzésről, indokolatlan rendőrségi atrocitásokról szóltak, ezeket most átugorjuk.

Szegedről a Veszprémi Vegyipari Technikumba került tanítani. Itt a főállásán kívül kollégiumi nevelőtanárnaként is működött. Olyan sok órája volt, hogy

minden nap reggeltől estig tanított, hétvégén pedig a kollégiumi programokat szervezte.

A taposómalomból úgy lépett ki, hogy elment Miskolcra, egy ipari céghez sugárzó anyagokkal bíbelődni. Nem azért, mert annyira szerette volna a hegesztési varratokat átvilágítani, hanem azért, mert az egyetemen órákat tarthatott, kapcsolatba kerülhetett a felsőoktatással. Miután a Miskolci Egyetemre került adjunktusnak, egy aspirantúrárt pályázott meg. Szegedre járt tanulni, a rajongásig szeretett Bolyai intézetbe.

Mint elmondta kivételesen jó körülmények közé került azáltal, hogy megengedték neki, hogy az intézetben aludjon. Éjjel, ha egy ötlete jött a kutatáshoz, nem kellett reggelig várni, egyszerűen átsétált az intézet könyvtárába és máris rendelkezésére álltak a legfrissebb folyóiratok és könyvek. Csak egyszer alakult ki kényes helyzet. Egy újonnan felvett portás nem tudott arról, hogy a Matematika Intézetnek lakója van, az éjjeli lámpagyújtást követően kihívta a rendőrséget. Mindössze két dolgot kellett a rendőröknek megmagyaráznia: mit keres az épületben hajnali három órakor, és hogy miért pizsamában olvassa a folyóiratokat.

A kandidátusi értekezés sikeres megvédése után választania kellett, milyen arányban foglalkozik kutatással, illetve oktatással. Ebben az időszakban kapott meghívást a Pénzügyi és Számviteli Főiskola Matematika–Statisztika Tanszékének vezetésére. Ezzel szoros összefüggésben van, hogy életét a magyar oktatásügyre tette fel.

Amikor a Pénzügyi és Számviteli Főiskolára került, meglepetéssel tapasztalta, hogy a matematika oktatás címén csak százalékszámítást és arbitrálási ismereteket tanítanak. Mint többször elmesélte, akkor határozta el, hogy a tananyagot erőteljesen átalakítja és ehhez tankönyveket ír. Abból indult ki, hogy egy közgazdásznak komoly statisztikai ismeretekre van szüksége. Ez már adta a matematika tananyag strukturális felépítését. Ha kell a statisztika, akkor kellene a valószínűségszámítás sűrűség és eloszlásfüggvényekkel kapcsolatos fejezetei, egy és többváltozós esetben. Annak megalapozásához viszont az integrálelméletre van szükség, amivel gyakorlatilag a klasszikus analízis oktatása szükségessé válik. Először közvetlen munkatársaival jegyzeteket, példatárakat készített az új tananyaghoz. Majd, a gazdasági vertikumban működő társfőiskoláink matematikusainak meggyőzése után, közösen megírták az általunk kék könyvek néven ismert Analízis, Valószínűségszámítás és Operációkutatás I. és II. könyveket. Ezek országosan ismert és alkalmazott könyvekké váltak és több mint tizenöt évig használtuk azokat. A leváltásukat nem a könyvek tartalma, hanem a bolognai képzésre való áttérés kényszerítette ki. Szintén a Csernyák László szerkesztése alatt készítettük el, a most zöld könyvek néven ismert, Analízis és

Valószínűségszámítás könyveket. Ebben a munkában többekkel jelentős szerepet kaptam, és elmondhatom, nagyon jó volt Lacival együtt dolgozni. Összességében tíznél több, országosan ismert és használt tankönyvet írt. Még 1973-ban hallottam Debrecenben a Kossuth Gimnázium gyakorló iskolai vezetőtanárától Dézsi Zoltánétól: Ahhoz, hogy valakiből jó tanár váljék az alábbi két tulajdonság a legfontosabb:

- Biztos szakmai ismeretek
- Tisztesség

Nos, Laci mindkettőben bővelkedett. Az, hogy belőle egy országosan elismert kiváló oktató lett, az alábbi tulajdonságai is hozzájárultak:

- Igazságosság
- Hallgatók becsülése, szeretete
- A maximális ismeretátadás szándéka
- Nem becsülte túl az olyan sztenderdeket, mint évfolyamátlag, első vizsgát sikeresen teljesítők aránya, stb.

Életútja nem volt konfliktusmentes. Nem is lehetett az, mert Laci mindig a maximális eredményt akarta elérni, a saját szempontjai szerint. Ő, mint már említettem, az eredményességet nem olyan sztenderdeken mérte, mint csoportátlag, évfolyamátlag, első vizsgát sikeresen teljesítők aránya. Neki az alábbi szempontjai voltak: Az adott lehetőség mellett, a lehető legtöbb tudást átadni, gondolkodásra nevelni, az igazságot megismertetni. Az ő vezetése alatt alakult ki tanszékünkön az a szemlélet, hogy a lehető legnehezebb dolgot kitűzni, amiért még éppen nem rúg seggbe az intézmény vezetése.

Természetesen ez a szemlélet konfliktusok sokaságát indukálta, amit tudatosan vállalt, a cél érdekében. Nagyon szenvedett attól, hogy élete utolsó húsz évében az aktuális oktatási miniszterek, pártállásuktól függetlenül azon ügyködtek, hogy az oktatás színvonalát egyre lejjebb tapossák. A bemeneti oldalon, ugyan többnyire okos, de egyre felkészületlenebb gyerekek jelentek meg. Sokszor kapott kéretlenül tanácsot, melyek lényege az volt, hogy csökkenteni kell a számonkérés színvonalát, akkor jobbak lesznek a tanulmányi eredmények. Ezekre a felvetésekre volt válasz örökérvényű meglátása:

Nem szabad a rossz tanulmányi eredményen úgy javítani, hogy csökkentjük a számonkérés színvonalát, mert a hallgatók nagyon gyorsan tudomásul veszik a gyengébb színvonalat és ahhoz igazodva fognak rossz eredményeket produkálni, a vezetés felháborodását fenntartva. (Hibás kör.)

A megoldás az, hogy pontosan ismertetett követelményrendszerhez ragaszkodva, munkára kell kényszeríteni a hallgatót, nem engedve meg a középiskolában megszokott kényelmes életmódot.

A gazdasági matematikában, annak oktatásában örömét lelte. A „kék” analízis könyvének mellékletében 15 oldalon alkalmazásokként leírta a gazdasági számításoknak egy olyan összefoglalását, ami tartalmazza teljes egészében egy félévnyi pénzügy tananyag lényegét. Ebben is, mint mindig, hangsúlyt fektetett arra, hogy az olvasót a gazdasággal kapcsolatos csúsztatások lényegére rávegye. Egy külön pont foglalkozik az infláció figyelembevételével. Miért is tartotta ezt fontosnak?

Szenvedélyesen ragaszkodott ugyanis az igazsághoz, nem tűrt semmilyen félrevezetést. Azok ellen mindig szenvedélyesen harcolt. Ez egyébként az egyik legfontosabb oktatói erénye volt. A politikusok mindig is sokat beszéltek a gazdaságról, de többnyire nem az igazság feltárásának szándékával, hanem az öngazolás céljával. Így aztán pályafutása során mindig volt mit kiigazítani. Ezzel kapcsolatos feladatai közül most ismertetem a legelsőt, és a legutolsót. Sok-sok évvel ezelőtt, még az ötéves tervek időszakában sokszor olvashattunk, vagy hallhattunk ilyen kijelentéseket: Az előző öt évben a jövedelmek évi 6,5%-kal növekedtek, az árak pedig csak évi 3,4%-kal nőttek. A vásárlóerő tehát évi $6,5 - 3,4 = 3,1\%$ -kal növekedett.

Valójában: $106,5/103,4=1,0299$ szeresére nőtt a vásárlóerő, tehát a növekedés nem 3,1%, hanem 3%-nál is kisebb, 2,99%. Ezzel a gondolatmenettel egy tervidőszak vonatkozásában már több mint fél százalékot lehetett kozmetikázni. Emlékszem egyszer a rendszerváltás után volt az a kijelentése, hogy na, most magyarázzátok meg a népnek, hogy a 20 % infláció és 15 % jövedelemnövekedés nem 5 % vásárlóerő csökkenés, hanem annál kevesebb. Valójában 4,17 %. Egyfajta elégtételnek érezte, hogy a hazugság visszahull a politikusok fejére. Mellesleg tegnap este az egyik televízió híradójában azt mondták a pénzügyekben kevésbé jártas népnek, hogy a decemberi 24,5%-os infláció és a 17%-os bérnövekedés következtében 7,5%-kal csökkent a dolgozók életszínvonala. Láthatjuk, hogy csúsztatás van most is. Az „átlagos dolgozó” vásárlóereje $[1-(117/124,5)]*100\%=6,02\%$ -al csökkent, ami persze szomorú esemény. Ráadásul az életszínvonal és a vásárlóerő különböző fogalmak.

Amikor a „babakötvényt” a politikusok bevezették, a sajtó rögvest olyan színben tüntette fel azt, mint ami a jövő generációnak jelentős segítséget nyújt, amiértis a születések számának növekedése várható. Hogy rámutasson, a babakötvény nem egy sarokház megvásárlására való, másnap a következő feladatot oldotta meg a Gazdasági Matematika I. című előadásának bevezetésében.

Tegyük fel, hogy a következő 18 évben az éves kamat mindvégig 6% marad, és a babakötvény hozamából kamatadót nem vonnak le.

a) Ha az évi inflációt is állandónak, évi 5%-nak tételezzük fel, akkor van-e esélye a babakötvény tulajdonosának a 18. születésnapján maga és barátnője

számára, az államtól kapott babakötvényből egy-egy olyan színvonalú téli kabátot vásárolni, ami jelenleg 40 000 forintba kerül?

b) Milyen évi reálkamat esetén lehetséges a két kabát megvásárlása?

a) A babakötvény 18 év múlva $50000 \cdot 1,06^{18} = 142717$ forintot ér. Ha a kabát ára évi 5 %-kal növekszik, akkor két kabát ára $80000 \cdot 1,05^{18} = 192530$ forint lesz. A második kabát vásárlásának felerészben sincs biztosítva a pénzügyi fedezete.

b) Az $50000 \cdot r^{18} = 80000$ összefüggésből $r = 1,0265$ adódik, tehát a reálkamatra az akkor meglehetősen utópisztikus 2,65%-os értéket kapjuk.

Megjegyzem, hogy az a) feladatnál változó kamatoknál, 1% reálkamat esetén hasonló következtetésre jutunk, hosszabb számolással.

Ha még élne, februárban bizonyára egy olyan feladattal kezdené az előadásait, amely a magas élelmiszer áremelkedésről szólna.

A PSzF-en töltött idő alatt, 1985-ben professzori kinevezést kapott a Miskolci Egyetemre, ahol másodállásban dolgozott. Szerencsénkre nem ment át főállásba sem Miskolcra, sem a Közgazdasági Egyetemre, ahol szintén félállású professzor volt. Ezen kívül részt vett a Békéscsabai Főiskola létrehozásában is. Néhány évig ott is irányította a matematikaoktatást. Különböző egyetemeken PhD védési bizottságokban vett részt. Szegedre is járt előkészítőt tartani. Pár évig az Eötvös Egyetemen vezetett szemináriumokat. Valóban sokfelé tanított, verseny folyt érte az intézmények között. Szerencsénkre a PSzF-en otthon érezte magát, nem akart onnan elmenni.

Nem csoda, hogy a diákjaink körében megfogalmazódott az alábbi „matematika feladat”:

Ha félórát eltöltesz egy véletlenszerűen kiválasztott felsőoktatási intézményben, akkor mennyi a p valószínűsége, hogy Csernyák tanár úrral találkozol a folyosón?

Bár a tréfás feladatra senki nem kereste a választ, az élet úgy hozta, hogy 2009. április 5.-e óta sajnos mindannyian ismerjük a feladat megoldását. Azóta $p=0$.



Professzor Dr. Csernyák László
1936 – 2009

Alkotások összekapcsolása problémák láncolatával

Katona János¹, Nagy Kem Gyula²

¹egyetemi docens, ²főiskolai tanár

^{1,2} Óbudai Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar

E-mail: ¹katona.janos@uni-obuda.hu, ²nagy.gyula@uni-obuda.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_2](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_2)

Összefoglalás: Gondolatok láncolatát ismertetjük egy elképzelt hálózatban, amelyek összeköthetnek nem feltétlenül kortárs szerzőket és problémákat. Esetünkben Luca Pacioli és Csernyák László közötti kapcsolatra próbálunk egy lehetséges gondolatsort összeállítani. Írásunkban bemutatjuk alkotásaik és szellemi munkájuk párhuzamait. Leonardo által Pacioli művében többszörösen is illusztrált poliéderre, majd a rajzok egyik vélt hibájára adunk magyarázatot.

Kulcsszavak: matematika történet, matematika didaktika, LP, poliéderek, hálózatok

Abstract: We describe a chain of ideas in an imagined network that may not necessarily connect contemporary authors and problems. In our case, we are trying to put together a possible path of thought for the relationship between Luca Pacioli and László Csernyák. In our article, we present the parallels between their creation and intellectual work. We will explain the polyhedron illustrated several times by Leonardo in Pacioli's work, and then one of the supposed errors in the drawings.

Keywords: mathematics history, mathematics didactics, LP, polyhedra, networks,

1. Bevezetés

Luca Pacioli leghíresebb művei:

Summa de arithmetica, geometria, ratio et proportionalita. Velence. 1494.

Olasz nyelven íródott enciklopédikus mű az elméleti és gyakorlati aritmetikáról; az algebra elemei; a használt pénzek, súlyok és mértékek táblázata; értekezés a kettős könyvvitelről, a szerencsejátékokat is tanulmányozta pl. az igazságos osztozkodást.

1496 körül Pacioli és Leonardo barátok lettek, ekkor kezdte második leghíresebb művét, amelyet Leonardo illusztrált, mintha ma Cameron vagy Spielberg kísérletet tenne a Poincaré-sejtés jelentésének és Gregory Perelman általi bizonyításának megértésére.

Divina Proportion 1497-98

Az ábrákat Leonardo rajzolta, nyomtatásban jóval később 1509-ben jelent meg [1], Eukleidész Elemeinek latin fordításával. Paciolini művei összefoglalják az akkoriban ismert matematikát, bár egyes matematika történeti kutatók szerint kevés bennük az eredeti ötlet, viszont nagyban segítettek a matematika európai fejlődését, tanítottak; hasonlóan Csernyák által szerkesztett, írt könyvekhez, könyvfejezetekhez, különös tekintettel igaz ez az operáció kutatás témakörére. Csernyák László általa szerkesztett, ezekben fejezeteket írott és kiadott legismertebb oktatási anyagok:

Analízis, Valószínűségszámítás, Operációkutatás I,-II.

Műveinek hatása a gazdaságtudományi értelmiség matematika oktatásában, gondolkodásának fejlesztésében alapvető. Utóbbi két mű újdonsága és olvashatósága miatt nemcsak a gazdasági felsőoktatásban használatos. Gyakorlati feladataival nemcsak matematikusok számára lesz kizárólag érthető, tehát közérthető a matematika modern ágának két fejezete. Itt előzményként feltétlenül meg kell említenünk Prékopa, Krekó és Bacskay által írt műveket [2-5]. Csernyák művei a köz- és üzemgazdászok tekintetében hasznosságukban hasonlíthatók ezen művekhez, illetve Rényi: Valószínűségszámítás, vagy Hajós: Bevezetés a geometriába c. művéhez, amelyek méltán lettek a matematika szakosok manúáljai.

Csernyák Szegeden évfolyamának egyik legtehetségesebb hallgatója [6], kandidátusi fokozatát 1975-ben szerezte ortogonális sorok elméletéből [7]. Az 1975 és 1979 között védett kandidátusi értekezések közül megemlítnék néhányat az 1. ábrán.

Néhány kandidátusi értekezés matematikából 1975-79-ig

- BABAI LÁSZLÓ: Gráfok automorfizmuscsoportjai. 1975.
- BERKES ISTVÁN: Hézagos sorok és függetlenség. 1975.
- **CSEARNYÁK LÁSZLÓ: Ortogonális sorok konvergenciájára vonatkozó vizsgálatok. 1975.**
- CSIRIK JÁNOS: On-line számítógépes képiértékelő rendszer. 1977.
- FRANKL PÉTER: Extremális halmazrendszerek. 1978.
- GERENCSÉR LÁSZLÓ: Nemlineáris programozási feladatok megoldása szekvenciális módszerekkel. 1976
- GYÖRFI LÁSZLÓ: A többhipotézises döntésmélet néhány kérdése. 1976.
- SZABÓ JÓZSEF: Az Eckhart-féle összemetszési eljárás egy általánosítása és annak néhány komputergrafikai alkalmazása. 1978.
- SZALAY ISTVÁN: Fourier-sorok általánosított abszolút Cesaro szummálhatóságának vizsgálata. 1976.
- RECSKI ANDRÁS: Matroidok és villamos hálózatok. 1976.
- RÚZSA Z. IMRE: Absztrakt struktúrába képező számelméleti függvények. 1977.
- TUSNÁDY GABOR: Statisztikai hipotézisek vizsgálata. 1977.

1. ábra

Egy egyszerű az Operációkutatás II.-ben tárgyalt lineáris programozási feladat általánosításával áttérünk egy Paciolini könyvében tárgyalt, Leonardo által

többszörösen is illusztrált poliéderre, majd a rajzok gerjesztette tévedések, hibák elemzésére.

2. Előzmények

RácZ János matematika munkaközösség vezetőm ajánlására 1985-től felvételi előkészítők vezetésében vettem részt a PSZF-en (második szerző), ekkor találkoztam először Csernyák Lászlóval, aki barátságos, segítőkész kollégáival oktatásra, alkotásra kész tanszéket épített [6], [8]. Egy ideje itt is oktatok tanszékvezetőnk Takács Anna jóvoltából, akivel korábban több MAFIOK konferencián is találkoztam. Látható, hogy a szociális háló hasznos a munka világában is.

Karinthy Frigyes szerint [9]: *Annak bizonyításául, hogy a Földgolyó lakossága sokkal közelebb van egymáshoz, mindenféle tekintetben, mint ahogy valaha is volt, próbát ajánlott fel a társaság egyik tagja. Tessék egy akármilyen meghatározható egyént kijelölni a Föld másfél milliárd lakója közül, bármelyik pontján a Földnek - ő fogadást ajánl, hogy legföljebb öt más egyéne keresztül, kik közül az egyik neki személyes ismerőse, kapcsolatot tud létesíteni az illetővel, csupa közvetlen - ismeretség - alapon, mint ahogy mondani szokták: "Kérlek, te ismered X. Y.-t, szólj neki, hogy szóljon Z. V.-nek, aki neki ismerőse..." stb [9]*

A hálózat elmélet „hat lépés távolság” elmélete szerint [10] bármely két ember egy ismeretségi láncan keresztül kapcsolatba hozható úgy, hogy a két végpont között maximálisan öt ember, azaz hat kapcsolat van. Természetesen lehet ellenpéldát kreálni, de az állítás az esetek többségében teljesül.

A következőkben közös ismerős helyett, közös gondolattal, közös problémával, feladattal kapcsolunk össze embereket. Természetes, hogy minél általánosabban ismert egy feladat, egy gondolat, annál könnyebben találunk ilyen kapcsolatot.

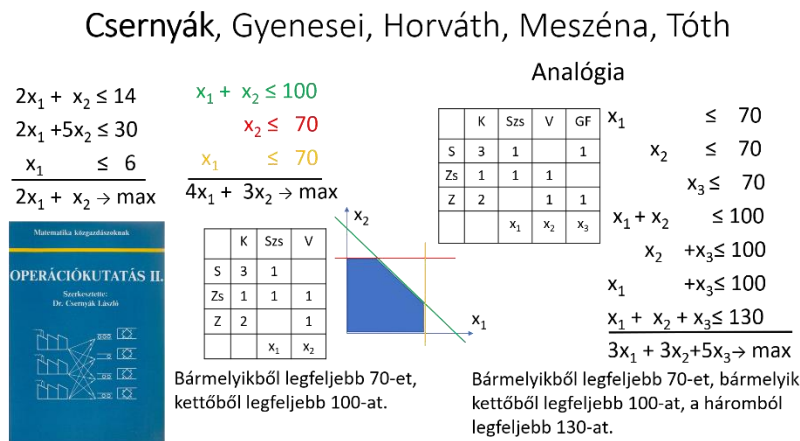
3. Egy LP feladattól Luca Pacioliig

E fejezetben Csernyák által szerkesztett Operációkutatás II. egyik feladatától néhány gondolattal eljutunk Pacoli könyvének a Divina Proportione egyik Leonardo által készített ábrájáig.

3.1. Egy egyszerű LP feladat (1. láncszem)

Egy egyszerű Lineáris Programozási feladat megoldását látjuk a 2. ábra bal oldalán. A feladat az Operációkutatás II. 1.1-es példája a célszerű egyszerűsítések 15. oldal (1.6a) után [11]. Színessel egy másik a geometriai

szemléltetés vonatkozásában egyszerűbb feladatot látunk és e feladatnak egy általánosítását a 2. ábra jobb oldalán. Feltüntetjük a társszerzőket is: Gyenesei, Attila, Horváth Gézáné, Meszéna György, Tóth Irén. A tárgyalásunk szempontjából a célfüggvény nem igazán lényeges, ezért csak a lehetséges megoldások halmazát vizsgáljuk. Ezt a halmazt a kék ötszög szemlélteti a 2. ábrán.



2. ábra

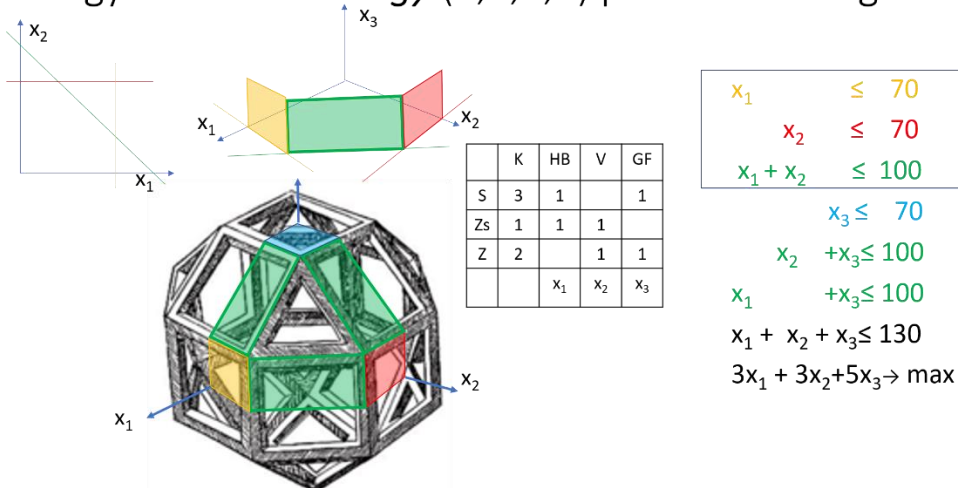
3.2. Egy három változós LP feladat (2. láncszem)

A jobb oldalon látható általánosabb feladat lehetséges megoldásainak szemléltetéséhez már a térbeli háromdimenziós koordináta rendszerre lesz szükség. A 2. ábra jobb oldalán látható feltétel rendszernek megfelelő vektorokhoz tartozó halmazt szemléltetjük a 3. ábrán. Az ábra jobb oldalán megismételtük a feltételrendszert és egy keretbe foglaltuk a kétváltozós feladathoz tartozó egyenlőtlenségeket. Ezen egyenlőtlenségek megoldáshalmazainak határoló síkjait a sárga négyzet, zöld téglalap és a piros négyzet szemlélteti a 3. ábra közepén felül. Az alatta levő ábra részlet már a teljes lehetséges megoldás halmaz határait szemlélteti, amelyet az egyenlőtlenségek színeinek megfelelő színű síkok határolnak. Az utolsó egyenlőtlenségnek megfelelő síkot nem szemléltettük. A hét egyenlőtlenségnek megfelelő nemnegatív megoldások halmaza a megfelelő hét sík által meghatározott origót tartalmazó féltereknek a közös része a nem negatív ténnyolccaddal. (Ez nagyon hasonló, de nem teljesen egyező a 3. ábrán látható alakzattal).

(3. láncszem) Ha ezt a megengedett megoldások halmazát tükröznénk az origóra, a tengelyekre, illetve a koordináta síkokra, akkor egy a sraffozott rajzon élváz- szerűen ábrázolt poliéderhez nagyon hasonló P testhez jutnánk, amely már megtalálható Leonardo Pacioli második könyvéhez készített

illusztrációi között. A pontosság megköveteli, hogy megváltoztassuk egyenlőtlenségeink jobb oldalán álló konstansokat.

Egy LP feladat és egy (3,4,4,4) poliéder analógia



3. ábra

3.3. A három változós LP feladat illesztése a poliéderhez (4. láncszem)

A három változós feladatunkban szereplő konstansokat a következő (1)-es állítás szerint kell megváltoztassuk:

(1) a zöld téglalapok hosszabb oldala megegyezzen a kék, sárga, piros színű négyzetek oldalának kétszeresével.

Feltéve, hogy az egyenlőtlenségek közül az egy ismeretlent tartalmazók jobb oldalán egy pozitív a szám áll, akkor a 2. ábrán látható kékszínű csonkolt négyzet oldalának hossza is a . Az (1)-es feltétel akkor teljesül, ha az

$$x_1 + x_2 = \sqrt{2}a$$

Ekkor a két változót tartalmazó egyenlőtlenségek mindegyikének jobb oldala is $\sqrt{2}a$. A három változót tartalmazó egyenlőtlenség konstansának számolása során meghatározzuk a lehetséges megoldások halmazát tartalmazó poliéder háromszöglapja egyik csúcsának koordinátáit. A következő egyenletrendszert kell megoldanunk:

$$x_1 + x_2 = \sqrt{2}a$$

$$x_1 = a$$

Amiből $x_2 = \sqrt{2}a - a$, ami megegyezik x_3 -mal, hiszen mindkettő megegyezik a 3. ábrán látható sárga négyzet oldalával. A három változót tartalmazó egyenlőtlenség a következő: $x_1 + x_2 + x_3 \leq 2\sqrt{2}a - a$

E konstansokkal a háromváltozós feladat azon lehetséges megoldások halmazát adja, amelyből már az egyik (3,4,4,4) félig szabályos poliéderhez jutunk az előző fejezetben leírt tükrözésekkel.



4. ábra

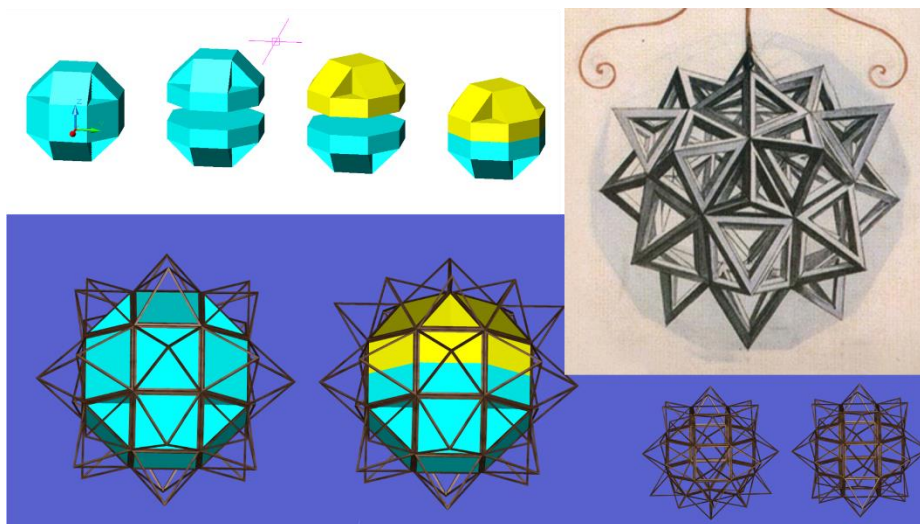
A 4. ábrán balra fent a mű címoldala, alatta az előző 3. ábrán élvázmodellel szemléltetett test látható, hogy teljes legyen a poliéder fogalom bemutatása, a 4. ábra Jacopo De Barbari festményének bal felső sarkában a tárgyalat poliéderünknek egy felület modellje látható. E három értelmezés mindegyike előfordul, mint diákjaink által elképzelt poliéder fogalom. Nagyon fontos, hogy fogalmainkat tisztázzuk, hiszen csak ebben az esetben tudunk eredményesen oktatni. [12-16]

Erdős Pál előadásában többször arról a KÖNYV-ről tesz említést, amelyben Isten a tételek tökéletes bizonyításait tartja, ezek szépek, érthetőek és tovább már nem igazán egyszerűsíthetők. E könyvben biztosan helye van az Euler féle poliéder tételre vonatkozó Hajós féle bizonyításnak, így a Platoni szabályos poliédereknek, talán a félig szabályosoknak is. Ezek közül többet ábrázolt Leonardo a Divina Proportione-ban.

4. További megjegyzések a (3,4,4,4) poliéderhez

Leonardo rajzaiból nem derül ki, hogy felületmodellt vagy a tömör testet ábrázolja-e; a poliéderek élvázmodelljein kívül azok síklapjaira gúlákat, illetve azok élvázait illeszti és ezeket az új csillag-szerű testeket is ábrázolja, ahogy ezt az 5. ábra jobb felső részén is látjuk. Vajon miért? Talán az esztétika miatt?

Paccioli könyvét nyomtatták, nem tudjuk a példányszámot, így az illusztrációkat másolni kellett, a metszeteket már valószínűleg nem a Mester készítette. Két kézirat, egy genovai és egy milánói, valamint egyetlen velencei nyomtatott példány maradt fenn. Ezek különböznek egymástól, az illusztrációk hibákat is tartalmaznak [17-19]. A milánói tűnik eredetinek.



5. ábra

Az 5. ábra jobb felső rajza mindegyik fennmaradt példányban azonos, a következő idézet a Scientific American-ből [18] származik és ugyanerre az ábrára vonatkozik és hibás: „*egy háromszög alakú piramist mindig hat négyszög alakú piramis vesz körül. De da Vinci rajzán (ismét reprodukálva, közvetlenül lent) ez nem így van: az ábra alján lévő piramisnak négy oldaléle van, bár háromnak kellene lennie... a piramis lefelé mutató rajza egyértelműen hibás.*” Sajnos ez az állítás nem igaz. Az ellentmondást az 5. ábra bal felső ábra sorozata oldja fel, mivel két különböző test létezik, igaz, a gúla nélküli rajzok a sorozat első poliéderéből származnak míg a vitatottak, a gúlakkal bővítettek a sorozat utolsó poliéderéből származtathatók. Két lehetséges magyarázatot adtunk az előadásban.

5. Összegzés

Írásunkban párhuzamot vontunk Luca Pacioli és Csernyák tanár úr munkássága között. Műveiknek hatása nemcsak a gazdaságtudományi értelmiség, hanem általában a matematika oktatásában, gondolkodásának fejlesztésében jól használható. Csernyák László által szerkesztett Operációkutatás II. egyik feladatától analógiák felhasználásával eljutottunk a

Pacoli könyvének a Divina Proportione egyik Leonardo által készített ábrájáig. Végül egyik illusztrált poliéder által gerjesztett vélt hibát tárgyaltuk.

Irodalomjegyzék

- [1] Pacioli L. *Divina Proportion*. Paganini, Velence. 1509.
<https://archiviostorico.medioBANCA.com/wp-content/uploads/2021/01/De-Divina-Proportione.pdf>
<https://archive.org/details/divinaproportion00paci/page/n257/mode/2up>
- [2] Krekó, B. és Bacskay, Z. (1957) *Bevezetés a Lineáris programozásba*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest
- [3] Krekó, B. (1962) *Lineáris programozás*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest
- [4] Prékopa, A. (1968) *Lineáris Programozás*. Bolyai Társulat, 1969
- [5] Forgó Ferenc és Komlósi Sándor: *Krekó Béla szerepe a közgazdászképzés modernizálásában Krekó Béla (1915-1994) emlékére* 2015;
http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/2188/1/Kreko_paper.pdf
- [6] Kispéter József Tóth László. *Kispéter József Ifjan – Éretten – Öregén- 80 kérdés-válasz közel nyolc évtizedről -Beszélgetés: Tóth László*. Miskolc technika Alapítvány. 2014;
- [7] N. Abaffy Csilla, Tózsér Ágnes. *Kandidátusi és doktori disszertációk (1975. február 1 - 1979. december 31..* MTA Könyvtára. 1981;
- [8] Horváth Antal. *Apro(po)ságok*. 2015;
https://tk.elte.hu/media/7f/dd/c019a0e91a858a70960a44931c9ea57fc03e2a385564682734431fb990b8/Horvath_Antal_gyemantdiplomas_verses_visszaemlekezesei.pdf
- [9] Karinyth Frigyes. *Láncszemek*. Új Idők 1933. <https://mek.oszk.hu/07300/07367/html/01.htm#54>
- [10] https://hu.wikipedia.org/wiki/Hat_lépés_távolság
- [11] Csernyák László: *Operációkutatás I-II*. Budapest. Nemzeti Tankönyvkiadó. 1990.
- [12] Katona János; Takács Anna; Nagy Kem Gyula. *Matematikai versenyeink és a problémamegoldó gondolkodás* In: Temesvári, Zsolt; Wühl, Tibor; Molnár, György (szerk.) XXXVIII. Kandó Konferencia 2022 - Kiadvány kötet Budapest Óbudai Egyetem, Kandó Kálmán Villamosmérnöki Kar 408 355-364. 2022;
- [13] Nagy Kem Gyula; Katona János. *Matematikai Versenyeink*, Matematikai lapok 2017-2018/1 pp. 1-34. 2021;
- [14] Katona, J, Nagy Kem, Gy. *The CAD 3D course improves students' spatial skills in the technology and design education*. Ybl Journal Of Built Environment 7 : 1 pp. 26-37. , 12 p. 2019;
<https://doi.org/10.2478/jbe-2019-0002>
- [15] Nagy, Gy. *Developing Problem-solving Skills*. Mathematics Competition 29: 2 pp 26-41. 2016;
- [16] Nagy Gy. *A problémamegoldás megismerésének magyar módszere*. Matematikai Lapok 2015/2 44-56. 2015;
- [17] Etienne, N. *Luca Pacioli. De Divina Proportione (1498)*. La Renaissance italienne. Peintres et poètes dans les collections genevoises. Milan. Skira. 210-215. 2006

- [18] Huylebrouck, D. *Lost in Triangulation: Leonardo da Vinci's Mathematical SlipUp*. Scientific American, March 29 2011; <http://www.scientificamerican.com/article.cfm?id=davinci-mathematical-slip-up>
- [19] Huylebrouck, D. *Observations about Leonardo's drawings for Luca Pacioli*
<https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1311/1311.2855.pdf>

Lineáris programozási feladatok vizualizációja GeoGebrával

Talata István¹, Bölcskei Attila², Budai László³, Keresztes Éva Réka⁴

^{1,2}*füziskolai tanár*, ³*egyetemi docens*, ⁴*adjunktus*

^{1,2,4}Budapesti Gazdasági Egyetem, Külkereskedelmi Kar,
Társadalomtudományi Módszertan Tanszék,

³Budapesti Gazdasági Egyetem, Külkereskedelmi Kar, Nemzetközi
Kereskedelem és Logisztika Tanszék

E-mail: talata.istvan@uni-bge.hu, bolcskei.attila@uni-bge.hu,

budai.laszlo@uni-bge.hu, keresztes.eva@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_3](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_3)

Összefoglalás: Bemutatjuk, hogyan lehet a 2- és 3-változós lineáris programozási alapfeladatokat ábrázolni GeoGebrával, síkon ill. térben, dinamikus munkalapként. Kitérünk a megoldás érzékenységvizsgálatának szemléltetésére is. A 4-változós lineáris programozási feladatok 3-dimenziós, GeoGebrával történő vizualizációjának lehetőségeit is felvázoljuk. Végezetül megvizsgáljuk, hogy milyen más programozási feladatok szemléltetése lehetséges hasonló módon.

Kulcsszavak: matematika oktatás, operációkutatás, lineáris programozás, konvex poliéder, dinamikus geometria.

Abstract: We present how the basic problems of 2- and 3-variable linear programming can be visualized with GeoGebra, in the plane and in the space, as a dynamic worksheet. We also show how to represent the sensitivity analysis of the solution. Furthermore, we discuss the possibility of visualization of 4-variable linear programming problems in 3 dimensions with GeoGebra. Finally, we examine how some other programming problems can be illustrated in a similar way.

Keywords: Mathematics Education, Operations Research, Linear Programming, Convex Polyhedron, Dynamic Geometry.

1. Bevezetés

Az egyetemi alapképzésben az operációkutatás témakörű tantárgyak tematikájában a lineáris programozási feladatok tipikusan központi szerepet játszanak. A Budapesti Gazdasági Egyetemen (a továbbiakban: BGE-n) a „Döntéshozókészítő kvantitatív módszerek” nevű tantárgy ilyen. A jelen publikációban több, a lineáris programozáshoz kapcsolódó feladattípus szemléltetési lehetőségeivel is foglalkozni fogunk. Ezért magát a lineáris programozási feladatot alapfeladatnak hívjuk, és ehhez kapcsolódó feladatokkal, többek között az érzékenységvizsgálattal és a feltételek által meghatározott politóp szemléltetésével foglalkozunk még.

Definíció. Lineáris programozási alapfeladat (ld. [1], [2])

Legyen $n \geq 2$, $m \geq 3$ egész számok, továbbá legyen $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n}$, egy $m \times n$ -es valós mátrix, $b = (b_i)_{1 \leq i \leq m}^T$ egy m -dimenziós valós oszlopvektor, $c = (c_j)_{1 \leq j \leq n}$ pedig egy n -dimenziós valós sorvektor. Az ezen paraméterek által felírható feltételek (lineáris egyenlőtlenségek) és célfüggvény (lineáris függvény) a következők:

Feltételek:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

Célfüggvény:

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max! \text{ (vagy: min!)}$$

Keresett, hogy a feltételeknek megfelelő változókra a célfüggvény értékének optimuma (maximuma vagy minimuma) mekkora, és a változók milyen értékei esetén veszi fel a célfüggvény ezt az optimumot.

■

Minden egyes feltétel egy zárt féltérrel határoz meg az \mathbb{R}^n n -dimenziós euklideszi térben. A feltételek összesége a hozzájuk tartozó féltérek metszetét, egy konvex politópot határoznak meg \mathbb{R}^n -ben. Annak az általános esetnek a szemléltetésével fogunk foglalkozni, amikor ez a konvex politóp n -dimenziós, azaz nemüres a belseje (ha üres a belseje, akkor a politóp a tér egy affin alterében helyezkedik el, még egyszerűbb az ábrázolása). Akár a következőket is feltehetjük:

- 1) Az $x_j \geq 0$ egyenlőtlenségek is a feltételek között vannak ($-x_j \leq 0$ alakban) minden $1 \leq j \leq n$ esetén
- 2) Ha $n \geq 3$, akkor a feltételek által meghatározott konvex poliéder korlátos
- 3) Az egyik feltétel egy olyan egyenlőtlenség, amely mindegyik x_i tengely pozitív féltengelyének csak egy korlátos részén áll fenn – ez ekvivalens azzal, hogy ilyen alakú:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i$$

ahol mindegyik a_{ij} ($1 \leq j \leq n$) és a b_i szám is pozitívak, valamely i index esetén ($1 \leq i \leq m$).

Így az 1) és 3) együttesen összesen $(n + 1)$ darab feltétel, melyek egy korlátos szimplexet határoznak meg az \mathbb{R}^n térben.

Amikor egy szöveges feladat alapján írunk fel egy lineáris programozási (LP) matematikai modellt, azaz az LP alapfeladatra egy konkrét példát, az 1. feltétel sokszor természetes módon adódik (mert mondjuk az x_i változók termelt mennyiségek, melyek nem lehetnek negatívak). 3-dimenziós térbeli vizualizációkor a feltételek poliéderének csak egy véges térrészbe eső darabját szokás szemléltetni, hogy áttekinthető maradjon az ábra. Ekkor egy befoglaló kockával (ViewCube) elmetszik a poliédert és az ebbe eső poliéderdarab kerül ábrázolásra, ezért a 2. feltételt kielégíti a szemléltetett poliéder, az eredeti feltételekhez $x_i \leq K_i$ és $x_i \geq k_i$ alakú feltételek kerülnek hozzáadásra (utóbbiak $-x_i \leq -k_i$ alakban, ha felső korlátként kell felírni ezeket). Az 1. és a 3. feltételek együttesen biztosítják a legegyszerűbb módon a korlátosságot, ez a helyzet gyakran előfordul szöveges feladatokban is.

A 2. fejezetben bemutatjuk, hogyan lehet a 2-, ill. 3-változós alapfeladatokat ábrázolni GeoGebrával, síkon ill. térben, dinamikus munkalapként. A 2-dimenziós esetben ez a munkalap hallgatók által is könnyen elkészíthető lesz. A 3-dimenziós esetben először a feltételeknek megfelelő poliéder élvázát készítjük el, majd ez alapján a poliéder sokszöglapjait is, végezetül a célfüggvény szélsőérték helyét ábrázoló síkot. Egy ilyen megoldás már több munkát igényel a hallgatóktól, de azért aránylag egyszerű módon általuk is könnyen elkészíthető.

Azért a GeoGebrát választottuk a használt szoftvernek, mert egyrészt ebben az algebrai képletekhez tartozó geometriai objektumok rögtön ábrázolásra is kerülnek, másrészt ebben könnyen készíthető dinamikus munkalap, azaz paraméterértékhez tartozó olyan ábra, amely a paraméterérték folytonos változtatásával változik, ezért jól szemléltethető vele hogy a célfüggvény értékének változtatásakor a hozzá tartozó hipersík ($n = 2$ esetén egyenes, $n = 3$ esetén sík) pozíciója hogyan változik, és mit jelent az, hogy a célfüggvény értéke minimális, vagy maximális. Így a hallgatók is elkészíthetik a 2- ill. 3- változós LP alapfeladathoz tartozó vizualizációt, először a célfüggvény extrémális értékét becsülve, majd azt pontosan kiszámítva.

Bizonyos, lineáris programozást tartalmazó tárgyak tanmeneteiben a szimplex módszer a tananyag része, vagy legalábbis bemutatásra kerül, és akkor általában szemléltetik az algoritmusát (általában csak $n = 2$ esetén), hogy hogyan kerülnek az egyes politópcsúcsok kiválasztásra, erre mi itt nem törekedtünk, mivel a BGE-n nem megyünk bele a szimplex módszer részletes leírásába, és fontosabbnak gondoltuk a feladat szemléltetését és ez alapján történő közelítő, majd precíz megoldását, semmint egy olyan algoritmus szemléltetését, amellyel nem ismerkednek meg közelebbről a hallgatók az oktatás során.

A 2. fejezet végén azt tárgyaljuk, hogy $n = 3$ esetén a hallgatói munka csökkenthető egy megfelelően előkészített GeoGebra munkalappal, ahol a feltételek alkotta poliéder jóformán rögtön ábrázolásra kerül. Az egyik lehetőség ez, a másik pedig, hogy a feltételek egyenkénti hozzáadásával (szelésekkel) kicsit hosszabb az eljárás, de akkor szemléltethető, hogy hogyan változik a feltételek alkotta poliéder alakja a szelések következtében a feltételek egyenkénti hozzáadásakor.

A 3. fejezetben az érzékenységvizsgálat szemléltetéséről esik szó, azaz hogy a b , c vektorok elemeinek a változása mikor implikálja lényegében ugyanazt a megoldást az LP alapfeladatra. Itt a szemléltetés különösen segítheti abban a hallgatókat, hogy megértsék ezt a feladatot, és közelítő, majd precíz eredményeket kapjanak egy-egy konkrét esetben a vizualizáció segítségével, képletek használata nélkül is.

További kapcsolódó feladatok vizualizációs lehetőségeiről esik szó a 4. fejezetben. A 4-változós esetben csak vázoljuk annak a lehetőségeit, hogyan lehetséges 3-dimenziós térbeli ábrával szemléltetni az LP alapfeladatot, egy 3-változós probléma síkbeli szemléltetésének analógiájára. Kitekintünk egyéb hasonló programozási feladatok szemléltetésére is (egész értékű programozás, hiperbolikus programozás, kvadratikus programozás). Végül egyéb, kapcsolódó problémákat említünk meg: egyrészt konvex poliéder megadása és vizualizációja hogyan történhet, ha az nem lineáris egyenlőtlenségekkel, hanem más módon van megadva, másrészt olyan más problémákat is megemlítünk, amelyek közvetlenül konvex poliéderekre vezetnek, így a vizualizációjuk konvex poliéderek ábrázolására vezethető vissza. Legvégül, az 5. fejezetben számba vesszük, hogy milyen technikai nehézségekkel szembesülünk a GeoGebra használatakor az LP feladatok vizualizációja során.

2. Kétváltozós és háromváltozós LP alapfeladatok vizualizációja GeoGebrával

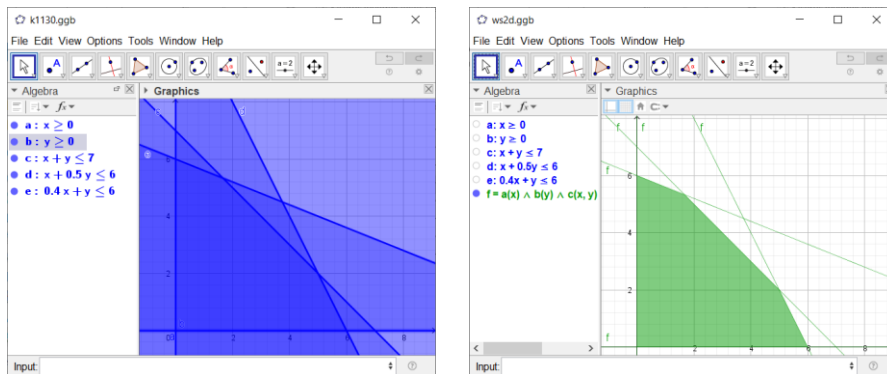
A lineáris programozás feladatra vezető szöveges feladatok szemléltethetők ilyen módon, amikor a feladathoz felírt matematikai modellben legfeljebb három változó van. A GeoGebra Classic 5 ill. Classic 6 (akár webes is) használatával a hallgatók készíthetik el a szemléltetést, amely alapján először közelítő megoldást találnak, majd pontos megoldást.

A BGE Külkereskedelmi Karon (KKK-n) a 2022. őszi félév Döntéselőkészítő kvantitatív módszerek tárgy angol nyelvű kurzusain vezettük be ezeket a szemléltetési feladatokat (2- ill. 3-változós esetben). A hallgatók könnyen megtanulták a GeoGebra kezelését. Tetszett nekik a 2D-s szemléltetés egyszerű módja. Érdekesnek találták a 3D modellezést, de mivel elég sok lépésből áll ennek kivitelezése, a későbbiekben egy előre elkészített

segédanyag felhasználásával gyorsabban megvalósítható szemléltetést tervezünk a későbbiekben bevezetni (ld. 2.3 alfejezetet).

2.1. Kétváltozós LP alapfeladatok vizualizációja GeoGebrával

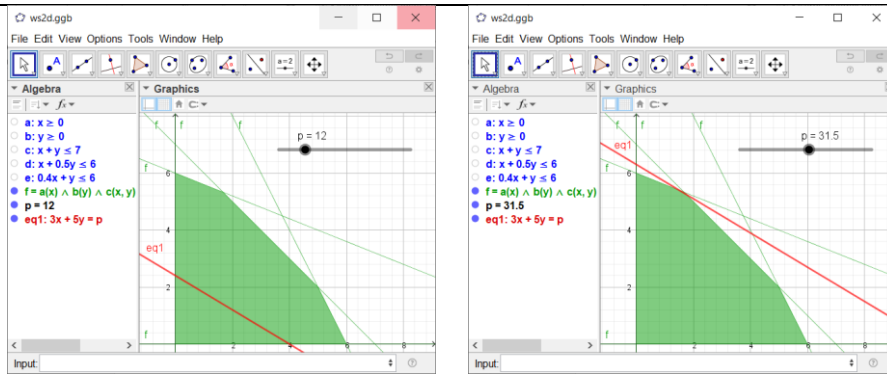
Adott kétváltozós LP alapfeladat szemléltetése történik ezzel a módszerrel. Ez a hallgatók által is könnyen és gyorsan elkészíthető a GeoGebra Rajzlapon. Érdekes a változókra az x és y jelöléseket használni, a GeoGebra ekkor automatikusan a szokásos módon ábrázol egy egyenlőtlenséget az xy -koordináta-rendszerben, elég csak az egyenlőtlenséget felírni a parancssorban, pl. $x + y \leq 7$. Ha ragaszkodunk a változók más jelöléséhez, pl. az x_1 és x_2 változónevekhez, akkor nekünk kell megadni az egyenlőtlenség nevét is, a változókat feltüntetve, pl. $c(x_1, x_2) = (x_1 + x_2 \leq 7)$.



1. ábra. Lineáris egyenlőtlenségek által meghatározott sokszögtartomány elkészítése

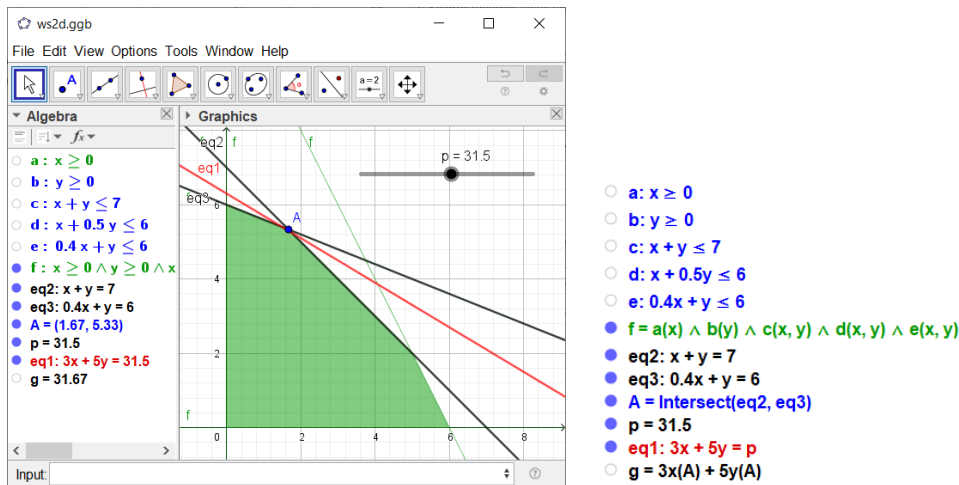
Először a feltételek (lineáris egyenlőtlenségek) kerülnek felírásra a GeoGebra parancssorban, ezek mindegyike rögtön ábrázolásra is kerül a GeoGebra Rajzlapon (félsíkkokként). Majd vesszük ezek metszetét a \wedge jellel (vagy az ugyanolyan hatású $\&\&$ jellel, pl. az $a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge e$ vagy az $a\&\&b\&\&c\&\&d\&\&e$ parancsot begépelve, ha az egyenlőtlenségek nevei a, b, c, d, e . Ekkor egy sokszögtartomány adódik a feltételek megoldásának (sajnálatos módon a ilyenkor a sokszögtartományt határoló egyenesek is ábrázolásra kerülnek).

Vegyünk fel egy csúszkát a Rajzlapon, és ábrázoljuk, hogy a célfüggvény képlete hol veszi fel a csúszka értékét – ennek mértani helye egy egyenes. Például, ha a csúszka neve p , és a célfüggvény képlete $3x + 5y$, akkor a $3x + 5y = p$ kifejezést visszük fel a parancssorba, és az aktuális p csúszka-értékhez tartozó egyenes kerül ábrázolásra a Rajzlapon. Fontos, hogy a csúszka beosztása elegendően finom legyen, mondjuk 0.01, és alsó valamint felső határa megfelelő legyen, hogy a keresett maximumhoz (ill. minimumhoz) tartozó egyenes is ábrázolható legyen. Amennyiben nem ez a helyzet, később módosíthatjuk a csúszka ezen paramétereit.



2. ábra. Közelítő megoldás megkeresése csúszkával

A közelítő megoldás megkereséséhez beállítjuk a csúszkát a körülbelüli maximumra (ill. minimumra) úgy, hogy még épp legyen legalább egy közös pontja az ábrázolt, a csúszka értékeinek változtatásával mozgó egyenesnek a feltételek sokszögtartományával (a közös pontok halmaza lehet egyetlen pont, de akár egy egész szakasz is). A csúszkának az ehhez az egyenes pozícióhoz tartozó értéke lesz az optimum közelítő értéke.



3. ábra. Pontos megoldás kiszámítása

A pontos megoldást is kiszámíthatjuk, csak ismerni kell a sokszögtartománynak egy olyan csúcsát, amely rajta van a maximális (ill. minimális) csúszka-értékhez tartozó egyenesen, egy ilyen csúcsot a közelítő megoldásból megkaphatunk, ha vagy kitaláljuk, hogy melyik két határoló egyenes metszéspontja ez a csúcs (és felvisszük a két egyenes egyenletét – melyek két egyenlőtlenség egyenlőségre történő megváltoztatásával adódnak –, majd azok metszéspontját vesszük), vagy kiadjuk a Csúcspont (Vertex) parancsot a sokszögtartományra, pl Vertex(f), hol f a sokszögtartomány neve –akkor a sokszögtartomány mindegyik csúcsa kiszámításra és elnevezésre kerül. (Az angol nyelvű parancsokat minden nyelvi felületen megérti a

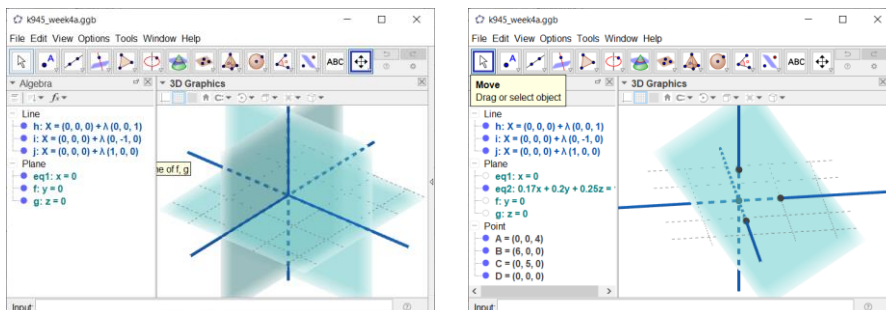
GeoGebra.) Ha a szóban forgó csúcson mondjuk az „A” csúcson, és a célfüggvény képlete $3x + 5y$, akkor a $3x(A) + 5y(A)$ kifejezés értéke adja az optimumot, amelyben $x(A)$, ill. $y(A)$ ábrákon azért szerepel az angol nyelvű felület, mert a hivatkozott kurzusok, amelyeken felhasználásra került ez a módszer, angol nyelvűek voltak.

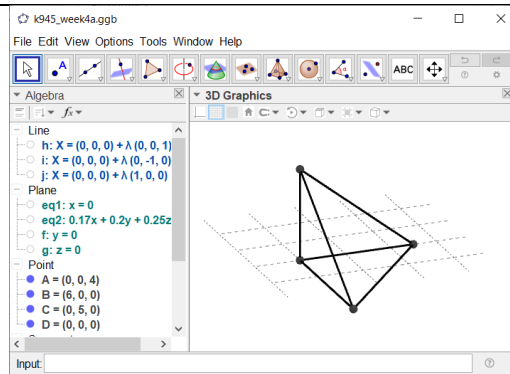
Megjegyezzük, hogy ha a `Vertex(f)` paranccsal elkészítjük a sokszögtartomány csúcspontjait, akkor utána a `Sokszög (Polygon)` paranccsal el lehet készíteni a csúcspontok által meghatározott sokszöget, amelyben a határoló egyenesek már nem kerülnek ábrázolásra.

2.2. Háromváltozós LP alapfeladatok vizualizációja GeoGebrával

A 3-változós vizualizáció kicsit körülményesebb és időigényesebb, de az is végrehajtható aránylag egyszerű módon, akár a hallgatók által is, a GeoGebra 3D-s nézetében dolgozva. Először a feltételeknek megfelelő poliéder élmodelljét készítjük el. Használjuk a változókat az x, y, z jelöléseket, ekkor rögtön az xyz -koordináta-rendszerben tudunk ábrázolni objektumokat (pl. egy síkot, ha az egyenletét megadjuk).

A GeoGebrában nincs poliéder objektum általános poliéderre vagy általános konvex poliéderre, csak speciális poliédertípusokra van ilyen: szabályos testekre, gúlákra, hasábokra. Félter objektum sincs, mellyel lineáris egyenlőtlenséget lehetne ábrázolni. És poliédertípusok (pl. konvex burok képzés, síkkal való szelés, közös lappal rendelkező poliéderek egyesítése) sincsenek. Ezért egy poliéder modellezése annak laphálóját (csúcsai, élei és lapjai) modellezésével történhet, pontok, szakaszok és sokszöglapok felhasználásával. Mivel két pontot összekötő szakasz, valamint egy síknak szakasszal vett metszéspontja könnyen szerkeszthető GeoGebrában (míg térbeli sokszöglap metszete féltérrel vagy síkkal, ill. térbeli szakasz metszete féltérrel nem szerkeszthető meg közvetlenül), ezért először csak a poliéder csúcsait és éleit készítjük el, majd amikor kész a feltételeknek megfelelő poliéder élmodellje, akkor illesztjük csak rá a sokszöglapokat a poliéderre, térbeli sokszögekként.

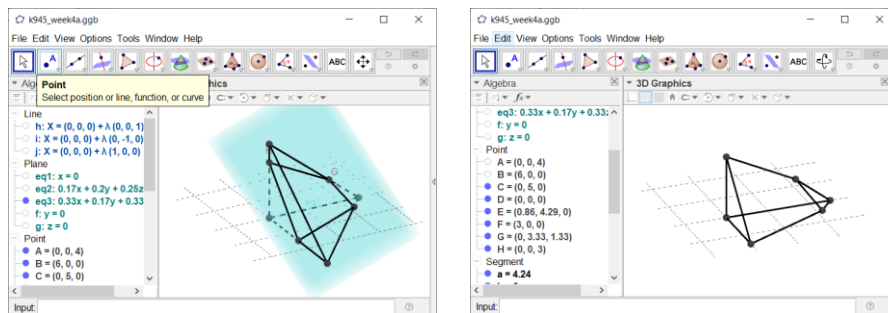




4. ábra. Tetraéder készítése

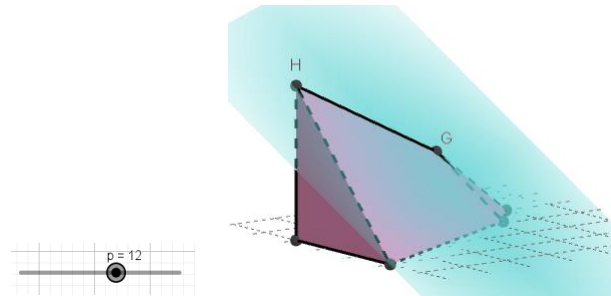
Feltesszük, hogy az 1. fejezetbeli 1) és 3) feltételek teljesülnek, így az ezekhez tartozó 4 db lineáris egyenlőtlenség egy tetraédert határoz meg: a három koordinátasík páronkénti metszévonalai a tengelyek egyeneseit és az origót határozza meg, a negyedik síknak azon egyenesekkel vett metszéspontjai az origóval együtt adják ki a tetraéder csúcsait. Mindegyik csúcspárt összekötjük egy szakasszal, így kapjuk meg a tetraéder éleit.

Ezután egyesével vesszük ehhez hozzá az újabb egyenlőtlenségeket valamilyen sorrendben, és rendre elkészítjük az ehhez tartozó poliéder élmodelljét a következőképp. A soron következő egyenlőtlenséget egyenlőséggé módosítva egy sík egyenlete adódik, ezt szelősíkként használva, a meglévő poliéder élével vett metszéspontokat szerkesztjük meg. A metszéspontok konvex burkának, mint sokszögnek az oldalait elkészítjük szakaszokként, majd tekintjük a szelősík által meghatározott azon félteret, amelyre az egyenlőtlenség teljesül. Az ezen féltérbe eső poliédercsúcsokat és éleket megtartjuk, de azokat az éleket, amelyek keresztezik a szelősíkot, elrejtjük, és helyettük rövidebb szakaszokat rajzolunk be (mint új éleket): egy ilyen elrejtett szakasznak a féltérbe eső csúcsát a szakaszon található metszésponttal összekötvé. Ezután a féltéren kívül eső éleket és csúcspontokat elrejtjük. Így egy olyan poliéder élmodellje adódik, amelyet már egy egyenlőtlenséggel több feltétel határoz meg.



5. ábra. Poliéder élmodelljének szelése síkkal

Végül a szélsőértéknek megfelelő sík (a sík egyenletét $a * x + b * y + c * z = p$ alakban felírva, ahol a, b, c konkrét számok, p a csúszka neve) helyzetét állítják be csúszkával, a síkbeli vizualizációval analóg módon, először közelítőleg, majd a pontos megoldást is kiszámíthatjuk egy megfelelő poliédercsúcs koordinátáinak segítségével (egy $a * x(P) + b * y(P) + c * z(P)$ kifejezést kiszámítva, ahol a, b, c konkrét számok, P pedig olyan csúcs, amely rajta van az optimális csúszka-értékhez tartozó síkon).



6. ábra. Közelítő megoldás megkeresése csúszkával

Két megjegyzést tennénk. Az egyik, hogy azért fontos, hogy csupán elrejtjük azokat az éleket, amelyekre már nincs szükségünk, és ne töröljük ki azokat, mert törlés esetén az élből származtatott egyéb objektumok, pl. az élen található metszéspont is törlődne, amit nem szeretnénk, ha megtörténne. A másik, hogy csúszkát csak a 2D-s lapokon, pl. a Rajzlapon lehet elhelyezni, a 3D-s ablakban nem (ill. a GeoGebra Classic 6 Algebra ablakjában megjelenik egy csúszka, ha egy új paramétert bevezetünk, és akkor nem szükséges lerakni csúszkát rajzlapra, de a GeoGebra Classic 5 használata talán a célszerűbb, mert annak a parancssorában a felfelé nyíl billentyűvel behívhatók a korábban kiadott parancsok, és elég csak azok közül egyet kiválasztani és azt módosítani, ha egy korábbihoz hasonló parancsot szeretnénk kiadni (pl. egy sík egyenletében ilyenkor csak a konstansokat elég módosítani).

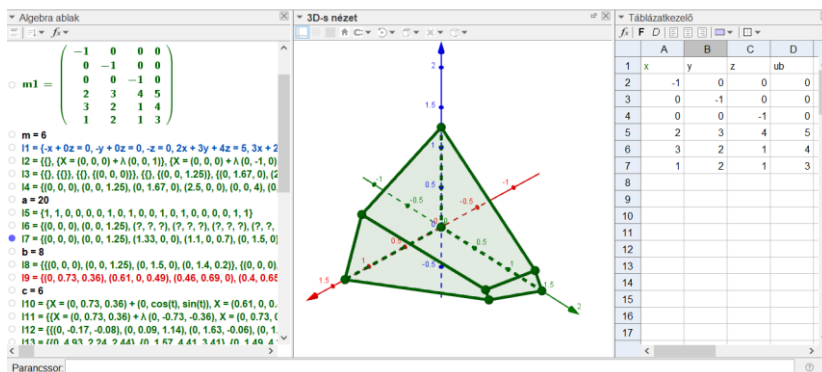
2.3 Segédanyagok

A 3-változós LP alapprobléma esetén időigényes a feltételek által meghatározott poliéder előző alfejezetben bemutatott vizualizációja: minél több feltétel van, annál hosszadalmasabb az eljárás. Ennek kiküszöbölésére készíthetünk egy GeoGebra segédanyagot, egy olyan munkalapot, amely elő van készítve egy ilyen poliéder szemléltetésére, amelybe csupán fel kell vinni a feltételek (lineáris egyenlőtlenségek) paramétereit, és az ennek megfelelő poliéder rögtön ábrázolásra kerül, majd az egyes csúcsait is elkészíttetjük a GeoGebrával, és ezután az optimumhoz tartozó sík ábrázolásával lehet foglalkozni.

Sajnos nem lehet olyan GeoGebra makrót, azaz új parancsot készíteni, amely ezt a feladatot elvégezné bármely munkalapon, mivel nem csupán GeoGebra eszközök egymás utáni használatáról van szó, hanem a jól futtathatóság érdekében bizonyos függéseket is meg kell szüntetni, ill. az egyes csúcsoakat, mint külön objektumokat is létre kell hozni, így ún. szkript parancsokat is kell alkalmazni, amelyek makrókba nem rakhatók be. De a segédanyag előkészíthető úgy, hogy a felhasználónak csak át kell írni bizonyos paramétereket, és egy gomb lenyomásával futtathatja a szükséges parancsokat, és a poliéder már el is készül.

A GeoGebra nem tud nagy mennyiségű adattal könnyen dolgozni, mivel az objektumok közötti függéseket dinamikusan mindig újra számolja – ha megszüntetünk ilyen függéseket a poliéder létrehozása során, akkor tehermentesítjük a szoftvert, és több esély van rá, hogy a poliéder megfelelő ábrázolásra kerül. De emiatt nagyon sok oldalú poliédert nem fog tudni jól ábrázolni, ill. olykor előfordul, hogy a kívánt poliéder szemléltetéséhez minden objektum elkészül, de mégse látszódik a poliéder a 3D ablakban, mert az nem frissül megfelelően. Ekkor ha fájlt mentést végzünk, majd újra megnyitjuk a GeoGebra munkalapot, esély lesz rá, hogy a poliéder ábrázolásra kerül, mert ilyenkor nem jön elő a frissítési memóriaprobléma.

A következőképp készítettünk el egy ilyen segédanyagot: a Táblázatkezelő nézetben visszük fel az egyes lineáris egyenlőtlenségek együtthatómátrixát, mellette pedig a felső korlátok oszlopvektorát. Az így kitöltött cellákat kijelölve, majd jobb egérgombbal a mátrix létrehozás opciót kiválasztva, létrejön egyetlen mátrix, amely a feltételek összes információját tartalmazza. Az AlakzatMásolása (CopyFreeObject) paranccsal egy előre megadott nevű mátrixot hozunk létre, amelybe csak a mátrix adatai kerülnek, a táblázatkezelő celláitól való függés megszűnik: pl. $m1 = \text{CopyFreeObject}(m5)$. A munkalap úgy van előkészítve, hogy ekkor automatikusan elkészíti a feltételek metszeteként előálló poliéder csúcspontjait és a poliéder lapjait, sokszögekként.



7. ábra. Segédanyag a feltételek poliéderének a szemléltetésére

A csúcspontok készítése úgy történik, hogy az egyenlőtlenségeket egyenlőségeknek véve, síkokról van szó, két sík metszésvonalát lemetszve egy harmadik síkkal, három sík metszéspontját kapjuk meg, az összes ilyen metszéspontot elkészítjük (feltesszük, hogy a síkok általános helyzetűek, azaz bármely 3 síknak egyetlen metszéspontja van). Végül kiválogatjuk a metszéspontok közül azokat, amelyek mindegyik féltérben benne vannak. Mindegyik féltér határoló síkjára vesszük azokat a csúcspontokat, melyek a síkon vannak, és ezeket egy ez körüljárási irány mentén sorba rendezzük (a súlypontjuk biztos, hogy a sokszöglapon van, így ebből az egyik rögzített csúcshoz, és egy tetszőleges másik csúcshoz tartozó központi szöget kiszámítjuk, ezen szögek szerint rendezzük a csúcspontokat a síkon). A sokszöglapok készítése a Sokszög paranccsal történik, az egyes síkokon már sorba rendezett csúcspont listáinak felhasználásával.

Így két lista készül el, a poliéder csúcspontjainak listája, majd a poliéder sokszöglapjainak a listája. Érdekes a számítások során adódó függéseket megszüntetni úgy, hogy az AlakzatMásolása (CopyFreeObject) paranccsal a számításoktól független csúcspontlistát hozunk létre, és a sokszöglapok listája csak a csúcspontlistára támaszkodik, a körüljárási irányokra már nem. Ez is az AlakzatMásolása (CopyFreeObject) paranccsal valósítható meg.

Végül a Végrehajt (Execute) paranccsal a csúcspontok listájából a csúcspontok, mint pontok egyenként is létrehozhatók (fontos lesz a pontos optimumkeresés során, hogy egyes csúcspontok kijelölhetőek legyenek, vagy legalábbis mindegyik csúcspontnak legyen külön neve).

Egy másik lehetőség, hogy síkkal való szeléshez készítünk segédanyagot, ekkor a szelősík egyenletének paramétereit kell megadni és azt, hogy a kettészelt poliéder melyik felét tartjuk meg. Ez esetben annyiszor kell szelni egymás után, ahány feltételünk van a tetraédert meghatározó 4 feltételén kívül.

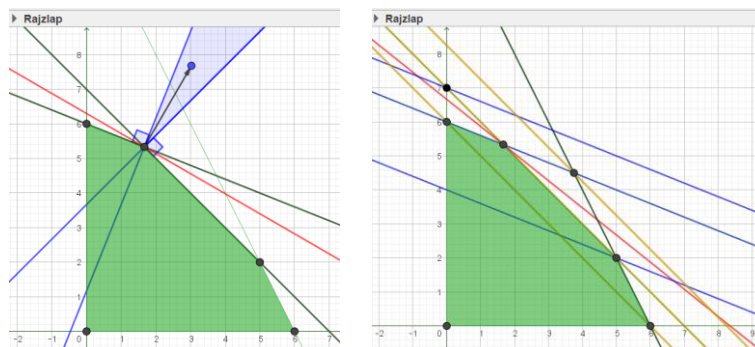
3. Érzékenységvizsgálat szemléltetése

A 2- ill. 3-változós LP alapeladat ábrázolását felhasználva szemléltethetjük, hogy mikor kapjuk lényegében ugyanazt a megoldást más célfüggvény-együtthetők és felső korlátok esetén.

A 2-változós eset szemléltetése könnyebben megvalósítható. Ha csak a célfüggvény-együtthetők változnak, akkora feltételek által meghatározott sokszögtartomány fix, és a kérdés, hogy milyen esetekben veszi fel az optimumot ugyanaz a csúcspont. Ekkor a célfüggvény-szintet ábrázoló egyenes (a 8.a ábrán vörös) normálvektora (amelyet a célfüggvény-együtthetők határoznak meg) egy szögtartományban (a 8.a ábrán kék) kell, hogy elhelyezkedjen, melyet két oldalegyenesére merőleges egyenesek határoznak

(a 8.a ábrán a normálvektor az optimumot felvevő sokszög-csúcspontból indul ki).

A feltételek felső korlátai azon esetekben relevánsak, amikor az optimum a feltételre egyenlőséggel teljesül, ekkor megfelelő párhuzamos egyeneseket behúzva (ld. 8.b ábra kék ill. barna egyenseit) jelölhető, hogy a határoló egyenes az egyes irányokban meddig tolható el, hogy lényegében ugyanaz a csúcspont maradjon az optimum (azaz ugyanazok az egyenlőtlenségek teljesüljenek egyenlőséggel az optimum helyen).



8.a és 8.b ábrák. 2-változós érzékenységvizsgálat szemléltetése

A 3-változós esetben az érzékenységvizsgálat teljesen analóg módon végezhető el: a célfüggvény-együtthatók vektora egy gúlában kell, hogy elhelyezkedjen, felső korlátok lehetséges megváltozását párhuzamos síkokkal szemléltethetjük, csak ez utóbbi esetben a szemléltetés nem olyan egyszerű a láthatóság megőrzéséhez célszerű áttetsző síkokat ábrázolni megfelelő nézőpont választással.

Az érzékenységvizsgálat szemléltetése még nem került bevezetésre az említett BGE-KKK-s tárgyból a 2022/23-as tanévben, de a hallgatói eredmények azt jelzik, hogy egy ilyenfajta szemléltetés pozitív hatással lehetne a hallgatói megértésre, mivel jópár hallgató számára nehézséget okozott az érzékenységvizsgálat céljának megértése és a kijött eredmények értelmezése, amelyen szemléltetésekkel változtatni lehetne.

4. További kapcsolódó feladatok

A 2- ill. 3-változós LP alapfeladat szemléltetésével, ill. az érzékenységvizsgálatuk szemléltetésével valamilyen értelemben rokon szemléltetési feladatokat sorolunk fel, és ezek megvalósítási lehetőségét vázoljuk.

4.1 Négyváltozós LP alapfeladatok szemléltetési lehetőségei

A 4-változós vizualizáció 3-dimenziós térben is megvalósítható. Ehhez először a 3-változós LP alapfeladatnak egy 2-dimenzióban történő vizualizációját írjuk le, majd ennek a módszernek analóg módon történő kiterjesztése egy 3D vizualizációt ad a 4-változós LP alapfeladatra.

Egy 3-változós LP alapfeladat szemléltetése a 2-dimenziós síkon úgy történhet, hogy a feltételek által a 3D térben meghatározott konvex poliéder laphálóját kiterítjük síkgráfként úgy, hogy az egyik poliéderlap (nevezzük ezt mondjuk L -nek) képe a síkgráfhhoz tartozó nem korlátos lap (tartomány), de a síkgráf összes többi lapja konvex marad (ez lehetséges egy kiválasztott poliéderlaphoz közeli, megfelelően felvett pontból (hívjuk ezt a pontot, mondjuk P -nek) a kiválasztott poliéderlap síkjára történő vetítéssel) – a kiterítéskor nyilván metrikusan eltorzul több poliéderlap alakja is. Amikor a célfüggvény egy szintjéhez tartozó síkot tekintjük (azaz azon pontok mértani helyét, melyekre a célfüggvény értéke egy adott szám), ha ennek van közös pontja a poliéderrel, akkor ennek a síknak a poliéder határával vett metszete egy sokszögvonalat határoz meg. Amikor ennek a sokszögvonalnak nincs olyan oldala, amely az L lapra esne, akkor a P pontból L síkjára történő vetítéssel a síkgráf síkjában ábrázoljuk a sokszögvonal vetületét. Amikor a célfüggvény értéke úgy közelít az optimumhoz, hogy végig nem üres halmaz a síkmetszet, akkor egyre kisebb területű sokszög lesz a sokszögvonal vetülete, az optimum értéke esetén pedig elfajul ponttá vagy szakasszá (a síkgráf egyik csúcsát vagy élét kiadva).

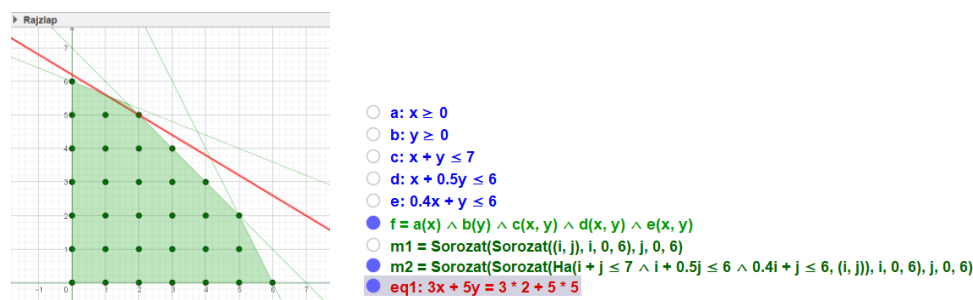
Ezzel analóg módon, egy 4-változós LP alapfeladat szemléltetése a 3-dimenziós térben úgy történhet, hogy a feltételek által a 4D térben meghatározott konvex politóp laphálóját kiterítjük 3D térben poliéderek cellarendszereként úgy, hogy az egyik politóp-hiperlap (nevezzük ezt mondjuk H -nak) képe a cellarendszerhez tartozó nem korlátos hiperlap (tartomány), de a cellarendszer összes többi hiperlapja konvex marad (ez lehetséges egy kiválasztott politóp-hiperlaphoz közeli, megfelelően felvett pontból (hívjuk ezt a pontot, mondjuk P -nek) a kiválasztott politóp-hiperlap által kifeszített 3D affín altérre történő vetítéssel) – a kiterítéskor nyilván metrikusan eltorzul több politóp-hiperlap alakja is. Amikor a célfüggvény egy szintjéhez tartozó 3D hipersíkot tekintjük (azaz azon pontok mértani helyét, melyekre a célfüggvény értéke egy adott szám), ha ennek van közös pontja a politóppal, akkor ennek a hipersíknak a politóp határával vett metszete egy 3D poliédert határoz meg. Amikor ennek a 3D poliédernek nincs olyan lapja, amely a H politóp-hiperlapra esne, akkor a P pontból H hipersíkjára történő vetítéssel a cellarendszer síkjában ábrázoljuk a metszetpoliéder vetületét. Amikor a célfüggvény értéke úgy közelít az optimumhoz, hogy végig nemüres halmaz a hipersíkmetszet, akkor egyre kisebb térfogatú poliéder lesz a metszetpoliéder vetülete, az optimum értéke esetén pedig elfajul ponttá,

szakasszá vagy sokszöggé (a cellarendszer egyik csúcsát, élét vagy lapját kiadva).

Oktató által elkészített segédanyagként elkészíthető egy ilyen 3D vizualizáció nem túl sok cellából álló cellarendszer esetében, megfelelően választott áttetszőségű cellalapokat használva, ill. az egyes cellák láthatóságát ki-be kapcsolva szemléltethető a cellarendszer szerkezete és a benne ábrázolt metszetpoliéder-vetület alakjának változása.

4.2 További programozási feladatok vizualizációja GeoGebrával

Egész értékű programozás esetén az LP alapfeladathoz képest annyi plusz kikötés van, hogy az egész számok közül kerülhetnek ki a változók értékei. Ekkor a feltételeknek megfelelő rácspontokat ábrázoljuk a feltételek által meghatározott politópban (sokszögtartományban a 2-változós esetben, ill. poliéderben a 3-változós esetben). Ez a Sorozat parancs egymásba ágyazott többszöri alkalmazásával megoldható.



9. ábra. Egész értékű programozási feladat szemléltetése

A hiperbolikus programozás és kvadratikus programozás feladatainak feltételei lineáris egyenlőtlenségek, hasonlóan az LP alapfeladathoz, csak a célfüggvényük alakja más. A hiperbolikus programozási feladat célfüggvénye

$$\frac{c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n}{d_0 + d_1x_1 + d_2x_2 + \dots + d_nx_n}$$

alakú. A kvadratikus programozási feladat célfüggvénye pedig egy pozitív szemidefinit kvadratikus alak. Ezeknek konstans értékű szintvonalai a 2-változós hiperbolikus programozás esetén egy fix ponton átmenő pontozott egyenesek (azaz egy pontot – nevezetesen a közös pontot - nem tartalmazó egyenesek), 2-változós kvadratikus programozás esetén pedig diszjunkt ellipsziseknek egy egyparaméteres sokasága az általános esetben. Ezért ekkor a feltételek által meghatározott sokszögek szemléltetése ugyanúgy történhet, csupán a célfüggvény egyes konstans szintjeinek, és optimális szintjének történik kicsit másképp a szemléltetése: mivel most nem párhuzamos

egyenesek a szintvonalak, ezért érdemes egyes szintek sorozatát is szemléltetni az optimum mellett.

A 3-változós hiperbolikus és kvadratikus programozási feladat szemléltetése a 2-változóssal analóg módon történik, csak arra kell ügyelni, hogy a hiperbolikus programozás célfüggvényének egy szintjét, mint implicit függvényt közvetlenül nem tudja a GeoGebra ábrázolni, hanem ahelyett, hogy a célfüggvény értéke k , egyenlet-átrendezéssel a következő egyenletet tudjuk ábrázolni:

$$c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = k(d_0 + d_1x_1 + d_2x_2 + \dots + d_nx_n)$$

amely egy sík egyenlete.

4.3 Egyéb kapcsolódó feladatok

Amint a 2.3 alfejezetben láttuk, az LP alapfeladaton kívül, és érzékenységvizsgálaton kívül, kapcsolódó részprobléma poliéder ábrázolása, ha a poliéder félterek metszeteként van adva, ill. poliéder szelése síkkal (poliédert objektum esetén azt adottnak gondoljuk, ha csúcsai, élei és lapjai ismertek). További, kapcsolódó feladatok:

- 1) Ha a konvex poliédernek csak a csúcsai adottak, akkor az éleit és lapjait határozzuk meg.
- 2) Véges sok pont konvex burkát, mint poliédert határozzuk meg.
- 3) Ha egy konvex poliéder egy laphálójával ekvivalens síkgráf adott, és az egyes lapok alakját ismerjük (pl. a lapot, mint sokszögek oldalhosszait, és csúcsaiban a szögeit), akkor határozzuk meg a poliédert egybevágóság erejéig (Cauchy egy tétele alapján ugyanis a poliéder ilyenkor egyértelműen meghatározott, egybevágóság erejéig).
- 4) Ha egy konvex poliéder lapjainak egy kiterítése adott (élek mentén csatlakozó, egymást nem átfedő sokszögek összefüggő rendszere, amelyek a poliéder lapjaival egybevágók, és az egyes csatlakozások a megfeleltethető poliéderlapoknál is fennállnak), akkor a lapok felhajtásával animálva szemléltessük a poliéder elkészítését, mint amikor papírból kivágott síkbeli alakzatból készítjük el a poliéder modelljét hajtogatással.
- 5) Adott konvex poliéderhez tartozó poláris poliéder modellezése (ennek laphálója az eredeti poliéder duálisa lesz).
- 6) Térbeli véges ponthalmaz Dirichlet-Voronoi celláinak modellezése poliéderek rendszereként 3D-ben.

5. Technikai nehézségek a GeoGebrával

Amint az eddigiekben láttuk, az LP feladatok szemléltetésének GeoGebrával történő nehézségei a következők:

- 1) Nincs általános (konvex) poliéder objektum.
- 2) Nincs szelés parancs.
- 3) Nincs konvex burok parancs.
- 4) Nem lehet féltereket ábrázolni, sem azokkal dolgozni (pl. ilyenek metszeteinek csúcsait kiszámíttatni), így nem egyértelmű, hogy egy LP feladat bemenetének (pl. egyenlőtlenségek megadása) hogyan történjen.
- 5) Kijelölhető polider csúcspontok legyenek a megoldás végén (mert ha csúcsokból listát alkotunk, akkor egyetlen csúcs, mint listabelem nem kijelölhető (a Végrehajt parancs felhasználásával lehet külön objektumot készíteni minden lista elemből).
- 6) Kivételes esetek kezelése (pl. amikor előfordul, hogy három határoló sík metszete egy egyenes, nem egy pont), ezeket kezelendő a 2.3 segédanyagában bonyolultabb, esetszétválasztásokat is figyelembe vevő munkalap készítése lenne szükséges.
- 7) 3D ablak nem mindig frissül megfelelően.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönetüket fejezik ki, hogy az 1. szerző előadhatott ezekről az eredményekről az 1. Csernyák László Emlékkonferencián 2023 januárjában, melyet a BGE Pénzügyi és Számviteli Karán (PSZK) tartottak.

Irodalomjegyzék

- [1] Csernyák, L. (szerk.): *Operációkutatás II. – Matematika közgazdászoknak*, ISBN: 9631882918, 232 pp., Tankönyvkiadó, Budapest, 1997;
- [2] Ferenczi, Z.: *Operációkutatás*, 216 pp., elektronikus jegyzet, Széchenyi István Egyetem, 2006.
http://rs1.sze.hu/~szibr/GKNB_INTM019/Ferenczi_Zoltan_Operaciokutatas.pdf

A feltételes optimalizálás geometriai szemléltetése

Tóth Attila¹ – Szabó Tibor²

^{1,2}*egyetemi adjunktus*

^{1,2}Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra, Közép-európai Tanulmányok Kara,
Pedagógusképző Intézet

E-mail: atoth2@ukf.sk, tszabo@ukf.sk

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_4](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_4)

Összefoglalás: A Lagrange feladatok megoldása helyett bizonyos esetekben ajánljuk a grafikus megoldásokat, ahol a célfüggvény egyenesének/síkjának párhuzamosaival vagy koncentrikus körökkel, esetleg más alakzatokkal közelítve a feltételek által határolt halmazához kapjuk meg az optimumot. A nemlineáris egyenlőtlenségeket ábrázolhatjuk például parabolákkal, körökkel, illetve térbeli alakzatokkal. Továbbá bemutatunk a komplementaritás elve alapján egy 3D transzponálási lehetőséget 2D-be, és vissza.

Kulcsszavak: feltételes optimalizálás, szemléltetés, komplementaritás.

Abstract: Instead of solving Lagrange's equations, we recommend geometric solutions, where the optimum is obtained by approximating the set of conditions with parallels of the main function's line or plane, or with concentric circles or other shapes. Nonlinear inequalities can be represented by parabolas, circles, or spatial shapes. Based on the principle of complementarity, we present a 3D transposition option into 2D and back

Keywords: conditional optimization, illustration, complementarity.

1. Bevezetés

A tanulmány által szeretnénk megemlíteni néhány konkrét feladat megoldását, melyeknél hangsúlyos figyelmet szentelünk a geometriai értelmezésre. Fontosnak tartjuk a helyes szemléltetést, nem szabad csak kizárólag az algebrai megoldási módszerekre hagyatkozni [1], [2], a hallgatóknak meg kell érteniük a köztük lévő kapcsolatot is. Az itt bemutatott példák főként a közgazdász szakirányú tanulmányi programok matematika oktatásába illeszkednek. Az általunk eddig ismert programozási feladatok főleg lineáris alakzatokkal foglalkoznak, illetve lineáris függvényekkel. Az bemutatott feladatainkban rámutatunk arra, hogy nemlineáris alakzatokkal is közelíthetünk a feltételek halmazához. A tanulmányban egymásra építve fokozatosan alakítjuk ki a térlátást, hogyan értelmezhető a legtöbb közgazdasági feladat geometriai úton. Rámutatunk arra, hogy a feltételek halmaza, de maga a főfüggvény is lehet nemlineáris. Tehát nemcsak egyenesekkel, de koncentrikus körökkel is közelíthetünk a feltételek különböző halmazaihoz. Ismertetünk egy bonyolultabb feladatot, amelyet Lagrange egyenletrendszer segítségével oldunk meg algebrai úton, és koncentrikus körök segítségével közelítve a

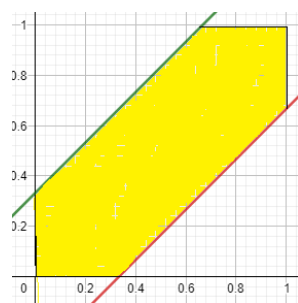
feltételek halmazához geometriai megoldást kínálunk, amit mindezidáig a szakirodalomban nem fedeztünk fel, tehát újszerű egy példán bemutatva.

2. Geometriai valószínűség

Első példaként tekintünk egy egyszerű valószínűségi problémát, szeretnénk meghatározni annak az esélyét, hogy egy fiú és egy lány találkozik. A két személy a megbeszélésük alapján 12 és 13 óra körül szeretne találkozni, és egyforma feltételeket szabnak egymás irányában. Függetlenül egymástól érkeznek, és úgy döntenek, hogy az előbb érkező fél legfeljebb 20 percet hajlandó várni (tolerancia) a másikra, mielőtt távozna. Mi a valószínűsége annak, hogy találkoznak?

A feladat a matematika nyelvén így írható fel: $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1\}$, ahol az összes lehetséges esemény egy 1×1 -es egységnyi négyzet segítségével szemléltethető. A további feltételek félsíkokkal ábrázolhatók (ahol 20 perc = $\frac{1}{3}$ óra) ugyanis, ha az A személy érkezik előbb, akkor $x \leq y$ így $y \leq x + \frac{1}{3}$. Ha a B személy érkezik előbb, akkor $y \leq x$ így $x \leq y + \frac{1}{3}$.

Ezek alapján az y értékeire érvényes, hogy $x - \frac{1}{3} \leq y \leq x + \frac{1}{3}$, ezzel együtt a feladat kezdeti feltételeit is figyelembe véve az 1. ábrán látható eredményhez jutunk. A megoldás csupán az egységnyi négyzet és a sárga síkidom területének egymáshoz viszonyított aránya. Azaz a grafikus megoldás az $y = x - \frac{1}{3}$ -egyenes feletti és az $y = x + \frac{1}{3}$ -egyenes alatti félsíkok közös halmazának, ami egy sáv, és annak metszete az összes lehetséges esemény halmazával, amelyet az 1×1 órás időintervallum határoz meg.



1. ábra A két személy találkozásának lehetséges esteit a sárga mező jelzi, ami az 1×1 -es egységnyi négyzet része

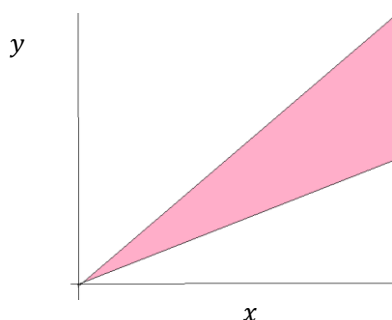
Forrás: saját szerkesztés

Az összes lehetséges esemény az egész egységnyi oldalú négyzet $m(\Omega) = 1$, ebből a találkozás eshetősége (a kedvező események halmaza) a sárga terület $m(G) = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$. A találkozás valószínűsége $P = \frac{5}{9} = \frac{5}{9}$, tehát csak $55,5$ százalékos [6].

3. Egy közgazdasági feladat vállalkozási mozgásterének szemléltetése

Az előző valószínűségi feladathoz hasonlóan a felsíkok ábrázolására hagyatkozva (illetve hasonlóan a többváltozós függvények értelmezési tartományának vizsgálatára), hasonlóan járhatunk el a határtermék értelmezésének esetében is. Itt geometriai úton szemléltethető a vállalkozók mozgásterének is. Ezt a termelés által kialakított legalsó nem átléphető szinttel tudjuk behatárolni. Ha egy termelési célfüggvény kvadratikus, például az $f: z = 5xy - x^2 - 3y^2$, akkor az egyes bemenetekre meghatározott határtermékek az elsőrendű parciális deriváltak lesznek, azaz $MPD_x = \frac{\partial f}{\partial x} = 5y - 2x$ és $MPD_y = \frac{\partial f}{\partial y} = 5x - 6y$. Mivel a fenntarthatóság szempontjából a \geq jelet kell alkalmazni, így ismét felsíkokról van szó. A halmazelméletből csak azt kell tudni, hogy ha a felső egyenes alatti, és az alsó egyenes feletti részről van szó, akkor a metszetük egy korridor. Ha emelkedő tendenciát mutatnak a termelést jellemző paraméterek, akkor [3][4]

$$5y - 2x \geq 0 \text{ és } 5x - 6y \geq 0.$$



2. ábra: A 0,83 és 0,4 iránytényezőjű egyenesek közé beékelts korridor

Forrás: saját szerkesztés

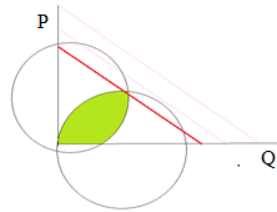
4. A diszkrimináló monopolista közgazdasági feladat mozgásterének optimalizálása és annak szemléltetése

A közgazdasági feladatokban a monopolistaként emlegetett nyereségi egyenleteinek a megoldása teljes négyzetté való átalakítás következtében könnyen ábrázolható körök segítségével, ahol P az árakat és Q a mennyiségeket jelöli. A feltételeket körökkel lehet ábrázolni. Gyakorlatilag, ha az árak a mennyiség függvényében a következőképpen adottak $P_1 = 40 - Q_1$; $P_2 = 30 - Q_2$ és a költségek, kiadások pedig $C = 6Q = 6Q_1 + 6Q_2$, akkor a nyereség kifejezhető

$\pi = P_1Q_1 + P_2Q_2 - 6C = 40Q_1 - Q_1^2 + 30Q_2 - Q_2^2 - 6Q_1 - 6Q_2$
alakban, ami összehasonlítható az $x^2 - 40x + 400 + y^2 + 30y + 225 = 625$ egyenlettel, így ez gyakorlatilag egy [20; 15] középpontból szerkesztett 25 egységnyi sugarú körrel ábrázolható, ugyanis

$$(x - 20)^2 + (y - 15)^2 = 25^2.$$

Ha a cég két országban monopól helyzetben van, és az árak a fizetőképesség arányában változnak, akkor ezt országonként egy-egy kör reprezentálja, amit a célfüggvény párhuzamosaival optimalizálhatunk. Grafikus úton a megoldás a kvadratikus tagok kialakításával egyszerűsödik két körre, illetve azok belsejének a metszetére, ami a feltételek közös halmazát adja. Ehhez a 3. ábrán látható alakzathoz egy termelési célfüggvénnyel közelítünk felülről párhuzamos egyenesekkel, így határozható meg, illetve szemléltethető mértani úton a maximális nyereség, ami éppen a közös halmaz legfelső pontja lesz.



3. ábra: A feltételek közös halmazához közelítünk párhuzamos egyenesekkel

Forrás: saját szerkesztés

5. Lagrange feladatok, ábrázolásuk és grafikus megoldásuk

A következőkben összetettebb feladatokra, ill. azok megoldásaira térünk rá. Gondolunk itt például a jól ismert Lagrange és Kuhn-Tucker által algebrai módon megoldott feladataikra, melyek megoldását grafikus módon fogjuk szemléltetni. [5].

A következőkben meghatározzuk az $(x - 1)^2 + (y - 3)^2$ célfüggvény minimumát az $x + y \leq 2$; $y \geq x$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ feltételek mellett, azaz

$$\min(x - 1)^2 + (y - 3)^2 \begin{cases} x + y \leq 2 \\ y \geq x \end{cases}; x \geq 0; y \geq 0. \quad (1)$$

A feltételek linearitása miatt, azok könnyen helyettesíthetők egyenesekkel, illetve félsíkokkal, illetve ezek metszetével. A előző fejezetben bemutatott lineáris programozás célfüggvényének egyenesével pedig megközelíthető az így nyert alakzat maximális (pl. nyereség), ill. kiadás és költség minimális pontja [5].

Jelen esetben pedig nemlineáris megoldást keresünk, ebben a nemlineáris alakzatok (parabolák, körök) külsejét (ahogy a mi feladatunkban, lásd 4. ábra), vagy éppen belsejét vizsgáljuk, hogy hol metszik egymást, és a közös feltételek halmazát melyik pontban éri el majd a célfüggvény. Grafikus úton tehát máris leolvasható az optimális pont $(f^*(x^*, y^*), \dots)$.

A célfüggvény valójában egy kör egyenlete, ahol a sugarat változtatva, koncentrikus körök segítségével a feltételektől függően szerkeszthető meg a függvény minimumhelye. Azaz, ha koncentrikus körökkel közelítünk a sárga halmazhoz, a megoldás az a pont, ahol elérjük a sárga színnel jelölt közös halmaz (lásd 4. ábra) legközelebbi pontját a kör középpontjához viszonyítva. Így hasonlóan megoldható lenne a feladat maximalizálása is. Hiszen,

amennyiben elérnénk e háromszög legtávolabbi pontját, akkor a maximumot határoznánk meg.

Ha a grafikus megoldást ellenőrizni szeretnénk, akkor az optimumot (*max/min*) numerikus módon is meg kell határozni, így gyakorlatilag alapos matematikai alapokra van szükségük a hallgatóknak. Éppen ezért mutatkozik meg bizonyosfokú hiányosság, hiszen már a COVID-19 által előidézett vírushelyzet előtt is megjelentek tanulási nehézségek, és úgy általában talán a matematikához való viszony is romlott. Ebben a tanulmányban rámutatunk arra is, miért kell megtanulni a másodfokú egyenleteket, az analitikus geometria egyenleteit és egyenlőtlenségeit, a síkok és félsíkok metszeteit, és mi a jelentősége egy-egy metszéspontnak. Hiszen végeredményként a legtöbb esetben ez adja meg az optimális megoldást.

A grafikus ábrázolás, ill. a grafikus megoldások sok esetben mutatkoznak hatékonyan olyan módszerekkel is szemben, mint a fokozatos behelyettesítés vagy a simplex. Az (1)-ből előállított

$$\mathcal{L} = (x - 1)^2 + (y - 3)^2 + \lambda_1(x + y - 2) + \lambda_2(x - y)$$

Lagrange-függvény parciális deriváltjaiból adódó egyenletrendszernek megoldása néha grafikus módon egyszerűbben oldható meg, míg az algebrai megoldás bonyolultabb lehet, ahogy ezt itt is láthatjuk:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2(x - 1) + \lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2(y - 3) + \lambda_1 - \lambda_2 = 0$$

$$\lambda_1(x + y - 2) = 0$$

$$\lambda_2(x - y) = 0$$

A megoldása aktív/inaktív módszerrel:

1. eset: ha $\lambda_1 = 0$; $\lambda_2 = 0$, ebben az esetben azonnal az első két egyenletből azt kapjuk, hogy

$2(x - 1) = 0$; $2(y - 3) = 0$, amiből adódna az $x = 1$; $y = 3$ megoldás, de visszahelyettesítve ellentmond az $x + y \leq 2$ feltételnek. Tehát ez nem elfogadható megoldás.

2. eset: ha $\lambda_1 = 0$; $\lambda_2 \neq 0$, akkor $x - y = 0$; $2(x - 1) + \lambda_2 = 0$; $2(y - 3) - \lambda_2 = 0$. Van három ismeretlen, és három egyenlet, amiből az $x = 2$, $y = 2$ és $\lambda_2 = -2$ megoldást kapnánk, ami nem teljesíti a feltételeket.

3. eset: ha $\lambda_1 \neq 0$; $\lambda_2 = 0$, akkor:

$$x + y - 2 = 0;$$

$$2(x - 1) + \lambda_1 = 0;$$

$$-2(x - 1) + \lambda_1 = 0$$

Ez a megoldás $x = 0$; $y = 2$ és $\lambda_1 = 2$ már megfelelő

4. eset: az $\lambda_1 \neq 0$; $\lambda_2 \neq 0$ esetében a következő egyenleteket kapjuk:

$$x + y - 2 = 0;$$

$$x - y = 0;$$

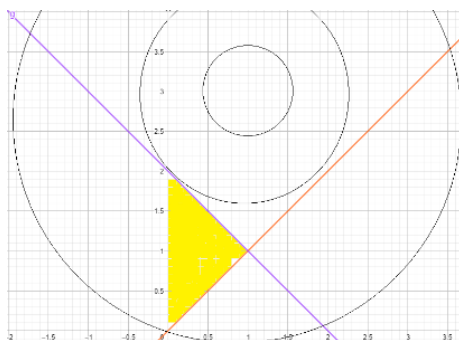
$$2(x - 1) + \lambda_1 + \lambda_2 = 0;$$

$$2(y - 3) + \lambda_1 - \lambda_2 = 0$$

A megoldás pedig $x = 1; y = 1; \lambda_1 = 2; \lambda_2 = -2$, ez ismét nem megfelelő.

Nyilván a Kuhn-Tucker megoldás az optimális $[0; 2]$ pont.

Úgy gondoljuk, hogy a grafikus megoldás egyszerűbb lehet és akár helyettesítheti az algebrai módszert is.



4. ábra: A feltételek sárga halmazához közelítünk az $(1,3)$ pontból húzott koncentrikus körökkel (GeoGebrában)

Forrás: saját szerkesztés

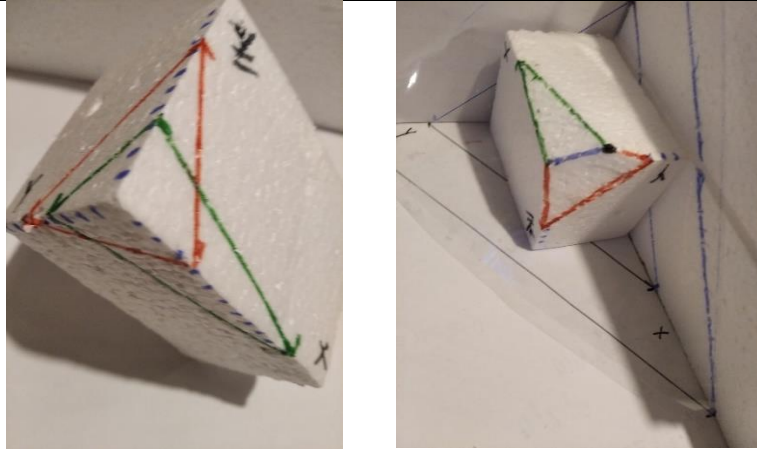
A megoldás mindkét esetben a $[0; 2]$ pont.

6. Egy térbeli feladat grafikus megoldása transzponálás segítségével

A következő példában pedig bemutatjuk a komplementaritás alkalmazását, miszerint meg lehet grafikus módszerrel oldani térbeli feladványokat is. Pedagógusként leginkább itt tűnt fel, hogy milyen síkbeli és térbeli elképzelések, a feltehetően a diákok tudásának hiányosságai végett. Talán ebben segíthetne a probléma egyszerű szemléltetése. A következő példában a célfüggvény maximumát keressük, ha a feltételek 2 térbeli sík alatti térrész közös halmaza:

$$\max 2400u_1 + 3500u_2 + 3600u_3, \text{ ha } \begin{cases} 30u_1 + 70u_2 + 90u_3 \leq 30 \\ 80u_1 + 50u_2 + 40u_3 \leq 30 \end{cases}$$

A szemléltetés egyszerű, de odafigyelést igényel és feltételezi bizonyos fokig a kézügyességünket is (ha nem számítógéppel oldják). Míg a síkban a közös halmaz képzelete egyszerű, a térben már nehezebben tudunk tájékozódni. Ezért is jó, ha a hallgatók megpróbálják fizikailag is elhelyezni a feltételek síkjait a gazdaságilag értelmezett térrész pozitív nyolcadában. Mindezt megpróbáltuk polisztirol lapokkal szemléltetni (5. ábra)



5. ábra: A feltételek halmazának közös metszetét az általuk meghatározott két sík alatti térrész adja meg, de nem mindegy, hogy a testet hogyan forgatjuk be a térrészbe, és a célfüggvény síkjainak a párhuzamosaival kell közelíteni, párhuzamos síkokkal

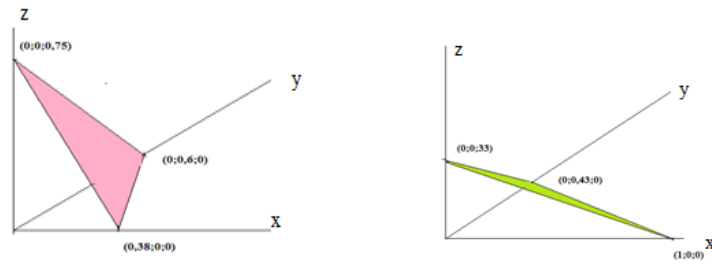
Forrás: saját szerkesztés

Az 5. ábrán látható, hogy átlátszó fóliával közelítünk a kapott poliéderhez, a jobboldali ábrán látható alaplapokon szerkesztett vonalak párhuzamosaival. Ez még eléggé jól elképzelhető és kivitelezhető. Bonyolultabbá válik a feladat, amikor a síkok feletti térrészek közös halmazát kell megállapítani, ezt az imént bemutatott módon, polisztirol lapokkal szeretnénk kivitelezni.

Tekintsük az alábbi feladatot, ahol egy idegenforgalmi vállalatnak 3 részlege van, és a működtetéseinek a feltételeit, illetve a kiadásait, költségeit ($f(u_1, u_2, u_3) = 2400u_1 + 3500u_2 + 3600u_3$) minimalizálni szeretnénk. Ezt két egyenlőtlenséggel korlátozzuk ($30u_1 + 70u_2 + 90u_3 \geq 30$ és $80u_1 + 50u_2 + 40u_3 \geq 30$) a fenntarthatóság szempontjából, azaz [5]:

$$\min 2400u_1 + 3500u_2 + 3600u_3, \text{ ha } \begin{cases} 30u_1 + 70u_2 + 90u_3 \geq 30 \\ 80u_1 + 50u_2 + 40u_3 \geq 30 \end{cases}$$

$u_1 \geq 0, u_2 \geq 0$ a $u_3 \geq 0$. Ez egy térbeli 3D feladvány, azért is fontos, mert például az idegenforgalmi vállalatok fenntartóinak az energiaválság idején még jobban oda kell figyelni, hogy például télen melyik részleget kell kifűteni, és melyiket nem éri meg végképpen. Annyit tudunk csupán eldönteni, hogy az egyes síkokban melyik egyenes van felül, és a két egyenes feletti térrészről van szó. A térbeli próbálkozásokkal akár fejleszthetjük a térlátás képességét is, melyben általában elég rosszul teljesítenek a hallgatók. Ha egy konvex poliéder a térrész, akkor az előző feadat „lenyomatával” alkotjuk meg a térrészeket, amelynek a csúcsai az extrémális pontok.



6. ábra: A feltételek síkjainak célfüggvény síkjainak a párhuzamosaival kell közelíteni
 Forrás: saját szerkesztés

A minimalizálási feladatban alulról közelítünk a fősíkkal, a matematika új fejezetei azonban a komplementaritás segítségével más lehetőséget is kínálnak. A térbeli fő feladványt (prím függvény) egy duál megoldás segítségével transzponáljuk síkbelivé. Tehát 3D-ből transzponáljuk 2D-be, majd miután megállapítottuk, hogy melyik feltétel nem befolyásolja a prím optimumát, visszatranszponálunk.

min $2400u_1 + 3500u_2 + 3600u_3$, ha a feltételek

$$\begin{cases} 30u_1 + 70u_2 + 90u_3 \geq 30 \\ 80u_1 + 50u_2 + 40u_3 \geq 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30u_1 + 70u_2 + 90u_3 \geq 30 \\ 80u_1 + 50u_2 + 40u_3 \geq 30 \end{cases}$$

Megkeressük a feltételek baloldalának a mátrixát, ezt transzponáljuk

$$\begin{pmatrix} 30 & 70 & 90 \\ 80 & 50 & 40 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{a transzponálás után } \begin{pmatrix} 30 & 80 \\ 70 & 50 \\ 90 & 40 \end{pmatrix} \text{ majd mindezt megoldjuk}$$

a duál segítségével, amikor a feladványok eleje és hátulja felcserélődik. Az előjelek is felcserélődnek, tehát ami \geq az \leq lesz.

$$\max 30x_1 + 30x_2, \text{ ha a feltétel } \begin{cases} 30x_1 + 80x_2 \leq 2400 \\ 70x_1 + 50x_2 \leq 3500 \\ 90x_1 + 40x_2 \leq 3600 \end{cases} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Az első feltétel az f egyenes, a másik feltétel a g és a harmadik a h egyenes segítségével ábrázolható, az egyenesek alatti közös halmaz pedig csakis az f és h alatti terület. A g egyenes tehát nem befolyásolja a fősíkok metszetét, így a kettős egyenes ún. rejtett értéke nulla. A komplementaritás elve alapján ezért a prím feladvány második paramétere ($u_2 = 0$) kell nulla legyen. De elsősorban meg kell állapítani a transzponált feladat optimumát (*). Ha a főfüggvény által meghatározott párhuzamosokkal közelítjük meg a három feltétel közös halmazát, láthatóan a p egyenes éri el egy pontban ezt a halmazt. Ez a pont pedig az f és g metszéspontja.

A feltételes optimalizálás geometriai szemléltetése



7. ábra: az f, g, h -val jelzett egyenesek alatti félsíkok közös halmazához közelítünk párhuzamosan p, r -el

Forrás: saját szerkesztés

$$30x_1 + 80x_2 = 2400$$

$$90x_1 + 40x_2 = 3600$$

Az egyenletpáros megoldása $x_1^* = 3,2$ és $x_2^* = 1,8$. Behelyettesítve a célfüggvénybe

$f^* = 1500$ értéket kapunk.

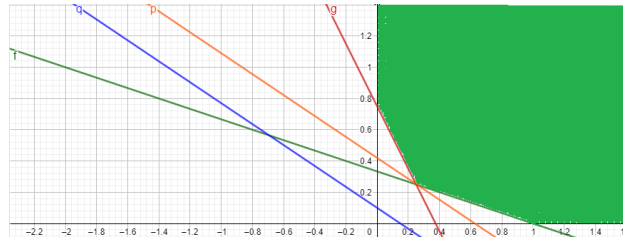
Az ezredforduló utáni új matematikai fejezetek segítségével tehát megoldható a 3D, hiszen ezt a megoldást visszatranszponáljuk az eredeti feladványba azzal, hogy megállapítottuk, hogy az $u_2 = 0$. a min $2400u_1 + 3500u_2 + 3600u_3$,

$$\text{ha a feltétel } \begin{cases} 30u_1 + 70u_2 + 90u_3 \geq 30 \\ 80u_1 + 50u_2 + 40u_3 \geq 30 \end{cases}$$

A térbeli feladat redukálódik síkbelivé

$$\text{min } 2400u_1 + 3600u_3, \text{ ha a feltétel } \begin{cases} 30u_1 + 90u_3 \geq 30 \\ 80u_1 + 40u_3 \geq 30 \end{cases}$$

Ami már sikeresen megoldható a síkban, ismét a két egyenes ($30u_1 + 90u_3 = 30; f$) és ($80u_1 + 40u_3 = 30; g$) feletti közös síkrész meghatározásával jön létre a feltételek értelmezési közös halmaza.



8. ábra: Az f, g félsíkok közös metszetéhez közelítünk a fő függvényvel párhuzamosokkal (p, q)

Forrás: saját szerkesztés

Ehhez a halmazhoz közelítünk alulról a főegyenessel párhuzamosokkal (p, q) , így alulról elérve a közös halmaz első pontját megkapjuk a prím feladat optimumát, ami a minimális költséget jelenti. A feladat tényszerűen megállapítja egy idegenforgalmi vállalatnál, hogy melyik részleget kell és meddig üzemeltetni, és melyiket nem kell pl. éppen a fűtés miatt csak kis lángon temperálva fenntartani, de mindenképpen télire bezárni (a mai energiaviszonyok mellett egyre inkább aktuálissá válik ez a téma).

$$30u_1 + 90u_3 = 30 \quad (2)$$

$$80u_1 + 40u_3 = 30 \quad (3)$$

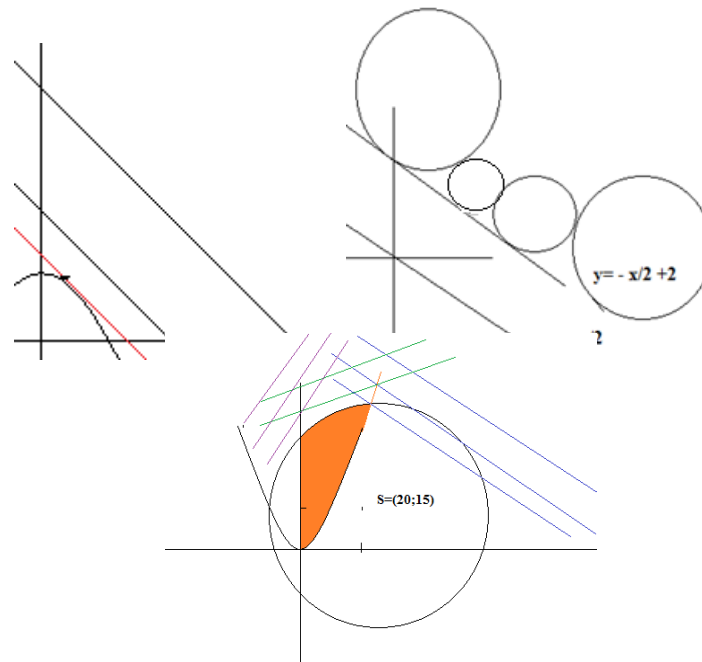
Mivel a kettes egyenes kinullázódik a komplementaritás elve végett, a megoldás a fő feladat (2) és (3) egyeneseinek a metszéspontja. A számítás csak megerősíti az ábrából is leolvasható értékeket, miszerint $u_1^* = 0,25$ a $u_3^* = 0,25$.

A fő függvény minimalizálásának a megoldása tehát a behelyettesítés után (f^*) : $\min 2400u_1 + 3500u_2 + 3600u_3 = 2400 * 0,25 + 3500 * 0 + 3600 * 0,25 = 1500$, ami megegyezik az előző optimummal.

Ezek a geometriai megoldások nagyon igényesek, sok esetben igényeltetik a nagyítás és kicsinyítés, valamint roppant érzékeny éppen a fő függvény iránytényezőjére. Sok esetben pl. hozzá is simulhat egy-egy szakasz részhez, ebben az esetben a megoldás a szakasz összes pontja lehet optimális megoldás [5].

7. Feltételes optimalizálási feladatok megoldásainak szemléltetése

A következő feladatban szemléltetjük egy célfüggvény és egy feltétel példáját, $\max f(x, y) = x + y$; $g((x, y): x^2 + y = 1$. Ezt a ábrán baloldalon van lerajzolva [9]. Ha a baloldalon levő feladat célfüggvényét és feltételét kicseréljük $(f \leftrightarrow g)$, akkor nem párhuzamos egyenesekkel közelítünk, hanem parabolákkal, nagyítással egy konkrét $x + y = 5$ egyeneshez. A középső képen pedig egy másik feladatban körök nagyságát kereshetjük, ennek a $\min f(x, y) = x^2 + y^2$; $g(x, y): x + 2y = 4$ feladatnak a szemléleteséből kitűnik, hogy az adott egyenes pontjaiból (pontpárból) mekkora nagyságú köröket szerkeszthetünk (a középső ábra csak egyszerű szemléltetés, nem pontos ábrázolás). A jobboldali ábrán pedig azt mutatjuk be, hogy egy kör és egy félsík közös halmazához a pozitív síknegyedben milyen fontos, hogy megfelelően és pontosan tudjuk a célfüggvény iránytényezőjét. Párhuzamos egyenesekkel közelítünk, az ábrázolásból kitűnik, hogy pozitív, vagy negatív-e az iránytényező [9].



9. ábra: parabolához közelítés párhuzamos egyenesekkel, középen x, y pontbárból alkotott körök, jobboldalon pedig egy kör és parabola (nemlineáris feladat) közös halmazához közelítünk különböző iránytényezőjű egyenesekkel.

Forrás: saját szerkesztés

8. Befejezés

Az egyetemi példákon keresztül talán érthetővé válik, milyen súlyos következményekkel jár a geometriai hiányosság, a nem megfelelő síkbeli és térbeli képzelet. Felmérések segítségével kezdtük mérni, hogy hogyan és mikor alakul ki a síkbeli látás, térbeli elképzelés. A felsőbb tagozaton az egyszerű feladatok tovább fejlesztésével érthetőbbé vált rajzzal a maradékos és maradéknélküli osztás [7]; középfokon bizonyosan könnyebben volt értelmezhető a valós és képzetes számok levezetése az ábrákon keresztül. Mindebben programok is a segítségünkre lehetnek (pl. Solid Edge), de a 3D szemüveges geometria megértése, rajzolása is [10]. Főiskolai szinten pedig a feltételes optimalizálás is lehetséges a geometria segítségével. Nemcsak a tanáraink, de a hallgatóink is felfedeznek, rácsodálkoznak újabb és újabb ábrázolási módszerekre, lehetőségekre. A feladatok megoldhatóak polisztírol lapok segítségével is, hiszen a síkmetszetek halmaza könnyen kivitelezhető. Van aki a GeoGebrában keresteti a megoldást, a 3D GeoGebra parancshiánya azonban ezt még korlátozza. Gyakorlati jelentősége pedig éppen egy gazdasági korridor szemléltetése, ahol a felszínen maradás határesetei ábrázolandók. A gazdasági matematikában (monopolista) és a valószínűségszámításban egyaránt nyer fokozatosan teret a geometriai szemléltetés. A célunk

rendíthetetlenül az, hogy elősegítsük a rajzokkal a rálátást az összefüggésekre, valamint gyakorlati alkalmazásukra, mindezt alátámasztja a tény, hogy új kihívások elé nézünk. A bemutatott példák konkrét közgazdasági problémák újszerű, geometriai megoldásait ismertetik. Az eddig általunk ismert példák nem tartalmaznak kisebbedő, vagy nagyobbodó nemlineáris alakzatokat (körgömb, parabola-paraboloid, ...), amelyek segítségével közelítünk a feltételek halmazához.

Irodalomjegyzék

- [1] Hamala, M.: *Nelineárne programovanie*, (1972). Bratislava: Alfa 47, (pp. 231);
- [2] Gass, S. I. *Lineárne programovanie*, (1972). Bratislava: Alfa. (pp. 47);
- [3] Fecenko, J.; Pinda, L.: *Matematika 1.* (2006). Bratislava: Iura Edition. (pp. 65);
- [4] Fecenko, J.; Sakálová, K.: *Matematika 2.* (2004). Bratislava: Iura Edition. (pp. 59-61, 81);
- [5] Sydsaeter, K.; Hammond, P.I.: *Matematika közgazdászoknak.* (2006). Budapest: Aula. (pp. 641-665);
- [6] Vrábelová, M.; Markechová D.: *Pravdepodobnosť a štatistika.* (2001). Nitra: UKF. (pp. 24);
- [7] Nagy, L. Zs.: *Záhadný svet čísel*, (2021), Nitra: UKF (pp. 68-78);
- [8] Pál, I.: *Térgeometria a műszaki gyakorlatban* (1973). (pp. 6, 10,11);
- [9] Tóth, A.: *A geometriai megoldások új szerepe a gyakorlatban* (2022), XXV. Apáczai Napok, Győr (pp. 58-66);
- [10] Tóth, A; Sedláková, M. *Geometriai vizualizáció a gyakorlatban*, (2021) OxiPO, (pp. 83-95). <https://doi.org/10.35405/OXIPO.2021.1.83>

A munkaerőpiaci folyamatok alakulása és mérésének lehetőségei az Európai Unióban

Dr. Ferkelt Balázs¹ – Sándorné Prof. Dr. Kriszt Éva²

¹egyetemi docens, ²egyetemi tanár

¹Budapesti Gazdasági Egyetem, Külkereskedelmi Kar Társadalomtudomány és Pedagógia Intézet Nemzetközi Kapcsolatok Tanszék

²Budapesti Gazdasági Egyetem, Pénzügyi és Számviteli Kar Kvantitatív Módszertan Intézet Alkalmazott Kvantitatív Módszertan Tanszék

E-mail: ferkelt.balazs@uni-bge.hu, kriszt.eva@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_5](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_5)

Összefoglalás: A tanulmány áttekinti a munkaügyi statisztika és a munkaerőpiaci folyamatok mérésének legfontosabb mutatószámait, bemutatva azok eltérő tartalmát (pl. foglalkoztatási arány, munkanélküliségi ráta, aktivitási arány és az elsődleges munkaerőpiac elemzése), valamint azok utóbbi években bekövetkezett módszertani változásait is. A kutatás célja az Európai Unió munkaerőpiaci folyamatainak sokrétű elemzése a 2000-es években, különös tekintettel a 2008-2009-es világméretű pénzügyi-gazdasági válság és az eurozóna egyes országaiiban bekövetkezett államadósságválság hatásaira. Az elemzés tárgyát képezik az átlagmutatók alakulása mögötti hatások értékelése, valamint az Európai Unió foglalkoztatás növekedését ösztönző dokumentumainak, intézkedéseinek vizsgálata is.

Kulcsszavak: statisztikai mérhetőség, foglalkoztatottság, munkanélküliség, Európai Unió, szigma-konvergencia.

Abstract: The study reviews the most important indicators of labour statistics and the measurement of labour market processes, presenting their different contents (e.g. employment rate, unemployment rate, activity rate and analysis of the primary labour market), as well as their methodological changes in recent years. The aim of the research is the multifaceted analysis of the labour market processes of the European Union in the 2000s, with particular regard to the effects of the 2008-2009 global financial and economic crisis and the public debt crisis in some countries of the Eurozone. The subject of the analysis is the evaluation of the effects behind the evolution of the average indicators, as well as the examination of the documents and measures of the European Union encouraging the growth of employment.

Keywords: statistical measurability, employment, unemployment, European Union, sigma-convergence.

Bevezetés

Tanulmányunkban a munkaerőpiaci folyamatok mérhetőségével és mérésével, majd az alkalmazott mutatók felhasználásával azok Európai Unión belüli alakulásával foglalkozunk. Célunk a fogalmak és a mutatószámok nemzetközi tartalmának vizsgálata, egységesítése és így az összehasonlíthatóság biztosítása, és ezek alapján a munkaerőpiaci helyzet alakulásának vizsgálata az

Európai Unióban és a tagországokban 2000 és 2020 között. A téma aktualitását a 2000-es évek válságai, másfelől pedig az utóbbi években több tagországban jelentkező munkaerőhiány adja. Az elemzések során kiemelten kezeljük a 2008-2009-es gazdasági válság hatását és külön is vizsgáljuk a folyamatokat a visegrádi országokban.

1. Mérés és mérhetőség

Mielőtt a gazdaság humán erőforrását leíró munkaerőpiaci folyamatok alakulásával foglalkoznánk feltétlenül szólnunk kell az ehhez szükséges statisztikai adatok összegyűjtésének módjáról, tartalmáról és kritikai értékeléséről. A statisztikai adatok általában felmérés, számlálás útján keletkeznek, de először is döntenünk kell arról mit és milyen tartalommal kívánunk megmérni, azaz számszerűsíteni. A mérés ugyanis nem jelent mást, mint számok megfelelő szabályok szerinti hozzárendelését tulajdonságokhoz. Ezek a hozzárendelési szabályok eldöntik, hogy milyen mérési skálákat alkalmazunk, abból pedig az elvégezhető műveletek következnek. A mérés során célunk a mért mennyiséget jellemző mérőszám meghatározása megfelelő mérőeszkővel és mértékegységgel.

Statisztikai szempontból kiemelten fontos az összehasonlíthatóság biztosítása, amihez egységes tartalommal azonos mértékegységekben és megfelelő nagyságrendben kell összerendezni a statisztikai adatokat. Az adatokkal szembeni bizalmat nem, hogy nem gyengíti, de erősíti, ha figyelembe vesszük az adatok abszolút és relatív hibáját, mintából való következtetés esetén pedig a megbízhatóságát és az érvényességét. Az előbbi a statisztikai mintavételből eredő hibával az utóbbi pedig az esetleges válaszmegtagadásokkal, adathiányokkal hozható összefüggésbe. A későbbiekben látni fogjuk, hogy milyen lényeges változást hozott az európai munkaerőpiaci felmérésekben az Eurostatnál 2021. január 1-től bevezetett módszertani változtatás.

Az elemző kiemelten kezeli a mérést és a statisztikai adatokat, de nem támaszkodhat csak rájuk. Mára már jól kialakult módszertana van a kvalitatív kutatásoknak is és így a két szempontrendszer a legtöbb esetben jól kiegészíti egymást.

A társadalmi-gazdasági élet jelenségeinek vizsgálatához is elengedhetetlen a számszerűsítés, a mérés, ilyenek az általunk vizsgált munkaerőpiaci folyamatok is, de óvakodni kell attól, hogy csak a mérhető dolgokra terjedjen ki a vizsgálatunk. Albert Einstein erre való figyelmeztetésül a Princetone Egyetemen lévő dolgozószobája falára a következőket írta fel: *„Nem minden megszámlálható, ami számít és nem minden számít, ami megszámlálható.”*

1.1 A munkaerőpiaci statisztika területei és a folyamatok mérése

A humán erő, mint a gazdaság egyik legfontosabb erőforrása a gazdasági folyamatok elemzésének központi eleme.

Sokszor találkozunk azonban ellentmondásokkal, látszólag ugyanabból az adatbázisból eltérő következtetésekkel. Itt legtöbbször valóban csak látszólag hasonló, vagy azonosnak vélt adatokról és főleg azonos módon számított mutatószámokról van csak szó. Az eltérések általában a különböző fogalmi rendszerből, illetve az azonos fogalmak eltérő tartalmából adódnak. Ezért fontosnak tartjuk, hogy áttekintsük a statisztikai felvételeknél milyen foglalkoztatási fogalmakkal találkozunk nemzetközi szinten és ezt hogyan követi a statisztikai adatgyűjtés.

A munkaügyi statisztika fontosabb vizsgálati területei a következők:

- Foglalkoztatottság, munkanélküliség, mint a munkaerőpiac állapotjellemezői;
- Kereset és annak elemei, munkajövedelem;
- Munkaerőköltség;
- Munkaidő, munkaidő-kiesés, műszakrend;
- Sztrájk;
- Üres álláshelyek;
- Egyéb munkakörülményi jellemzők. [1]

Ezek közül jelen vizsgálatunkban a munkaerőpiaci folyamatok jellemzőivel foglalkozunk. A munkaerőpiacon található bizonyos mennyiségű és összetételű munkaerő-kereslet és bizonyos mennyiségű és összetételű munkaerő-kínálat. A munkaerő-kereslet a gazdaság munkaerőigényét testesíti meg, míg a munkaerő-kínálati oldalon a lakosság azon része áll, akik képességeik és szándékaik szerint alkalmasak a társadalmi érték-előállítás folyamatban való részvételre és munkavégző képességüket áruba bocsátják a munkaerőpiacon.

1.2 A fogalmak és azok tartalma

A következőkben áttekintjük az Eurostat standardjai szerint a munkaerő-felméréseknél a KSH által is használt fogalmi rendszert.

Foglalkoztatott, aki az adott héten legalább 1 órányi, jövedelmet biztosító munkát végzett, vagy rendelkezett munkával, de abban átmenetileg (pl. betegség, szabadság, ideértve a szülési szabadságot is) nem dolgozott. [2]

Munkanélküli, aki

- az adott héten nem dolgozott, és
- nincs is olyan munkája, amelytől csak átmenetileg volt távol,
- a kikérdezést megelőző négy hét folyamán aktívan keresett munkát,
- a kikérdezés időpontjában rendelkezésre állt, azaz két héten belül munkába tudna állni, ha megfelelő állás kínálkozna számára, illetve már talált munkát, ahol 90 napon belül dolgozni kezd. [2]

Gazdaságilag aktívak a foglalkoztatottak és a munkanélküliek.

Gazdaságilag nem aktívak azok, akik nem sorolhatók sem a foglalkoztatottak, sem a munkanélküliek csoportjába.

Érdeemes végig gondolni kik is tartoznak a gazdaságilag nem aktívak csoportjába, erre a következő választ adhatjuk:

- a tanulók,
- a nem dolgozó nyugdíjasok,
- a háztartásbeliek,
- az idénymunkások az idényen kívül, ha nem kerestek munkát,
- a gyermekgondozási ellátást igénybe vevők.
- Sajátos csoportot képeznek ezen belül az ún. passzív munkanélküliek, akik szeretnének ugyan munkát találni, de kedvezőtlennek ítélve esélyeiket, nem keresnek aktívan munkát.

A munkaerőpiaci folyamatok vizsgálatának az alábbi kiemelt mutatót számítják és publikálják rendszeresen a hivatalos statisztikai szolgálatok:

Munkanélküliségi ráta: a munkanélkülieknek a gazdaságilag aktívakhoz viszonyított aránya. [2]

Foglalkoztatási arány: a foglalkoztatottaknak a népességhez viszonyított aránya. [2]

Aktivitási arány: a gazdaságilag aktívak (foglalkoztatottak és munkanélküliek) népességen belüli aránya. [2]

Foglalkoztatási ráta: a foglalkoztatottak aránya az aktív korú lakosság százalékában. [2]

Aktivitási ráta: a gazdaságilag aktívak aránya az aktív korú lakosság százalékában, az Európai Bizottság gyakorlata szerint. [3] (A munkaerőpiaci mérések módszertanáról részletesen ld. [4].)

Az Európai Unió is ezeket a fogalmakat és mutatókat használja célkitűzéseiben. A 2000-2010 közötti időszakra vonatkozó Lisszaboni Stratégiában például a foglalkoztatási rátát illetően; a 15-64 éves lakosság 70 százaléka volt a foglalkoztatási cél. [5] Az Europe 2020 stratégia ugyanakkor 2020-ra a 20-64 éves korosztály foglalkoztatási rátájára vonatkozóan fogalmazta meg a 75 százalékos célértéket.

2. Az EU legfontosabb munkaerőpiaci mutatói és azok alakulása

2.1 Módszertani megállapítások

Kutatásunk során a munkanélküliségi, a foglalkoztatási és az aktivitási ráta alakulását vizsgáltuk az Európai Unió jelenlegi 27 tagországának vonatkozásában (Horvátországot már 2000-től figyelembe véve, ugyanakkor az Egyesült Királyságot a teljes időszakban figyelmen kívül hagyva), külön kiemelve a V4 (Csehország, Lengyelország, Magyarország, Szlovákia)

országocportot. (A viseográdi országok munkaerőpiacának részletes elemzését ld. [6]. Az Európai Unió munkaerőpiacát értékelte korábban a hazai szakirodalomban többek között Artner Annamária [7].)

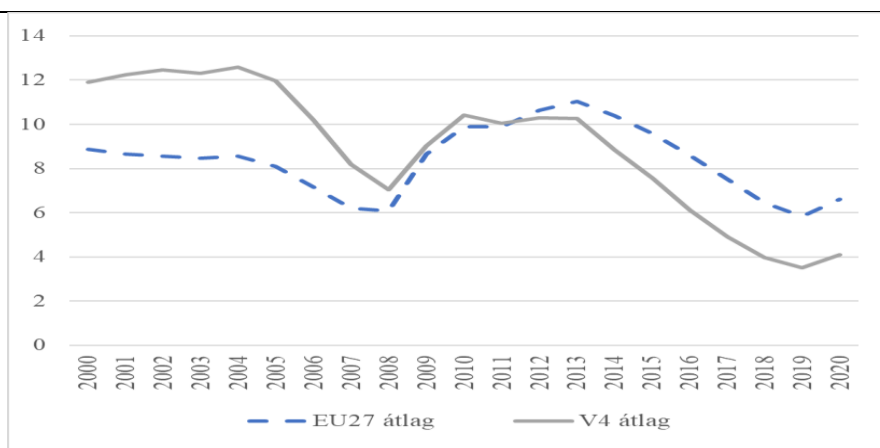
Vizsgálatainkat a 20-64 éves korosztály vonatkozásában végeztük, összhangban a Europe 2020 stratégia korábbiakban említett célkitűzésével. Elemzésünkben a 2000 és 2020 közötti időszakot vettük alapul, több okból is. Az egyik ok, hogy az Eurostat 2021. évi módszertani változtatása előtt erre a teljes időszakra rendelkezésre állnak a korábbi módszertan szerint egységesen gyűjtött és számított adatok. 2021. január 1-jétől az Eurostat munkaerőpiaci felmérések során felvett adatgyűjtésében módszertani változásra került sor, a gyed, gyés mellett dolgozókon túl azok a – korábban inaktívnek vagy munkanélkülinek számító – személyek is foglalkoztatottnak minősülnek, akik a gyermekgondozási ellátás igénybevétele előtt dolgoztak utoljára, a távollét idején pénzbeli juttatásban részesülnek, és az ellátás igénybevételét követően visszatérhetnek a korábbi munkahelyükre. Mindezek értelmében 2021-től új módszertan alapján számítják az egyes mutatókat és az új módszertani eljárás alapján nem történt meg egészen 2000-ig a korábbi mutatók átszámítása. A másik ok, hogy a huszonegy éves időintervallum lehetőséget ad több recesszió hatásainak is az értékelésére.

Az egyes mutatókat (rátákat) – az Eurostat által is alkalmazott, tized pontosággal megadott, azaz egy tizedesjegyre történő kerekítés negatív hatásait kiküszöbölendő – a létszámadatokból (aktív korú lakosság, foglalkoztatottak, munkanélküliek száma) számítottuk ki. A munkanélküliségi, foglalkoztatási és aktivitási ráta esetében relatív szórást, valamint a Solow növekedési modelljéből levezethető, és az egyenlőtlenségek általános szintje alakulásának vizsgálatára használt szigma-konvergenciát számítottunk, ami az egyes ráták logaritmus értékeinek szórása. (ez utóbbit ld. részletesebben [8]).

2.2 A munkaerőpiaci mutatók vizsgálata

Az Európai Unióban, illetve jogelődjében, az Európai Közösségekben az 1980-as és 90-es években komoly problémát jelentett a magas munkanélküliség.

A munkaerőpiaci helyzet javítása érdekében 1997-ben Luxemburgban foglalkoztatási csúcsot tartottak és döntöttek a foglalkoztatáspolitikai intézményesített formában történő összehangolásáról, valamint egy közös foglalkoztatási stratégia kialakításáról. [9]

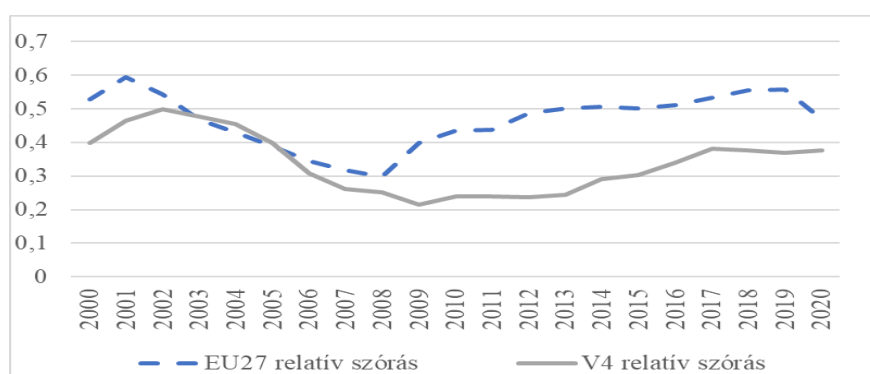


Forrás: Eurostat (2022) [10] alapján saját számítás és szerkesztés
1. ábra

Munkanélküliségi ráta (átlag) az EU-27 és a V4 országokban (% , 2000-2020)

A 2000-es évek elején (ld. 1. ábra) a munkanélküliségi ráta jelentős csökkenésnek indult az EU-ban, a 2008-2009-es világméretű pénzügyi-gazdasági válság, majd az euroövezet egyes országaiban kitört szuverén adósságválság az 1990-es évekhez hasonló munkaerőpiaci helyzetet okozott, a 2014-2019 közötti dinamikus gazdasági növekedésű időszak viszont ismét 6%-ra tudta mérsékelni az átlagos munkanélküliségi rátát az EU-ban.

A rendszerváltoztató országok, így a visegrádi országok lényegesen magasabb munkanélküliséget mutattak európai uniós csatlakozásuk előtt, a válságok az uniós átlaghoz hasonló hatást gyakoroltak az ő esetükben is, viszont 2019-re az uniós átlagnál 2 százalékponttal alacsonyabb munkanélküliségi rátát értek el, megközelítve ezzel több országban a munkanélküliség természetes rátáját.

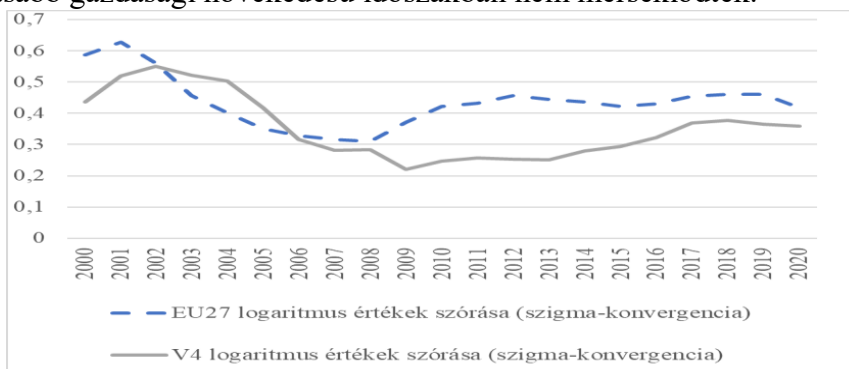


Forrás: Eurostat (2022) [10] alapján saját számítás és szerkesztés
2. ábra

Munkanélküliségi ráta relatív szórása az EU-27 és a V4 országokban
(% , 2000-2020)

A munkanélküliség terén a relatív szórás (2. ábra) és a szigma-konvergencia (3. ábra) eredmények alapján a tagországok közötti különbségek 2002 és 2008 között jelentősen csökkentek.

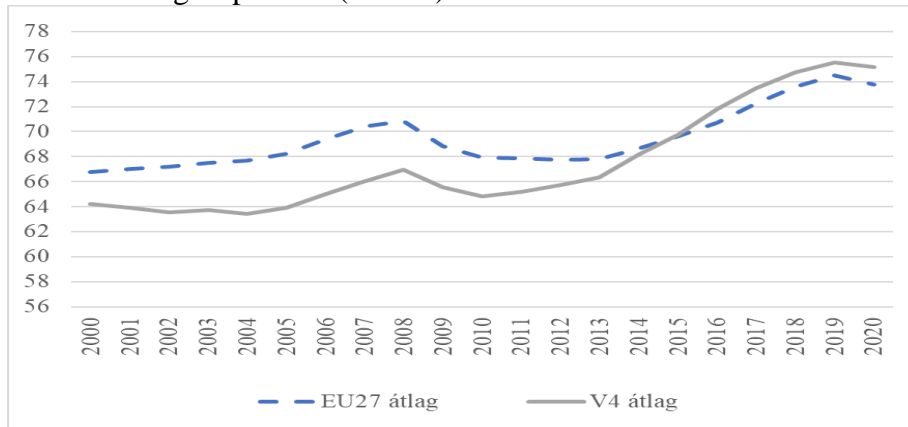
Érdekes ugyanakkor, hogy a 2008-2009-es, illetve később az adósságválság következtében megnövekedett átlagos egyenlőtlenségek a 2014-2019 közötti magasabb gazdasági növekedésű időszakban nem mérséklődtek.



Forrás: Eurostat (2022) [10] alapján saját számítás és szerkesztés
3. ábra

Munkanélküliségi ráta szigma konvergenciája az EU-27 és a V4 országokban (2000-2020)

A 2000-es évek elején a 2008-2009-es válságig a munkanélküliségi ráta csökkenésével párhuzamosan a foglalkoztatási ráta is dinamikusabban növekedett mind a két országcsoportban (4. ábra).

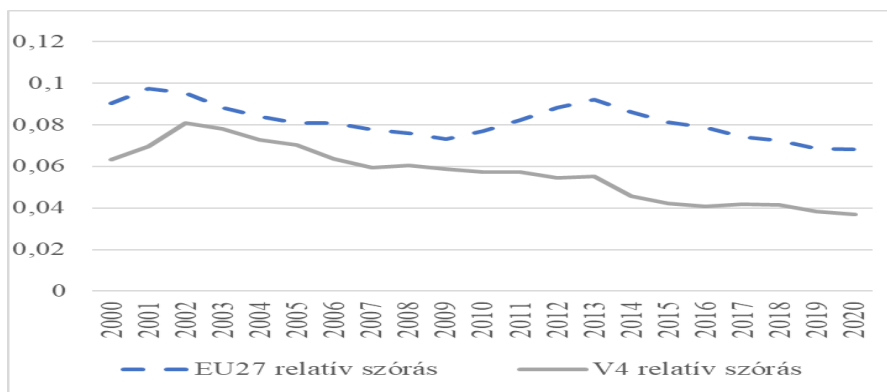


Forrás: Eurostat (2022) [10] alapján saját számítás és szerkesztés
4. ábra

Foglalkoztatási ráta (átlag) az EU-27 és a V4 országokban (% , 2000-2020)

A két tendencia ugyanakkor nem törvényszerűen valósul meg együttesen, tekintettel arra, hogy a munkanélküliség akkor is csökkenhet, ha a gazdaságilag nem aktívak száma jelentősen bővül. A 2008-2009-es válság hatására a foglalkoztatási helyzet is romlott, válság csak kis mértékben mérsékelte a foglalkoztatást és 2019-re a ráta megközelítette az Europe 2020 stratégiában meghatározott 75 %-os célértéket. A visegrádi országok átlaga 2015-től meghaladja az uniós átlagot, köszönhetően többek között Csehország 80 %

közeli értékének. A pandémia okozta recesszió munkaerőpiaci hatása 2020-ban jól kivehető mind a munkanélküliségi, mind pedig a foglalkoztatási ráta alakulása esetén.

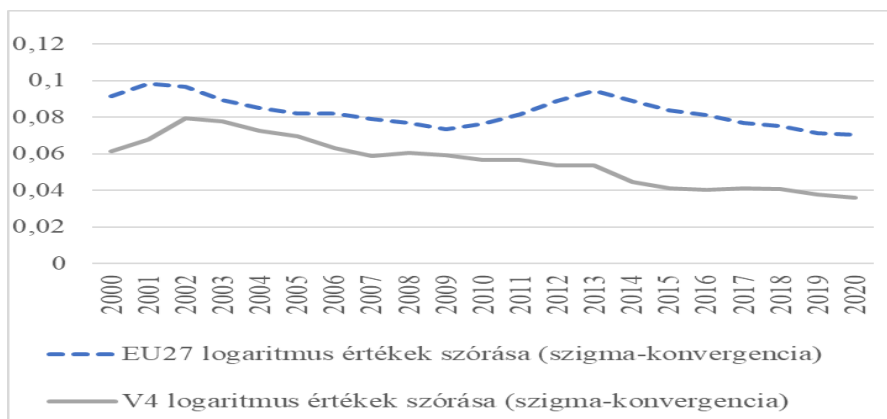


Forrás: Eurostat (2022) [10] alapján saját számítás és szerkesztés

5. ábra

Foglalkoztatási ráta relatív szórása az EU-27 és a V4 országokban (% , 2000-2020)

A foglalkoztatási ráták relatív szórása és szigma-konvergenciája (5. és 6. ábra) részben eltérő tendenciát mutat a munkanélküliségi rátától, mivel 2013-tól a foglalkoztatás terén egyértelműen és jelentősen csökkentek az átlagos különbségek mindkét országcsoport esetében.



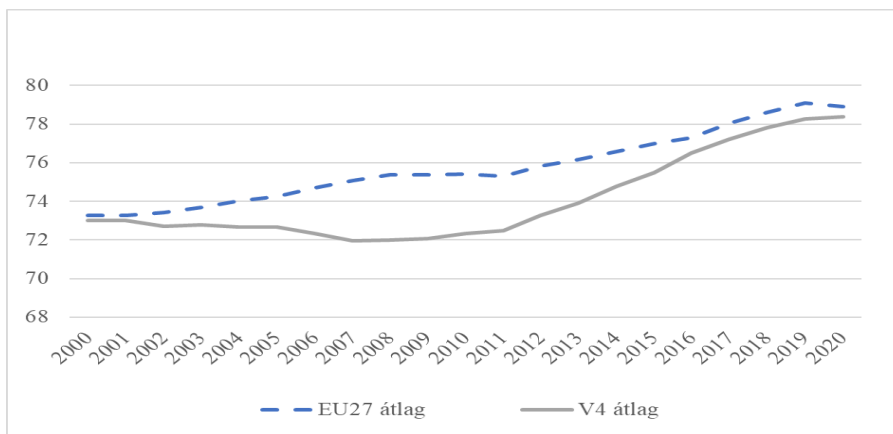
Forrás: Eurostat (2022) [10] alapján saját számítás és szerkesztés

6. ábra

Foglalkoztatási ráta szigma konvergenciája az EU-27 és a V4 országokban (2000-2020)

Az aktivitási ráta uniós szinten egyedül 2010-ben mutat nagyon enyhe csökkenést, illetve 2020-ban egy jelentősebb visszaesést, ez utóbbi magyarázható a pandémia egészségügyi hatásaival. Egyébiránt a gazdaságilag aktívak száma folyamatosan emelkedett a vizsgált időszakban.

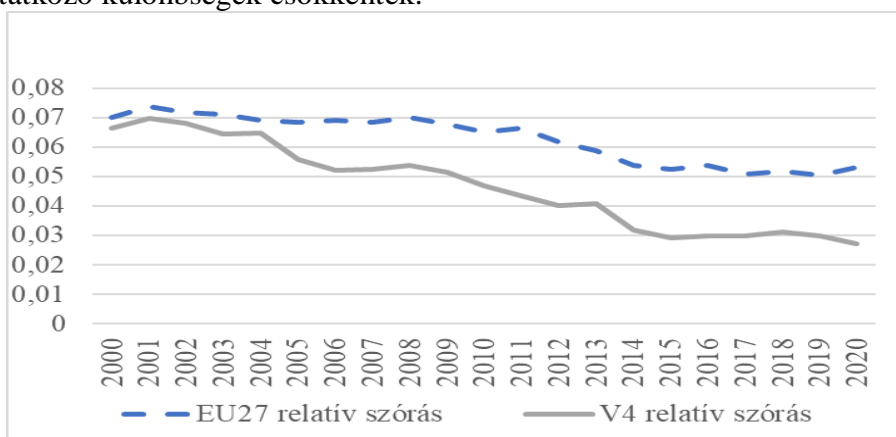
Érdekes ugyanakkor megfigyelni, hogy 2015-től a visegrádi országok munkanélküliségi rátája alacsonyabb, foglalkoztatási rátája magasabb, mint az uniós átlag, ezzel szemben az aktivitási rátája alacsonyabb. Ez egyértelműen arra utal, hogy ebben az országcsoportban a gazdaságilag nem aktívak aránya magasabb, mindez azt is jelenti – attól függően, hogy ebben a lakosság rosszabb egészségügyi állapota milyen részt képvisel – ebben az országcsoportban rendelkezésre állhat még mobilizálható munkaerő.



Forrás: Eurostat (2022) [10] alapján saját számítás és szerkesztés
7. ábra

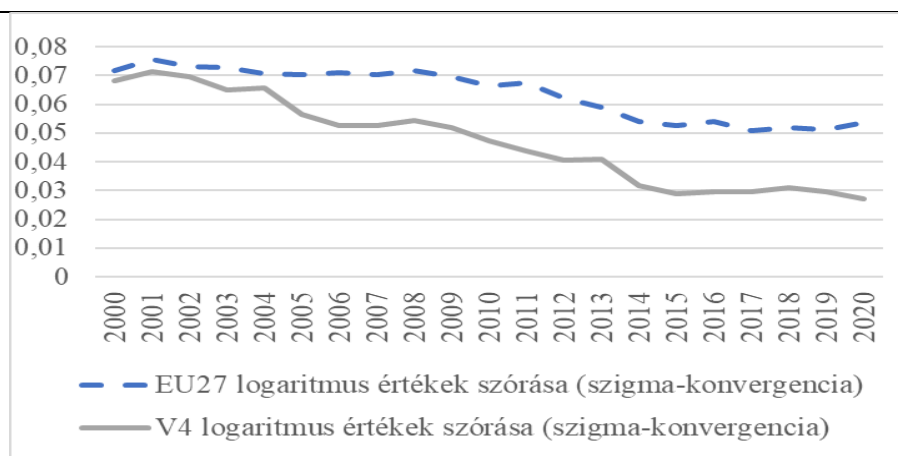
Aktivitási ráta (átlag) az EU-27 és a V4 országokban (% , 2000-2020)

Az aktivitási ráta szórása és szigma-konvergenciája (8. és 9. ábra) egyértelműen arra enged következtetni, hogy az egyes országcsoportokon belül (a visegrádi országok körében nagyobb mértékben) a gazdasági aktivitás terén mutatkozó különbségek csökkentek.



Forrás: Eurostat (2022) [10] alapján saját számítás és szerkesztés
8. ábra

Aktivitási ráta relatív szórása az EU-27 és a V4 országokban (% , 2000-2020)



*Forrás: Eurostat (2022) [10] alapján saját számítás és szerkesztés
9. ábra*

Aktivitási ráta szigma konvergenciája az EU-27 és a V4 országokban (2000-2020)

Az aktivitási ráta értékekből nem derül ki, de nem szabad figyelmen kívül hagynunk a demográfiai folyamatokat sem. Az Eurostat adatai alapján 2009 óta folyamatosan csökken az aktív korú lakosság (20-64 év) létszáma. 2009-ben ez a szám még 267,9 millió fő volt, míg 2020-ban mindösszesen 261,3 millió fő. Ez a több mint 6 milliós csökkenés mind a foglalkoztatási, mind pedig az aktivitási ráta értékét növelte.

Összegzés, következtetések

Áttekintve a munkaerőpiaci folyamatok mérhetőségét és a mérés legfontosabb mutatóit nem lehet elégszer hangsúlyozni, hogy az elemzéshez szükséges adatok összegyűjtése előtt minden esetben szükséges a fogalmak pontos, tartalmi tisztázása és az összehasonlíthatóság biztosítása. Ezt nemzetközi szinten az Eurostat standardjai biztosítják, amelyeket a tagállamok követnek az adatgyűjtések és az elemzések, közlések során. De nagy figyelmet igényelnek az esetleges módszertani változások, amelyek után rendkívül körültekintően kell eljárni az összehasonlításoknál, kiemelt gondosságot igényel a hosszabb idősorok kezelése. Tanulmányunkban a munkaerőpiaci folyamatok alakulását részletesen 2000 és 2020 között vizsgáltuk, tekintetbe véve a 2021. évi módszertani változtatást.

Ezek alapján a következő megállapításokra jutottunk. Az 1990-es évek magas munkanélküliségi rátája után – részben a közös foglalkoztatáspolitikai intézkedéseknek és stratégiának köszönhetően – a 2000-es évek elején jelentősen javult a munkaerőpiaci helyzet az Európai Unióban. A 2008-2009-es válság (és az azt követő szuverén adósságválság) növelte a munkanélküliségi rátát, csökkentette a foglalkoztatási rátát, ugyanakkor a relatív szórás és szigma-konvergencia is növekedést mutatott, vagyis a válság

eltérően érintette az egyes tagországokat, növelve a munkaerőpiacon húzódo egyenlőtlenségeket uniós szinten. Az EU-ban a gazdasági aktivitás terén a 2008-2009-es válság nem okozott komolyabb visszaesést, az aktivitási ráta a 2009-es és 2020-as évek kivételével növekedést mutatott. A 2014 és 2019 közötti konjunktúra valamennyi vizsgált munkaerőpiaci mutató alakulását pozitívan befolyásolta.

A visegrádi országok a rendszerváltozás után kialakult, az EU átlagánál lényegesen magasabb munkanélküliségi rátát sikeresen és fenntartható módon az EU átlag alá csökkentették, ugyanakkor az uniós átlagnál alacsonyabb munkanélküliségi és foglalkoztatási ráta együttesen az inaktívak magasabb arányára utal ebben az országcsoportban.

Irodalomjegyzék

- [1] Lakatos J. (2018): *A magyar munkaügyi statisztika története*. Statisztikai Szemle, 96. évfolyam 4. szám pp. 403-427.;
<https://doi.org/10.20311/stat2018.04.hu0403>
- [2] Központi Statisztikai Hivatal (2022): *Módszertan. Foglalkoztatottság és munkanélküliség*. Elérhető: <https://www.ksh.hu/docs/hun/modszgyors/fogmodsz2210.html> Letöltve: 2022. december 15.;
- [3] European Commission (2020): *Employment and Social Developments in Europe 2019*. Luxemburg;
- [4] Sándorné, Kriszt É. (2019): *Munkaerőpiaci mérések módszertana*. In: Primecz, H., Csillag, S., Toarniczky, A., Kiss, Cs. (szerk.): *Leadership, kultúra, szervezetek. Tanulmányok Bakacsi Gyula tiszteletére*. 117-128. o. BCE Vezetéstudományi Intézet, Budapest ISBN 978-963-503-800-8;
- [5] Gács, J. (2005): *A lisszaboni folyamat: Rejtélyek, elméleti problémák és gyakorlati nehézségek*. Műhelytanulmányok 2005/1. MTA Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest;
- [6] Ferkelt, B. – Sándorné, Kriszt E. (2021): *A munkaerőpiaci folyamatok alakulása és mérésének lehetőségei a visegrádi országokban*. In: Sáringer, János (szerk.): *Fordulópontok és gazdasági növekedés Közép-Európában*. Aposztróf Kiadó, Budapest. 33-50. o. ISBN 978-615-5992-88-9;
- [7] Artner, A. (2018): *Aggasztó tendenciák az Európai Unió munkaerőpiacán*, Statisztikai Szemle, 96(4), 341-374. o.;
<https://doi.org/10.20311/stat2018.04.hu0341>
- [8] Sala-i-Martin, X. X. (1996): *Regional Cohesion: Evidence and Theories of Regional Growth and Convergence*. European Economic Review, Vol. 40., pp. 1325-1352.;
[https://doi.org/10.1016/0014-2921\(95\)00029-1](https://doi.org/10.1016/0014-2921(95)00029-1)
- [9] Fóti, K. (2020): *Foglalkoztatás- és szociálpolitika*. In: Kengyel, Á. (szerk.): *Európai uniós politikák*. Akadémiai Kiadó, 529-557. o. ISBN 978-963-454-541-5;
- [10] Eurostat (2022): *Labour Market, including Labour Force Survey (LFS)*. Elérhető: <https://ec.europa.eu/eurostat/web/labour-market/overview> Letöltve: 2022. december 12.

Különleges háromszögszámok - érdekességekről szemléltetéssel

Dr. Molnár István¹ – Borbola Gábor²

¹ főiskolai docens, ² mesteroktató

¹ Budapesti Gazdasági Egyetem, Pénzügy és Számviteli Kar

² Gál Ferenc Egyetem, Egészség- és Szociális Tudományi Kar

¹ E-mail: molnar.istvan@uni-bge.hu, ² borbola.gabor@gfe.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_6](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_6)

Összefoglalás: A szerzők tanulmányukban a háromszögszámok tulajdonságait vizsgálják. Ennek során a matematikai bizonyítások mellett szemléletes bizonyításokat is adnak.

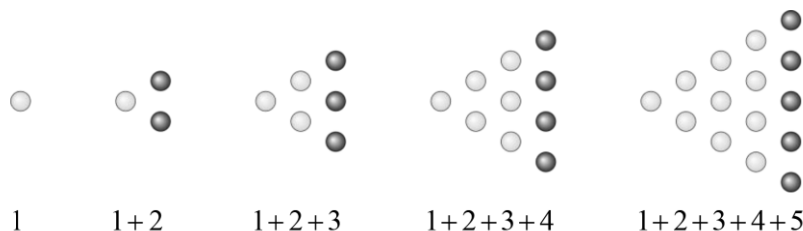
Kulcsszavak: figurális szám, háromszögszám, tulajdonságok, szemléletes bizonyítás

Abstract: The authors of this study looked into the characteristics of triangular numbers. During this investigation they gave not only mathematical but also illustrative proofs.

Keywords: figurate number, triangular number, properties, proofs without words

Bevezetés

Már a püthagoreusok is több számelméleti összefüggést ismertek. Módszerük lényege abban állt, hogy a számokat különböző formában rakták ki kavicsokkal, ami a számológépek használatával volt összefüggésben. Így jutottak el többek között a háromszögszámokhoz. Ezek olyan számok, amelyek előállnak az első néhány egymást követő pozitív egész szám összegeként, azaz $1+2+\dots+n$ ($n \in \mathbb{Z}^+$) alakú számok. Nevüket onnan kapták, hogy szabályos háromszög alakba rendezhetők (1. ábra):



1. ábra

A tanulmányban a háromszögszámokkal kapcsolatban néhány tulajdonságot ismertetünk, melyekre a legtöbb esetben mind matematikai, mind pedig szemléletes bizonyítást is adunk.

Miért is „kell” a szemléltetéssel foglalkozni? A szemléletes bizonyítások bemutatása, megértetése elősegíti többek között azt a szemléletet, hogy egy

feladatot minél több felől próbáljunk megközelíteni, hogy más nézőpontból vizsgáljuk, tanulmányozzuk az adott problémát. Természetesen a szemléltetés sem elegendő önmagában; a vizuális levezetések és az algebrai bizonyítások közös, együttes alkalmazása biztosíthatja az érzéki megismerés és az elvont gondolkodás szoros kapcsolatának kiépítését.

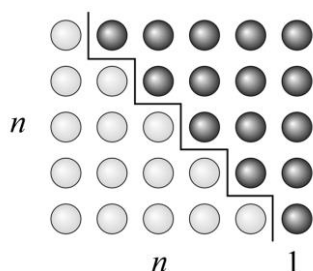
A tulajdonságok bemutatása során T_n -nel jelöljük az n -edik háromszögszámot.

(Legyen a $T_0 = 0$).

Állítás:

$$T_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Szemléletes bizonyítás (2. ábra) [1]:



$$2 \cdot T_n = n \cdot (n+1) \Rightarrow T_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

2. ábra

A háromszögszámok tulajdonságai

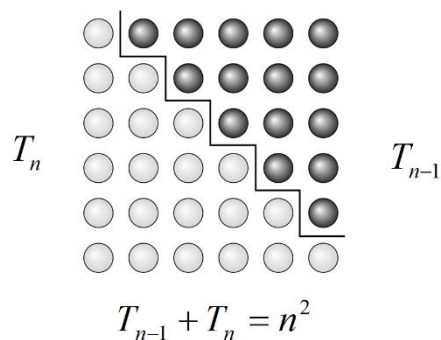
A háromszögszámokra teljesülnek a következő tulajdonságok:

1. tulajdonság: $T_{n-1} + T_n = n^2 \quad (n \in \mathbb{Z}^+)$

Bizonyítás:

$$T_{n-1} + T_n = \frac{(n-1)n}{2} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n}{2} \cdot (n-1+n+1) = \frac{n}{2} \cdot 2n = n^2$$

Szemléletes bizonyítás (3. ábra):



3.ábra

Megjegyzés

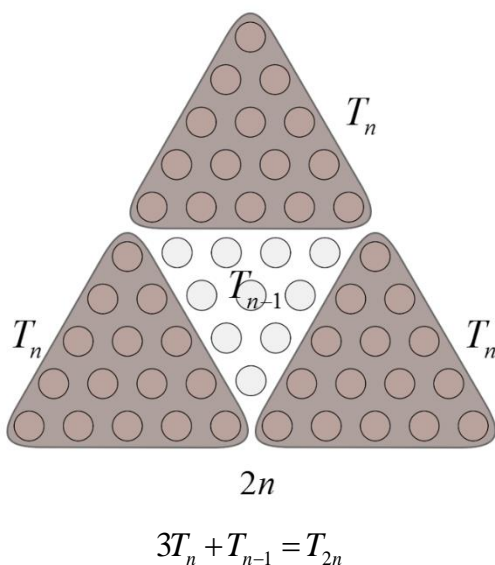
1. Az 1. tulajdonság alapján két egymás utáni háromszögszám összege éppen egy teljes négyzet. Felhasználva az ismert $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$ ($n \in \mathbb{Z}^+$) összefüggést, belátható hogy: az első néhány (pozitív) páratlan szám összege megadható két szomszédos háromszögszám összegeként.
2. Figyelembe véve, hogy $T_{k-1} + k = T_k$ és a k helyére T_n -t írva, kapjuk, hogy $T_{T_{n-1}} + T_n = T_{T_n}$ ($n \in \mathbb{Z}^+$), azaz végtelen sok olyan háromszögszámokból álló számpár van, amelyekben a tagok összege szintén háromszögszám.

2. tulajdonság: $3T_n + T_{n-1} = T_{2n}$ ($n \in \mathbb{Z}^+$)

Bizonyítás:

$$3T_n + T_{n-1} = 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n}{2} \cdot (3n+3+n-1) = \frac{n}{2} \cdot (4n+2) = \frac{2n(2n+1)}{2} = T_{2n}$$

Szemléletes bizonyítás (4. ábra):



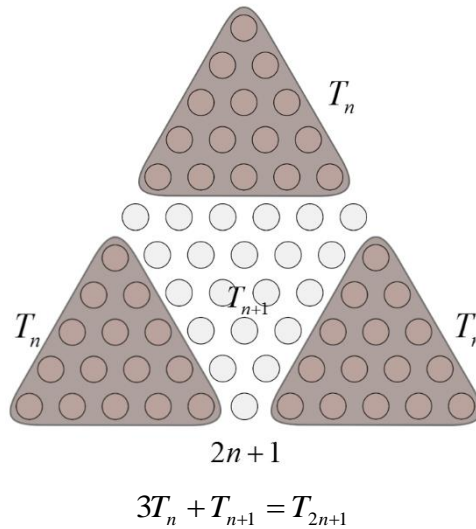
4. ábra

3. tulajdonság: $3T_n + T_{n+1} = T_{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$)

Bizonyítás:

$$\begin{aligned} 3T_n + T_{n+1} &= 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2} = \frac{n+1}{2} \cdot (3n + n + 2) = \frac{n+1}{2} \cdot (4n + 2) = \\ &= \frac{2(n+1)(2n+1)}{2} = \frac{(2n+1)(2n+2)}{2} = T_{2n+1} \end{aligned}$$

Szemléletes bizonyítás (5. ábra):



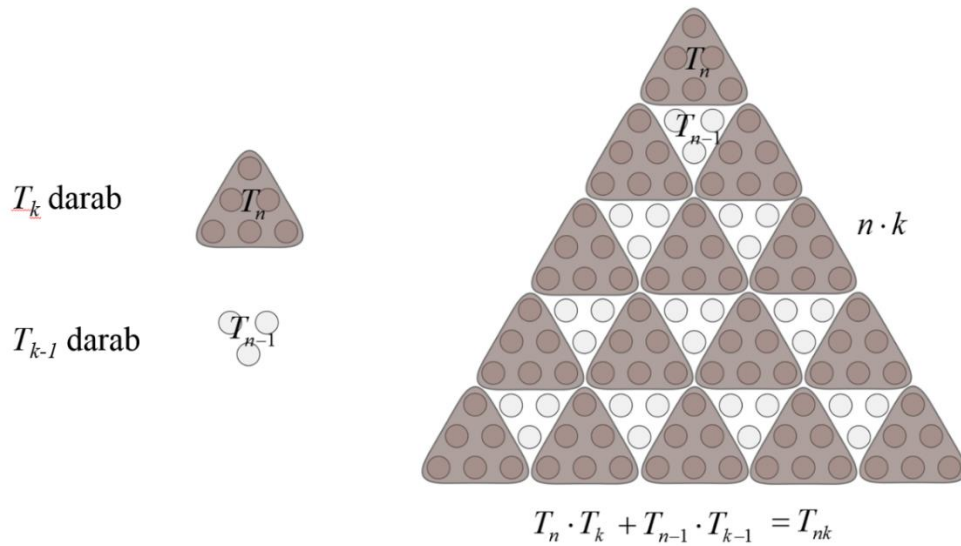
5. ábra

4. tulajdonság: $T_{n-1} \cdot T_{k-1} + T_n \cdot T_k = T_{nk}$ ($n, k \in \mathbb{Z}^+$)

Bizonyítás:

$$\begin{aligned} T_{n-1} \cdot T_{k-1} + T_n \cdot T_k &= \frac{(n-1)n}{2} \cdot \frac{(k-1)k}{2} + \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{k(k+1)}{2} = \\ &= \frac{nk}{4} \cdot [(n-1)(k-1) + (n+1)(k+1)] = \frac{nk}{4} \cdot (nk - k - n + 1 + nk + k + n + 1) = \\ &= \frac{nk}{4} \cdot (2nk + 2) = \frac{nk(nk + 1)}{2} = T_{nk} \end{aligned}$$

Szemléletes bizonyítás (6. ábra) [2]:



6. ábra

Megjegyzés

Néhány „speciális eset” adott k értékek esetén:

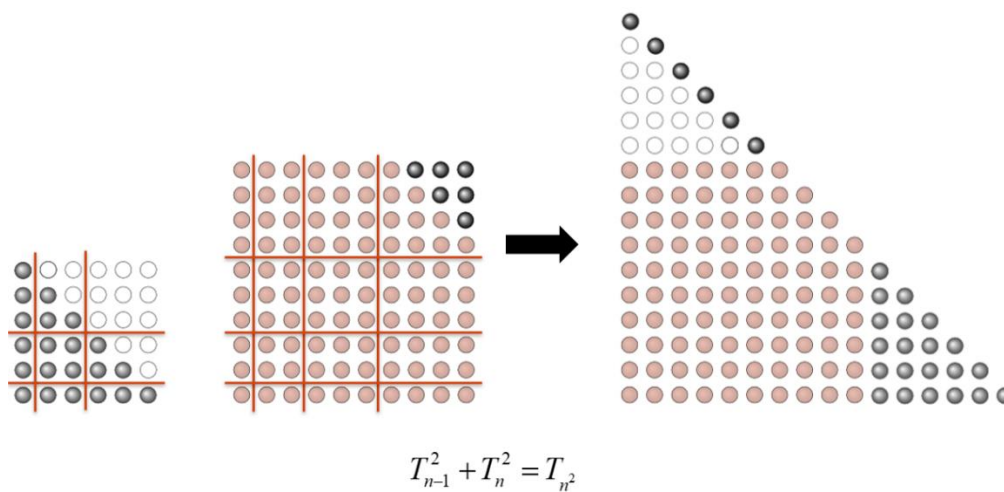
Ha $k = 2$ $T_{n-1} \cdot T_1 + T_n \cdot T_2 = T_{2n} \Rightarrow T_{n-1} + 3T_n = T_{2n}$ (2. tulajdonság)

Ha $k = 3$ $T_{n-1} \cdot T_2 + T_n \cdot T_3 = T_{3n} \Rightarrow 3T_{n-1} + 6T_n = T_{3n}$

Ha $k = n$ $T_{n-1} \cdot T_{n-1} + T_n \cdot T_n = T_{n^2} \Rightarrow T_{n-1}^2 + T_n^2 = T_{n^2}$
 (azaz két egymás utáni háromszögszám négyzetösszege szintén háromszögszám)

Ez utóbbi „speciális eset” szemléletesen is belátható.

Szemléletes bizonyítás (7. ábra):



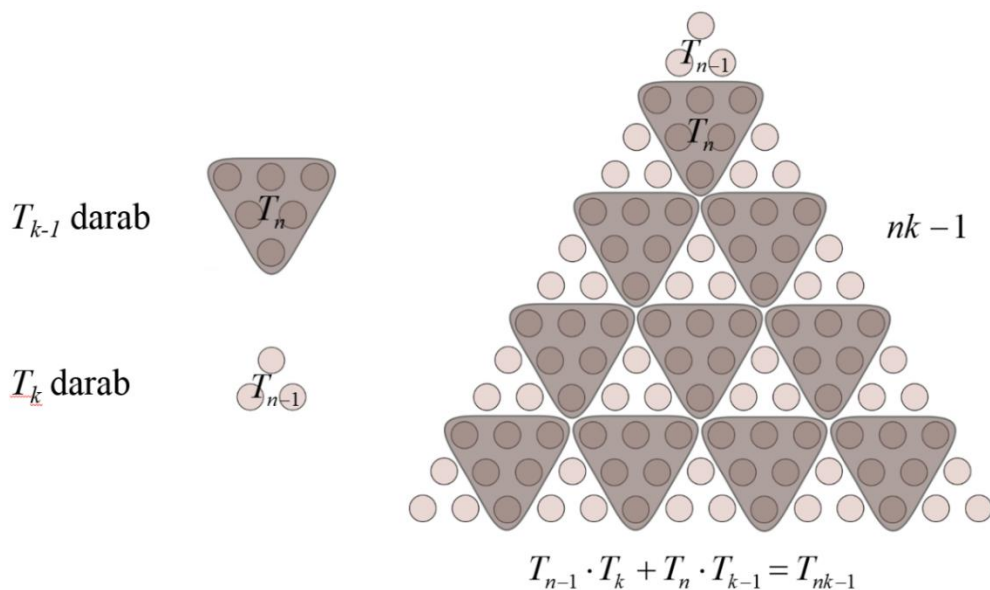
7. ábra

5. tulajdonság: $T_{n-1} \cdot T_k + T_n \cdot T_{k-1} = T_{nk-1}$ ($n, k \in \mathbb{Z}^+$)

Bizonyítás:

$$\begin{aligned} T_{n-1} \cdot T_k + T_n \cdot T_{k-1} &= \frac{(n-1)n}{2} \cdot \frac{k(k+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{(k-1)k}{2} = \\ &= \frac{nk}{4} \cdot [(n-1)(k+1) + (n+1)(k-1)] = \frac{nk}{4} \cdot (nk - k + n - 1 + nk + k - n - 1) = \\ &= \frac{nk}{4} \cdot (2nk - 2) = \frac{(nk-1)nk}{2} = T_{nk-1} \end{aligned}$$

Szemléletes bizonyítás (8. ábra):



8. ábra

Megjegyzés

Néhány konkrét esetben „újabb” érdekes összefüggésekhez jutunk:

Ha $k = 2$ (illetve n helyére $n+1$ kerül)

$$T_n \cdot T_2 + T_{n+1} \cdot T_1 = T_{2(n+1)-1} \Rightarrow 3T_n + T_{n+1} = T_{2n+1} \quad (3.$$

tulajdonság)

$$\text{Ha } k = 3 \quad T_{n-1} \cdot T_3 + T_n \cdot T_2 = T_{3n-1} \Rightarrow 6T_{n-1} + 3T_n = T_{3n-1}$$

$$\text{Ha } k = n \quad T_{n-1} \cdot T_n + T_n \cdot T_{n-1} = T_{n^2-1} \Rightarrow 2 \cdot T_{n-1} \cdot T_n = T_{n^2-1}$$

(azaz két szomszédos háromszögszám szorzatának kétszerese szintén háromszögszám)

6. tulajdonság: A kilences számrendszerbeli $\underbrace{11\dots111}_{n\text{-szer}}$ ($n \in \mathbb{Z}^+$) szám a tízes

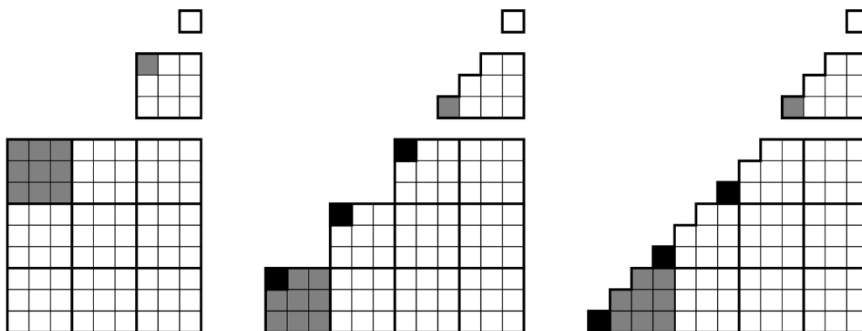
számrendszerben háromszögszám. [3]

Bizonyítás:

$$\underbrace{11\dots 111}_{n\text{-szer}}_{(9)} = 1 + 9 + 9^2 + \dots + 9^{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1} 9^k = \frac{9^n - 1}{9 - 1} = \frac{(3^n)^2 - 1}{8} = \frac{(3^n - 1)(3^n + 1)}{8} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3^n - 1}{2} \cdot \frac{3^n + 1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3^n - 1}{2} \cdot \left(\frac{3^n - 1}{2} + 1 \right) = T_{\frac{3^n - 1}{2}}$$

Szemléletes bizonyítás (9. ábra):



$$1 + 9 + 9^2 + \dots + 9^{n-1} = 1 + 2 + 3 + \dots + \frac{3^n - 1}{2} = T_{\frac{3^n - 1}{2}}$$

9. ábra

7. tulajdonság: A $(2k + 1)^2$ számrendszerbeli $\underbrace{T_k T_k \dots T_k}_{n\text{-szer}}$ $(n, k \in \mathbb{Z}^+)$ szám a tízes számrendszerben háromszögszám. (6. tulajdonság általánosítása)

Bizonyítás:

Figyelembe véve, hogy $k \in \mathbb{Z}^+$, könnyen belátható, hogy $T_k = \frac{k(k+1)}{2} < (2k+1)^2$, azaz T_k „létező számjegy” a $(2k+1)^2$ számrendszerben.

$$\underbrace{T_k T_k \dots T_k}_{n\text{-szer}}_{(2k+1)^2} = T_k \cdot \left[1 + (2k+1)^2 + (2k+1)^4 + \dots + (2k+1)^{2n-2} \right] = T_k \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (2k+1)^{2i} =$$

$$= T_k \cdot \frac{(2k+1)^{2n} - 1}{(2k+1)^2 - 1} = \frac{k(k+1)}{2} \cdot \frac{\left[(2k+1)^n \right]^2 - 1}{4k^2 + 4k} = \frac{k(k+1)}{2} \cdot \frac{\left[(2k+1)^n - 1 \right] \cdot \left[(2k+1)^n + 1 \right]}{4k(k+1)} =$$

$$= \frac{\left[(2k+1)^n - 1 \right] \cdot \left[(2k+1)^n + 1 \right]}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2k+1)^n - 1}{2} \cdot \frac{(2k+1)^n + 1}{2} =$$

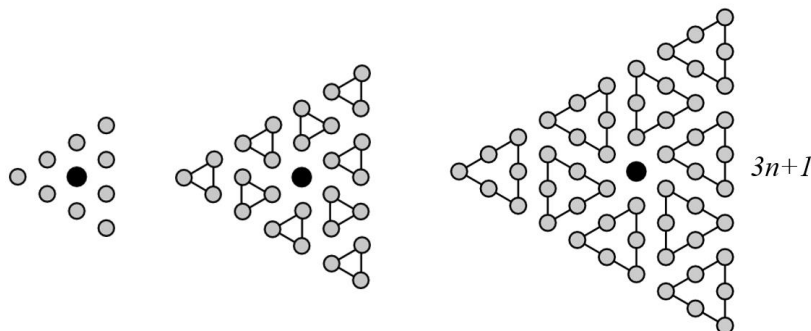
$$= \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\frac{(2k+1)^n - 1}{2}}_{\in \mathbb{Z}^+} \cdot \left(\frac{(2k+1)^n - 1}{2} + 1 \right) = T_{\frac{(2k+1)^n - 1}{2}}$$

8. tulajdonság: Egy háromszögszám kilencszereséhez egyet hozzáadva újabb háromszögszámot kapunk.

Bizonyítás:

$$9T_n + 1 = 9 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + 1 = \frac{9n^2 + 9n + 2}{2} = \frac{(3n+1)(3n+2)}{2} = T_{3n+1}$$

Szemléletes bizonyítás (10. ábra):



$$9T_n + 1 = T_{3n+1}$$

10. ábra

Megjegyzés

Bizonyítható a 8. tulajdonság egy általánosítása: $a(2k+1)^2 \cdot T_n + T_k$ ($n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}^+$) szintén háromszögszám.

Összegzés

A nem formális bizonyítások szükségességét számos didaktikai elv, mint például a fokozatosság, a reprezentációs szintek és a szemléltető eszközök variálása stb. alátámasztja [4]. A képi megjelenítésnek fontos szerepe van a megértés folyamatában, mely a későbbi visszaidézést is egyszerűbbé teheti.

A tanulmányban – a háromszögszámok példáján keresztül – igyekeztünk bemutatni a képi reprezentáció fontosságát, szemléletes bizonyításokon keresztül (melyekhez kapcsolódóan természetesen nem hiányozhatnak az egzakt formális levezetések sem).

Irodalomjegyzék

- [1] Nelsen, Roger B.: *Proofs Without Words: Exercises in Visual Thinking*, The Mathematical Association of America, Washington, 1993;
- [2] Nelsen, Roger B.: *Proofs Without Words II: More Exercises in Visual Thinking*, The Mathematical Association of America, Washington, 2000;
- [3] Molnár I., Borbola G.: *A háromszögszámokról I.*, Körös Tanulmányok, Békéscsaba, Szent István Egyetem Gazdasági Kar, 2012; pp. 241-248;
- [4] Makó Z., Téglási I.: *Indoklás és bizonyítás*, Educatio Kht., Hallgatói Információs Központ, 2011.

A gazdaság és matematika egyik találkozási pontja: az elaszticitás - a fogalom értelmezése a hallgatók körében

Várady Ferenc^{1,2}, Végh Ágnes^{1,2}, Szabó Csaba^{2,3}, Mészárosné Boruzs Livia¹

¹ adjunktus, ² egyetemi docens, ³ egyetemi tanár, ⁴ mestertanár

¹BGE KVIK Üzleti Elemzés Módszertan Tanszék

²MTA-ELTE Matematika Tanulásméleti Kutatócsoport

³ELTE Eötvös Loránd Tudományegyetem

E-mail: varady.ferenc@uni-bge.hu; vegh.agnes@uni-bge.hu;

csaba@cs.elte.hu; meszarosne.boruzslivia@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_7](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_7)

Összefoglalás: A BGE KVIK karán elvégzett kutatásunkban azt vizsgáljuk, hogy a Gazdasági Matematika tárgy keretein belül tanult, nem matematikai fogalmakat milyen mélységben sajátítják el hallgatóink. Ebben a kísérletben az elaszticitással foglalkoztunk. A gazdasági képzés több más intézményében a gazdasági matematika tárgy óráin, és számonkérésekor a tisztán matematikai kérdések mellett gazdasági alkalmazások is szerepelnek. Ezek általában szöveges feladatok, és a dolgozatok utolsó kérdései közt vannak. Tanulmányunkban a kísérletek tapasztalatairól és eredményeiről számolunk be.

Kulcsszavak: elaszticitás fogalma, fogalom értelmezés, gazdasági alkalmazás, számonkérés

Abstract: In our research at BBS FCMT, we examine the depth to which non-mathematical concepts learned within the framework of the business mathematics subject is mastered by our students, focusing on elasticity. In several other institutions of business studies, in addition to purely mathematical questions, economic applications are included in the business mathematics subject classes and exams. These are usually text tasks, among the last questions of the tests. In our study, we report on the experiences and results of the experiments, developed based on previous experiences.

Keywords: concept of elasticity, concept interpretation, economic application, testing

1. Bevezetés

A gazdasági felsőoktatás alapozó módszertani tantárgyai között szerepelnek matematikai típusú tantárgyak. Ezek között leggyakrabban az analízis alapelemei fordulnak elő, úgymint a határérték fogalma, az egy- és többváltozós differenciálszámítás. A matematika tanulása ugyanakkor nem öncélú. Segítségét nyújt a gazdasági folyamatok megértésénél, elemzésénél, előrejelzések készítésénél. A differenciálhányados függvény egyik fontos felhasználása a vizsgált gazdasági függvény függvényértékének pontbeli relatív megváltozásának közelítő meghatározása [10], [13]. Ezt a közgazdaságtanban elaszticitásnak, rugalmasságnak nevezzük.

Az Oktatási Hivatal [11] kimutatása szerint 2021-ben a hallgatók 55,7%-a tanul olyan szakokon Magyarországon, ahol közvetlenül találkozik felsőfokú matematikaoktatással. Ebbe nincsenek azok a szakok beleszámolva, ahol csak rövid ideig, áttételesen jelenik meg a matematika, adott esetben különböző

statisztikai tantárgyak keretében, pl. biometria. Ugyanakkor a matematikát emelt szinten teljesítők aránya csekélynek nevezhető. 2022 májusában ez az OH adatai szerint csupán 6,8% volt [12]. Hasonló, vagy ennél gyengébb arányokat tapasztalunk mi is a bejövő elsőéveseknél. Így a hallgatók két szempontból is nehéz helyzetbe kerülnek: a gazdasági matematika órákon kell a differenciálhányados függvény fogalmát rövid idő alatt megérteniük, és a számolási technikáját elsajátítaniuk. Az emelt szintű érettségire való felkészülés során mindezt már a középiskolában megtanulhatták volna, a szemináriumon elég lett volna a tudásukat elmélyíteniük. A másik szempont, hogy a deriválást gazdasági környezetben is tudniuk kell használni és értelmezni. Az előző évek tapasztalati alapján a hallgatók többségének mindkét feladat nehéznek bizonyul, de különösen a gazdasági probléma megértése, megoldása, illetve értelmezése.

2. Elméleti háttér

A középiskolai és egyetemi matematika közötti nagy távolság áthidalása problémát jelent sok hallgató számára, ahogyan erre több kutatás is rámutat [1], [7], [8]. Számítalan tanulmány bizonyítja, milyen nehéz megérteni a derivált fogalmát. A kutatók rámutattak, hogy a hallgatók gyakran nem ismerik a differenciálhányados különböző jelentését, illetve nem értik a jelentések közötti összefüggéseket [6], [8], [16]. Ezen felül a differenciálhányados különböző, algebrai, geometriai és a gazdasági folyamatokkal kapcsolatos értelmezései között nem találják a kapcsolatot [5], [9]. Ezt a megállapítást annak ellenére tették a kutatók, hogy a „német” Curriculumban és érettségi rendszerben a deriválás egy kötelező elem, ellentétben a magyar Nemzeti Alaptantervvel.

Két német kutató egy átfogó exploratív kutatás keretében azt vizsgálta, mennyire helyesen használják a hallgatók a határfüggvény fogalmát, és számolják ki értékét [4]. Megállapították, hogy sok hallgató nem érti megfelelően a matematikai és közgazdaságtani fogalmakat a kurzus elvégzése után, különös tekintettel ez utóbbira. Részletes elemzésükben két dologra koncentráltak: mennyire helyesen használják a hallgatók a matematikai ismereteiket, valamint arra, hogyan tudják gazdaságilag interpretálni a kapott számszerű eredményt. Ebben az összefüggésben azt találták, hogy a matematikailag teljesen helyes megoldások aránya 52,3% lett (N=821). A gazdasági kérdésre adott válasz esetében az értelmezést ún. itemekre osztották, és a részletes elemzés során azt találták, hogy a hallgatók hasonló arányban (54,9%) válaszoltak teljesen helyesen, mint a matematikai számítás esetén. Egyéb esetekben vagy részben hiányos, illetve helytelen volt az értelmezés (30,1%), vagy teljesen hiányzott (15%).

Tanulmányunkban és az oktatás során az elaszticitás fogalmára az egyetem által használt definíciót és értelmezést használjuk [2]. A jegyzet nem tartalmaz külön jelölést az elaszticitás függvényre, de megadja a közgazdaságtani értelmezését. Hasonlóan tárgyalja az elaszticitás fogalmát Dietz is a tankönyvében [3], itt azonban több példa is található, jóllehet a vizuális reprezentációs sík itt sem jelenik meg. Azonban ez a tankönyv tartalmazza a legfontosabb elemi függvények elaszticitásfüggvényeit valamint számolási szabályokat az elaszticitással. Sydsæter és Hammond [14] motivációs bevezetéssel kezdi el az elaszticitás fogalmának tárgyalását. Ebben a kávé

árának és keresletének összefüggését vizsgálják, ebből vezetik le a [2] könyvben is megtalálható definíciót. A tankönyv sok és változatos alkalmazást kínál az elaszticitásra.

3. A kutatás, kutatási hipotézisek

A kísérlet a 2021/22-es tanév tavaszi, valamint a 2022/23-as tanév őszi szorgalmi időszakában zajlott. A kutatást a BGE KVIK első- és másodéves hallgatói körében végeztük Gazdasági Matematika tantárgyból. Az oktatás mindkét félévben online zajlott. A tavaszi félévben 4 előadás és 22 gyakorlati csoport szerepelt. Az előadásokat 2, a szemináriumokat 5 oktató tartotta. Valamennyien gyakorlott, a tantárgyat több fél év óta tanító kollégák voltak. Az előadókat B és C, a szemináriumvezetőket A, B, C, D, E betűk jelölik. Az azonos betűk azonos oktatókat jelentenek. Összesen 664 hallgató vette fel a tantárgyat, közülük 558-an írták meg az első zárthelyit a következő összetételben:

Előadások/Oktatók	A	B	C	D	E	Összesen
1. C	5	10	16	56	91	178
2. C	2	14	20	64	84	184
3. B	18	17	13	65	62	175
4. B	11	7	5	9	19	51
Összesen	36	48	54	194	256	588

1. táblázat

A létszámok eloszlása az előadások és gyakorlatok között
(2021/22 tavasz)

Forrás: saját szerkesztés

A szemináriumok azonos feladatsorokkal, azonos módszerekkel kerültek megtartásra, a zárthelyi eredményében tanárhatás nem volt kimutatható. Az előadásokon az oktatók azonos tananyagból dolgoztak. Az elaszticitás megértésének mérése a következőképpen történt: 1. A **kettes** sorszámú előadás végén a hallgatók rövid, 2 pontos Coospace tesztet írtak az adott előadás anyagából. Ez a csoport volt a tesztcsoport, a többi a kontrollcsoport. 2. Minden vizsgált hallgató megírta az 1. zárthelyi dolgozatot, melynek utolsó, gazdasági jellegű feladatának a végén egy gazdasági függvény pontbeli elaszticitását kellett kiszámolniuk, és értelmezniük. 3. A kettes sorszámú előadáson 2 héttel később, egy kiszámolt elaszticitás értéket kellett a hallgatóknak értelmezniük. A kapott eredmények tükrében a következő félévben induló speciális kurzusban a kísérletet részben újra terveztük és lebonyolítottuk. Ebben a félévben 150 hallgató vette fel a tantárgyat, közülük 133 az előző félévben is, a többi hallgató valamelyik korábbi félévben. Az előadás végén írt 1. illetve 3. tesztet 61 ill. 55 hallgató, a köztük lévő 1. nagy zárt helyi dolgozatot 120 hallgató írta meg. A zárthelyi dolgozatban az előző félév tapasztalata alapján figyeltünk arra, hogy az elaszticitásra vonatkozó kérdés ne a gazdasági feladat utolsó részeként jelenjen meg, hanem önálló feladatként a zárthelyi közben. Emellett a kérdésfeltevés során nem a komplex számolásra helyeztük a hangsúlyt, hanem egy értelmezést, valamint egy egyszerű deriváláson alapuló számolást és értelmezést kértünk számon. A vizsgált félévben egy online előadás került

meghirdetésre, melyet jellemzően 30 hallgató látogatott, az előadás végi teszteket 50-70 hallgató töltötte ki. Az oktatás az előző félévhez hasonlóan zajlott, azzal a különbséggel, hogy a tesztcsoportban az oktató különösen figyelt az elaszticitás fogalmának megértésére. A másik 5 csoportban a szemináriumi oktatás megfelelt az előző félévnek.

A kutatással kapcsolatban két hipotézist vizsgáltunk:

1. A hallgatók nem sajátítják el megfelelően az elaszticitás fogalmát a félév során.
2. A gazdasági jelenségek akár számításoktól független alaposabb körüljárása pozitívan befolyásolja a hallgatói megértés folyamatát.

4. Eredmények

Az egyváltozós gazdasági alkalmazások után a hallgatóknak az elaszticitás fogalmával kapcsolatos tesztet kellett kitölteniük az előadáson. Ebben a feladatban a megadott eredményt kellett értelmezniük oly módon, hogy az értelmezésben szereplő értékek mellé egy listából választhatták ki a megfelelő mértékegységeket. A 2. előadáshoz, a tesztcsoporthoz tartozó hallgatóból 150 írta meg a tesztet. A 3 itemre átlagosan 44,7%-ban válaszoltak helyesen (szórás 33%). Ezen belül a feladatban is szereplő **mértékegységeket** közel 50 %-os helyességgel töltötték ki, míg az elaszticitás fogalmát csupán 38% tudta helyesen.

Egy termék nyereségfüggvénye forintban

$$N(x) = 900x - 10 \cdot x^{\frac{3}{2}} - 100000,$$

ahol x a mennyiség négyzetméterben.

Az elaszticitás értéke $x_0 = 1000$ esetén 0,88. Ez azt jelenti, hogy esetén a mennyiség növelésével a nyereség megközelítőleg

- 1 forint
- 0,88 százalék
- 1000 forint
- 1 négyzetméter
- 1000 négyzetméter
- 880 forint
- 880 négyzetméter

1. ábra

Az 5. előadás végi elaszticitás teszt

Forrás: Coospace feladat képernyő

Az 1. zárthelyiben az utolsó feladatban, a gazdasági alkalmazás utolsó részében szerepelt az elaszticitás, nem önállóan. A hallgatóknak egy összetett gazdasági függvénynek egy pontbeli elaszticitását kellett kiszámítaniuk és értelmezniük. Az eredmények kiértékelése után a következő megállapítást lehet megfogalmazni: A hallgatói eredmények nagyon gyengék lettek, a tesztcsoportban 26,8%, a kontrollcsoportban 22,2%, mindkét esetben nagyon nagy, körülbelül 150%-os relatív szórással. Ennek oka részben a feladat nehézségében, részben az elhelyezkedésében rejlik, sokan el sem kezdték ezt a részt. Az egyes csoportok is nagyon divergens eredményeket értek el (6,1% — 40,1%). Ez utóbbi magyarázható a deriválandó függvények különböző típusaival.

Az utolsó tesztet az 1. zárthelyi dolgozat után két héttel írták meg a tesztcsoport hallgatói. Szerettük volna látni, hogy mennyire mélyen épült be az elaszticitás fogalma a hallgatók tudásába. A tesztcsoport hallgatóinak az előadás végén egy elaszticitásszámítás eredményét kellett értelmezniük. A 2. előadáshoz, a tesztcsoporthoz tartozó hallgatóból 140-en töltötték ki a tesztet. Az értelmezést itemekre bontottuk és ezek alapján értékeltük. Az értelmezésre kapott eredmény lényegesen jobb lett, mint a korábbi, zárthelyi eredmények. A hallgatók átlagosan 48,9%-ot értek el, a szórás 36,5% lett.

Egy termék bevételi függvénye ezer forintban
 $B(x) = x \cdot e^{8-0,125x}$,
 ahol x az egységár ezer forintban.

Feladat: Fejezze be a mondatot az adatoknak megfelelően a lehető legpontosabban!
 Az elaszticitás értéke $x_0 = 6$ esetén 0,25. Ez azt jelenti, hogy ...

2. ábra

Az 7. előadás végi elaszticitás teszt

Forrás: Coospace feladat képernyő

A 2022/23-as tanév őszi félévében a kísérletet néhány változtatással megismételtük. Hasonlóan az előző félévhez, ebben is online formában került az előadás meghirdetésre. Ebben a félévben a beiratkozott 150 hallgató közül 133 az előző félévben is tanulta már a gazdasági matematikát. Mivel a félév a tantárgyat ismétlő hallgatók számára lett meghirdetve, így a korábbi 17 és az új 133 ismétlő hallgatók között nem tettünk különbséget. Az előadásokat nagyon kevés hallgató követte, hétről-hétre 20-30-an voltak bejelentkezve, az előadás végi tesztet viszont 61, illetve 55 fő írta meg. Az 1. előadástesztben a hallgatók jobb eredményt értek el, mint az előző fél évben, 56,8%-ot, a 2.-on viszont gyengébbet, 30,1%-ot. Ezt a mérést azonban csak azokra a hallgatókra tudtuk végrehajtani, akik kitöltötték. Így az eredményekből nem lehet széleskörű következtetéseket levonni. A félév során egy-egy lényeges változtatást eszközöltünk a tanításban és a számonkérésben. A félév során egy-egy lényeges változtatást eszközöltünk a tanításban és a számonkérésben. A tesztcsoporttal foglalkozó oktató a vizsgált gazdasági jelenséget számolástól függetlenül alaposabban körbejárta, a hangsúlyt a folyamat megértésére helyezte. A zárthelyi dolgozatban az elaszticitás számonkérésén változtattunk: önálló feladatként, a gazdasági számítás előtt szerepelt. Részben egy értelmezést kértünk, részben egy egyszerű, másodfokú problémának kértük a kiszámítását és interpretációját. Összesen 120 hallgató írta meg az 1. zárthelyi dolgozatot. A tesztcsoportban az eredmények lényegesen jobbak lettek, mint a kontrollcsoportban: 48,3% illetve 14%. Az 1. előadásteszt előhívási hatása ebben nem játszott szerepet, hiszen mindkét csoportban a hallgatók körülbelül 40%-a írta meg az előadástesztet.

a)

Adott egy padlóburkoló anyagokat előállító cég nyereségfüggvénye $N(x)$ ezer forintban, ahol x változó a megtermelt mennyiséget fejezi ki négyzetméterben. Az elaszticitás értéke $x_0 = 1200 \text{ m}^2$ esetén 0,88. Adja meg egy mondatban a feladatban szereplő elaszticitásérték pontos értelmezését a feladat szövegére vonatkoztatva!

b) Egy adott termék nyereségfüggvénye $f(p) = -p^2 + 9p - 2$ (M €), ahol p az egységárat jelöli €/db-ban. Adja meg a nyereségfüggvényhez tartozó elaszticitásfüggvényt, számítsa ki a $p = 3$ €/db egységárhoz tartozó pontelaszticitást és értelmezze a kapott eredményt!

3. ábra

Az 2022/23. 1. zárthelyi – elaszticitás

Forrás: saját szerkesztés

5. Következtetések, diszkusszió

Kutatásunk során megvizsgáltuk, milyen mélységben tudják a hallgatók az elaszticitás fogalmát elsajátítani. Az első hipotézist, miszerint a fogalom nem megfelelően rögzül a hallgatókban, elfogadjuk. A hagyományos oktatás és számonkérés során nagyon gyenge eredmények születtek mind a teszt-, mind a kontrollcsoportban. Tapasztalataink szerint a hallgatóknak nagy nehézséget jelent a matematikai műveletek megértése és végrehajtása, ehhez járul hozzá a gazdasági fogalmi értelmezés. A rendelkezésre álló rövid idő alatt nem alakul ki a hallgatókban a helyes fogalom képzet (concept image [15]) sem matematikai sem gazdasági értelemben. A 2. féléves felmérés során azzal a feltevéssel éltünk, hogyha a dolgozatban az elaszticitás önálló feladatként szerepel, és a számolás során nem a deriválás okoz nehézséget, a hallgatók eredményesen oldják meg a feladatot. Ezt kiegészítettük azzal, hogy a tesztcsoportban az oktató számításoktól függetlenül jobban körüljárta a közgazdasági problémát. A dolgozat eredményei azt mutatják, hogy az önálló feladat önmagában nem segítette ebben a félévben a sikeres feladatmegoldást. Ennek lehet oka az, hogy az ebben a félévben szereplő hallgatók többsége az előző félévben nem tudta teljesíteni ezt a tantárgyat. Ennek a feltevésnek a vizsgálatához nem álltak rendelkezésre az előző félévvel azonos feltételek. A feltevés második fele azonban igazolódni látszik. Vagyis azzal, hogy az oktató számításokról függetlenül jobban körüljárta a közgazdasági problémát, a hallgatókban mélyebb megértést eredményezett, így a feladatrész százalékos eredménye lényegesen jobb lett, mint a kontrollcsoportban. Összességében megállapítható, hogy a hallgatóknak mindkét félévben nagy problémát jelent a matematikai számítás, a gazdasági értelmezés és ennek a kettőnek az összekapcsolása.

A tapasztalatok alapján a következő félévben a kísérletet megismételjük, az elaszticitás fogalmát külön feladatban kérjük számon. A fogalom alaposabb körüljárásával annak értelmezésén lesz a hangsúly. A jobb megértést utóteszttel is tervezzük ellenőrizni.

Irodalomjegyzék

- [1] Beichner, R.J. (1994). *Testing student interpretation of kinematics graphs*, American Journal of Physics, 62(8), 750–762.; <https://doi.org/10.1119/1.17449>
- [2] Csernyák, L. (2006): *Analízis - Matematika a közgazdasági alapképzés számára*, Nemzeti Tankönyvkiadó, ISBN 9631958958;

- [3] Dietz, Hans M. (2012): *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler: Das ECOMath-Handbuch*. Springer; <https://doi.org/10.1007/978-3-642-29985-8>
- [4] Feudel F., Rolf Biehler (2021): *Students' Understanding of the Derivative Concept in the Context of Mathematics for Economics*, Journal Mathematik Didakt (2021) 42:273–305.; <https://doi.org/10.1007/s13138-020-00174-z>
- [5] Friedrich, H. (2001). *Eine Kategorie zur Beschreibung möglicher Ursachen für Probleme mit dem Grenzwertbegriff*. Journal für Mathematik-Didaktik, 22(3–4), 207–230.; <https://doi.org/10.1007/BF03338936>
- [6] Häikiöniemi, M. (2006): *Associative and reflective connections between the limit of the difference quotient and limiting process*. The Journal of Mathematical Behavior, 25(2), 170–184.; <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2006.02.002>
- [7] Hahn, S., & Prediger, S. (2008). *Bestand und Änderung – Ein Beitrag zur Didaktischen Rekonstruktion der Analysis*. Journal für Mathematik-Didaktik, 29(3–4), 163–198.; <https://doi.org/10.1007/BF03339061>
- [8] vom Hofe, R. (1998). *Probleme mit dem Grenzwert – Genetische Begriffsbildung und geistige Hindernisse*. Journal für Mathematik-Didaktik, 19(4), 257–291.; <https://doi.org/10.1007/BF03338877>
- [9] Hoffkamp, A. (2011). *The use of interactive visualizations to foster the understanding of concepts of calculus: design principles and empirical results*. ZDM, 43(3), 359–372.; <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0322-9>
- [10] Koschnick J, Wolfgang (2015): *Management and Marketing / Management und Marketing* (English and German Edition) (s. 225); De Gruyter; Reprint 2015 ed. edition (January 22, 1998; Reprint 2015 ed. Edition);
- [11] Oktatási Hivatal (2021): 2.2. *A felsőoktatási intézményekben a hallgatók statisztikai száma képzési szintek és munkarend szerint*; <https://dari.oktatas.hu/firstat.index> ; letöltve: 2023.01.12.;
- [12] Oktatási Hivatal (2022): *Érettségi, statisztikák, vizsgaeredmények*; https://www.ketszintu.hu/publicstat.php?stat=_2022_1 ; letöltve: 2023.01.12.;
- [13] Schumann, J., U. Meyer, W. Ströbele (2011): *Grundzüge der mikroökonomischen Theorie*, 9. Auflage, Heidelberg, S. 73.; <https://doi.org/10.1007/978-3-642-21225-3>
- [14] Sydsæter, K., Hammond, P. J. (2015): *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler: Basiswissen mit Praxisbezug* . 4. aktualisierte Auflage. Pearson Deutschland GmbH;
- [15] Tall, D., Vinner, S. (1981). *Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity*. Educational Studies in Mathematics, 12(2), 151–169.; <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- [16] Zandieh, M. (2000). *A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative*. In E. Dubinsky, A.H. Schoenfeld & J. Kaput (Eds.), Research in collegiate mathematics education, IV (Vol. 8, pp. 103–127). Providence: American Mathematical Society. <https://doi.org/10.1090/cbmath/008/06>

Honnan süt a nap?

Dr. Budaházy György¹ – Dr. Kapusztai Ágnes²

¹*főiskolai docens*, ²*adjunktus*

¹KSH, BGE, ²BGE

E-mail: budahazy.gyorgy@uni-bge.hu, kapusztai.agnes@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_8](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_8)

Összefoglalás: A tanulmány középpontjában a felértékelődő napenergia termeléshez kapcsolódó napelem külkereskedelem relációs szerkezetének a vizsgálata áll. Ahhoz, hogy ide eljussunk, áttekintettük a villamos energia felhasználásunk szerkezetét, a megújuló energiaforrások jelentőségét. Áttekintettük a termék külkereskedelmünk alakulását, relációs szerkezetét és a szerkezetben bekövetkezett változásokat.

Kulcsszavak: villamos energia, napenergia, termék külkereskedelem, napelem, partnerország, származási ország

Abstract: The focus of this study is the examination of the relational structure of solar cell foreign trade related to the increasing value of solar energy production. To get here, we reviewed the structure of our electricity consumption and the importance of renewable energy sources. We reviewed the evolution of our international trade in goods, its relational structure and the changes that occurred in the structure.

Keywords: electricity, solar energy, international trade in goods, solar panel, partner country, country of origin

1. Bevezetés

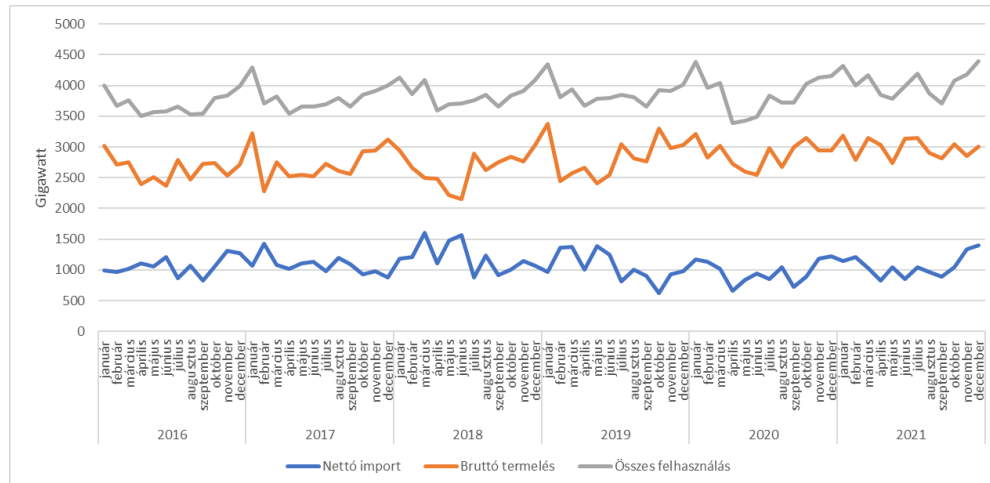
Napjaink jelentős kihívása az energiaválság. A fosszilis energiahordozók iránti kereslet növekedésével egy időben a megújuló energiaforrásokból származó energia mennyisége is nő, sőt, felhasználási arányuk eltolódása is előjelezhető. Tanulmányunk fókuszában a megújuló energiaforrások közül, kiemelten a napenergiával foglalkozunk, ennek is a beruházások tárgyi feltételét biztosító napelemek kereskedelmének a vizsgálatával. A tanulmányban röviden megvizsgáljuk a villamos energia felhasználásunkat és a forrásait, szerkezetét, majd áttérünk a külkereskedelmünk áttekintésére, melynek része a villamos energia is. A termék külkereskedelem vizsgálatánál a fókuszban a relációs szerkezet, illetve annak változása volt. Ebből, a naperőművek létesítéséhez elengedhetetlen napelemek kereskedelmére és relációs szerkezetére külön kitértünk.

2. Villamos energia külkereskedelmünk

Napjaink jelentős globális problémája az energiaválság. Az energiaszükséglet a föld népességének folyamatos növekedésével exponenciálisan nő [4.]. Ahogy a világ valamennyi országában, úgy az Európai Unió tekintetében is kulcsszerepet játszik az energiabiztonság és az energiaimporttól való függetlenedés megvalósításának kérdése. A fosszilis energiahordozók iránti kereslet növekedésével egy időben a megújuló energiaforrásokból származó energia mennyisége is nő, sőt, felhasználási arányuk eltolódása is előjelezhető [5.].

2.1. Villamos energia

Az energiagazdálkodáson belül a villamosenergia rendkívül fontos az egész világ számára, így Magyarország számára is. Hosszú idősort tekintve az összes villamos energia felhasználásunk kis mértékű növekedést mutat (az elmúlt hét év alatt átlagosan 7%-kal emelkedett). Ez a tendencia növekedni fog a magas energia igényű iparágak bővülésével (autógyártás, akkumulátor gyártás), valamint az újraiparosítási program elindulásával. Az elmúlt tíz évben Magyarország villamosenergia-termelése negyedével csökkent (leginkább a szabályozás változása miatt), de a napelem rendszereknek hála azért láthatunk javulást is. A Paks3 üzembehelyezése szintén javítani fog a helyzetünkön.



1. ábra

A bruttó villamos energia felhasználásunk

Forrás: Saját szerkesztés a MEKH adatai alapján

Az összes felhasználást a bruttó termelés nem fedezi, így energia importra szorulunk. A 1. ábrán a bruttó felhasználást a nettó import és a bruttó termelés összege mutatja. Jól látható a villamos energia termelésünkben a Paksi Atomerőmű leállásai 2017 február és 2018 május-júniusában.

Honnan süt a nap?

2.2. Megújuló energiaforrások

A megújuló energiaforrások közül a legjelentősebb, a napenergia hasznosítása, mely aránya a teljes termelésből 2021-ig exponenciálisan nőtt (1. táblázat). A megújuló energiaforrások sokkal nagyobb hálózati költséggel járnak (sok miniatűr erőmű, szemben a korábbi néhány óriási erőművel), valamint egyenletlen a termelésük is [3]. Magyarország energiabiztonsága érdekében kell az energetikai rendszert fejleszteni. Az energetikáért és klímapolitikáért felelős államtitkár szerint az ukrajnai háború hatásai miatt egyre fontosabb a helyben megtermelt energia, a napelemek terjedése viszont olyan ütemű volt az elmúlt években, hogy túlterhelhetik az országos hálózatot [9.].

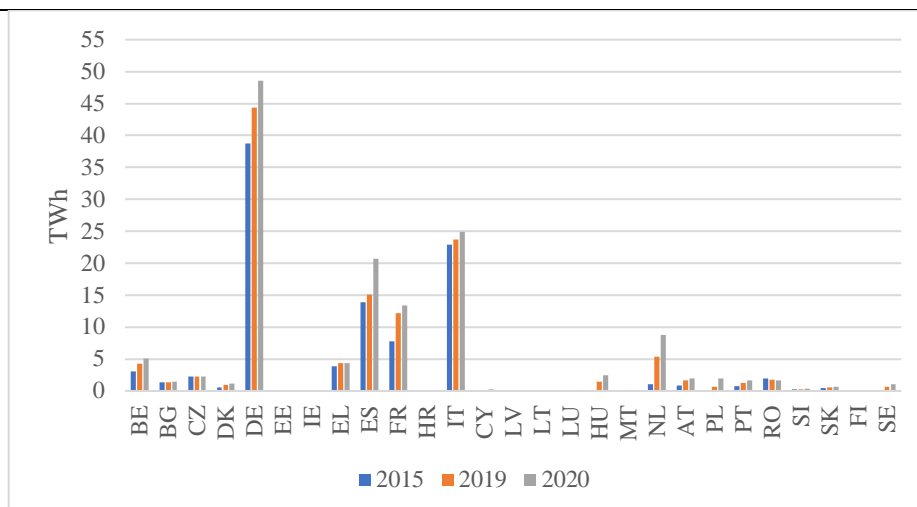
Év	Gigawattóra (GWh)			Napenergia aránya (%)	
	Összes felhasználás	Bruttó termelés	Napenergia	Termelésből	Felhasználásból
2016	44 446	31 732	174	0,55	0,39
2017	45 605	32 729	355	1,08	0,78
2018	46 190	31 842	599	1,88	1,30
2019	46 522	33 936	1 384	4,08	2,97
2020	46 293	34 616	2 371	6,85	5,1
2021	48 560	35 805	3 793	10,59	7,81

1.táblázat

A napenergia termelés részesedése a termelésből és a felhasználásból

Forrás: MEKH adatok alapján, saját szerkesztés

Kitekintve az Európai Unióra, a 2. ábra alapján látható, hogy a tagállamok 2020-as adatai alapján az első nyolc ország közé tartozunk az abszolút termelésben. Németország napenergia termelése a legnagyobb, amely 2020-ban 48,6 terawattóra (48,6 TWh=48600 GWh) volt. A második helyen Olaszország termeli még a legtöbb napenergiát, napenergia termelése a német napenergia termelés felét teszi ki, 2020-ban 24,9 TWh (24,9 TWh=24900 GWh). Magyarország napenergia termelése 2020-ra 2015-höz képest 2500%-ra növekedett, amely a legnagyobb mértékű növekedésnek tekinthető az EU-ban a vizsgált időszakban.



2.ábra

Az EU27 tagállamainak összes napenergia termelése (Terawattóra, TWh)

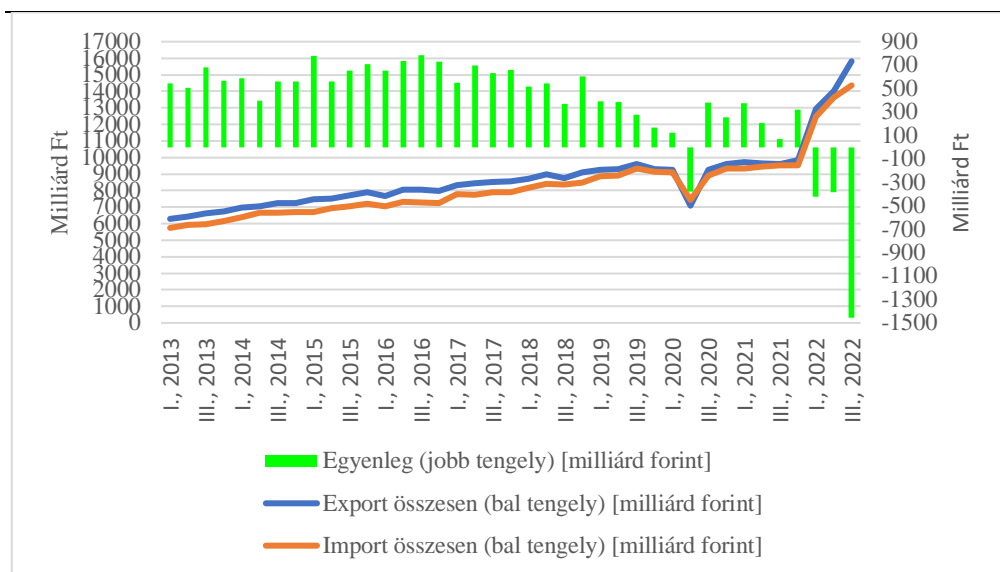
Forrás: Saját szerkesztés a Statistikal pocketbook 2022, EU energy in figures alapján

3. Termék-külkereskedelem

Két fontos dolog miatt is érdemes megvizsgálnunk a külkereskedelmünket. Egyfelől a termék-külkereskedelmünk része a villamos energia kereskedelem, másfelől a megújuló energiaforrások előállítására alkalmas napelemek jelentős része behozatalból származik.

A magyar külkereskedelem jelentős változásokon ment keresztül az elmúlt 30 évben, mind a kereskedelem szerkezetét, mind a kereskedelmi partnereket illetően. A 2004-es magyar uniós csatlakozás idejére a kereskedelmi integráció már megtörtént az EU-ba. Magyarország elsősorban EU-s partnerországokkal kereskedik, velük stabil tartós külkapcsolataink vannak. A Magyarországra érkező működő tőke nagyrésze is EU- tagállamokból érkezik [10.][7.].

Honnan süt a nap?



3. ábra

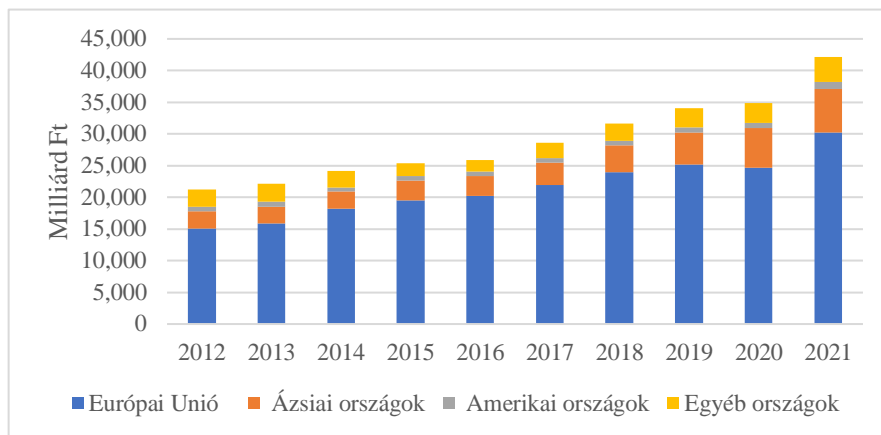
A magyar külkereskedelmi forgalom és az egyenleg értéke (Milliárd Forint)

Forrás: Saját szerkesztés a KSH adatai alapján. 2022-re előzetes adatok állnak rendelkezésre.

A magyar termékbehozatal- és kivitel - ahogyan a 3. ábra szemlélteti - 2013 óta növekvő tendenciát mutatott egészen 2020-ig. 2020-ban a koronavírus járvány okozta válság miatt az export az előző évhez képest 6%-kal az import 4%-kal csökkent és a külkereskedelmi egyenleg deficitessé vált. A 2021-es év a koronavírus okozta járvány miatt kialakult válságból történő kilábalásról szólt, a folyamat mind a nemzetgazdaságok teljesítményében, mind a nemzetközi kereskedelemben megmutatkozott. A külkereskedelmi forgalom 2021-ben az előző évi csökkenés után növekedést mutatott, sőt még a 2019-es évhez képest is nőtt. A KSH 2022-re előre jelzett adatai alapján mind az behozatal, mind kivitel nagymértékű növekedést mutatott, azonban a külkereskedelmi mérlegre jelentős negatív egyenleget jeleztek elő. Az energiahordozók behozatali árának jelentős emelkedése számottevően hozzájárult a termék-külkereskedelem nagymértékű hiányához. 2022. január–szeptemberben **5,8 milliárd eurós passzívum keletkezett**, amekkora hiányra az euróban vezetett időszor 1999-es kezdete óta még nem volt példa. **Az egyenleg 8,2 milliárd euróval romlott** az egy évvel korábbihoz képest, ami szintén rekordot jelent. **A passzívum a termékbehozatal euróban számított értékének (105 milliárd euró) 20, az kivitel (111 milliárd euró) 30%-os növekedése mellett következett be. A forgalom értéke mindkét irányban rekordnagyságú volt**, a járvány előtti, 2019. I–III. negyedévinél 29, illetve 42%-kal több.

3.1. Külkereskedelmünk relációs szerkezete

Relációs szerkezetben érdemes megnézni, hogy az Európai Unióval, illetve azon kívüli országcsoportokkal hogyan alakult a külkereskedelmünk és az egyenlegünk.

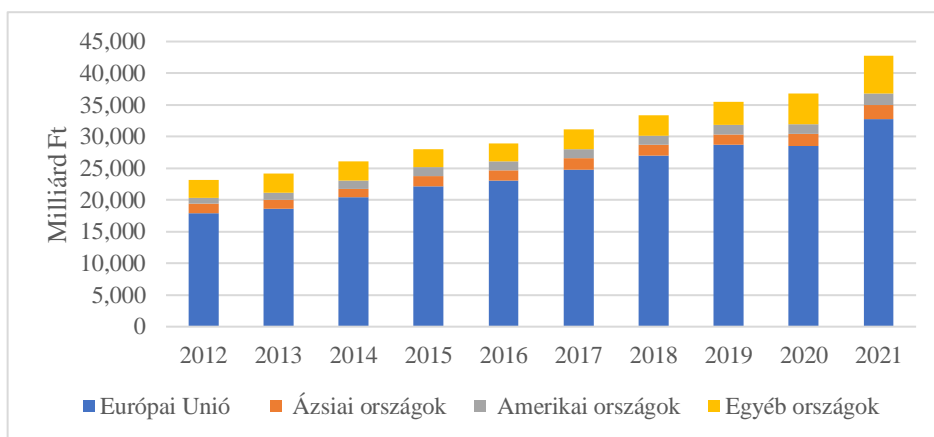


4. ábra

A külkereskedelmi termékforgalom (behozatal) értéke forintban a főbb országcsoportok szerint (folyó áron, milliárd Ft)

Forrás: Saját szerkesztés a KSH adatai alapján.

A termékbehozatal folyamatosan növekedett 2012-től vizsgálva az idősort (4. ábra) az Európai Unión belüli országokkal (a 2020-ban bekövetkezett csökkenéstől eltekintve). Az Európai Unión kívüli országok esetében a termékbehozatal 2013 és 2017-ig valamelyest csökkent, majd 2017 után növekedő tendenciát mutatott.

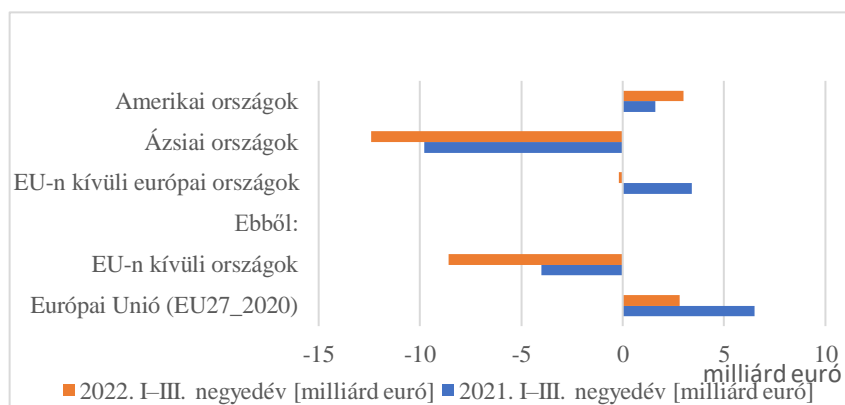


5. ábra

A külkereskedelmi termékforgalom (kivitel) értéke forintban a főbb országcsoportok szerint (folyó áron, milliárd Ft)

Forrás: Saját szerkesztés a KSH adatai alapján.

A termékkivitel is folyamatosan növekvő tendenciát mutatott az Európai Unión belüli országokkal (5. ábra) a 2012-2021-es időtávlatot tekintve. Az Európai Unión kívüli országok esetében a termékkivitel 2012 és 2017-ig stagnált, majd 2016 után növekedő tendenciát mutatott, amely az ázsiai országokba, illetve az egyéb országokba történő termékkivitel miatt következett be.



6. ábra

A külkereskedelmi termékgóralom egyenlege a főbb országcsoporthoz szerint (milliárd euró)

Forrás: Saját szerkeztés a KSH adatai alapján

A legfrissebb elérhető adatokat vizsgálva (2022 I–III. negyedév, 6. ábra) a két fő országcsoporthoz közül az egyenleg az Európai Unión kívüli országokkal folytatott kereskedelemben nagyobb mértékben romlott, ebben a relációban a passzívum 4,6 milliárd euróval nőtt, és 8,6 milliárd eurót tett ki. Ezen belül:

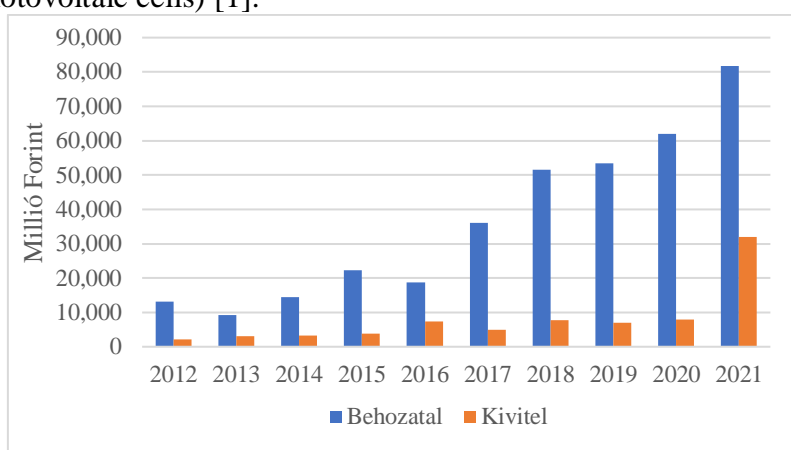
- Az EU-n kívüli európai országokkal folytatott kereskedelem egyenlege 3,6 milliárd euróval romlott, ugyanis az onnan érkező behozatal értéke 5,4 milliárd euróval nőtt. A partnereink közül a legnagyobb mértékben az Oroszországgal lebonyolított kereskedelem mérlege vált kedvezőtlenebbé (3,7 milliárd euróval), alapvetően a jelentősen dráguló energiahordozó-import következtében.
- Az ázsiai országokkal lebonyolított árucseré mérlege 2,6 milliárd euróval romlott. A Kínával lebonyolított áruforgalom egyenlege 5,9 milliárd eurós deficitet mutatott; valamennyi partnerünk közül itt jelentkezett a legnagyobb hiány.

Az Európai Unióval folytatott kereskedelem aktívuma 3,6 milliárd euróval csökkent és 2,8 milliárd eurót tett ki. Nemcsak az uniós partnereink, hanem a világ összes országa közül a legnagyobb többlet (2,9 milliárd euró) Németország esetében alakult ki. Az EU-n belül a legnagyobb mértékben, 2,4 milliárd euróval az Ausztriával lebonyolított forgalom egyenlege romlott 2021 I–III. negyedévéhez képest, döntően a 266 millió eurósról 2,0 milliárd euróra növekedett földgázimportunk hatására. Hasonlóan romlott, 2,3 milliárd euróval vált kedvezőtlenebbé a Szlovákiával folytatott árucseré egyenlege, amiben a

legjelentősebb tényezőt a villamos energia importjának növekedése jelentette [6.].

3.2. Napelem külkereskedelem

Miután megvizsgáltuk a villamos energia felhasználásunkat, és az ezt magában foglaló termék külkereskedelmünk változását és relációs szerkezetét, áttértünk a villamos energián belüli megújuló energiaforrások közül a napenergia előállításához elengedhetetlen napelemek kereskedelmére. A külkereskedelmi termékforgalom KN8 (kombinált nomenklatúra) 8 számjegyen azonosítja a termékeket. Első körben meg kellett határozzuk, hogy a napelem (napkollektor), melyik KN (kombinált nomenklatúra 8 jegyen) alá tartozik. A KN-ek elnevezése alapján nehéz volt eldönteni hova tartozik. A legjobb egyezést a KN 85414090 mutatta, mely kódon jelentették a vállalatok a napkollektorok kereskedelmét, mely a meghatározás szerint: más, fényérzékeny félvezető szerkezetek (Photosensitive semiconductor devices, incl. photovoltaic cells) [1].



7. ábra

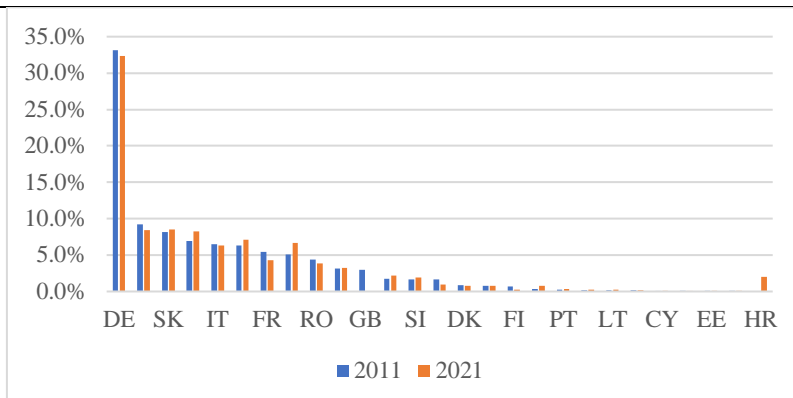
KN 85414090 kódon lévő tisztított termék külkereskedelmi adatok

Forrás: Saját szerkesztés KSH adatok alapján

A termék- külkereskedelmi adataink (behozatal és kivitel) két féle adatgyűjtésből származnak. Az egyik adatforrás az EXTRASTAT (VÁM adatok + OSAP¹2193), az EU területén kívüli országok esetén. A másik adatforrás az INTRASTAT, ez egy adatgyűjtés (helyesebben 2, mert kivitel és behozatal külön-külön egy adatgyűjtés OSAP2010; OSAP2012), kijelölt vállalatok jelentett adatából. Az EXTRASTAT adatok teljeskörűek, az INTRASTAT adatok esetén, viszont a nem kijelölt vállalkozásokra (irányonként más-más küszöbérték) az ÁFA adatok alapján, értékben, teljeskörűsítés történik, megbecsülve a termék szerkezetét és a partnerországot. [2.]

¹ OSAP Országos Statisztikai Adatgyűjtési Program

Honnan süt a nap?

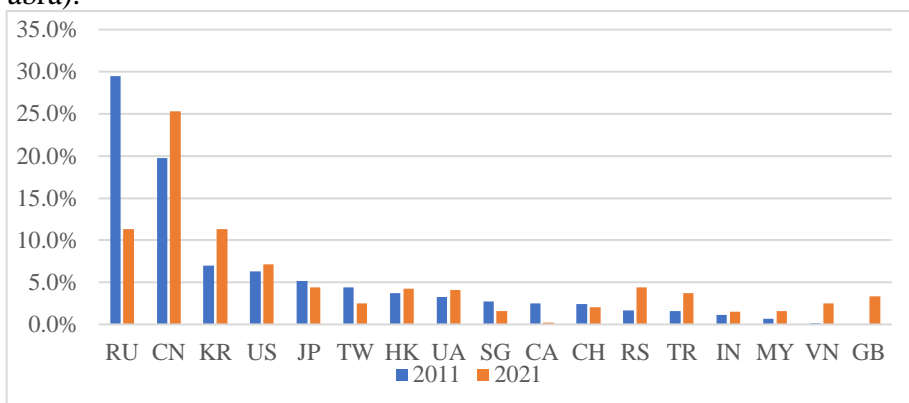


8. ábra

Napelem behozatalunk megoszlása partnerország szerint az EU-ból 2011-ben és 2021-ben
Forrás: KSH adatok alapján saját szerkesztés

Az adatok tisztítása után a 7.ábrán jól látható a napelem behozatalunk dinamikus növekedése, kilenc év alatt 12 milliárd forintról 81 milliárd forintra nőtt.

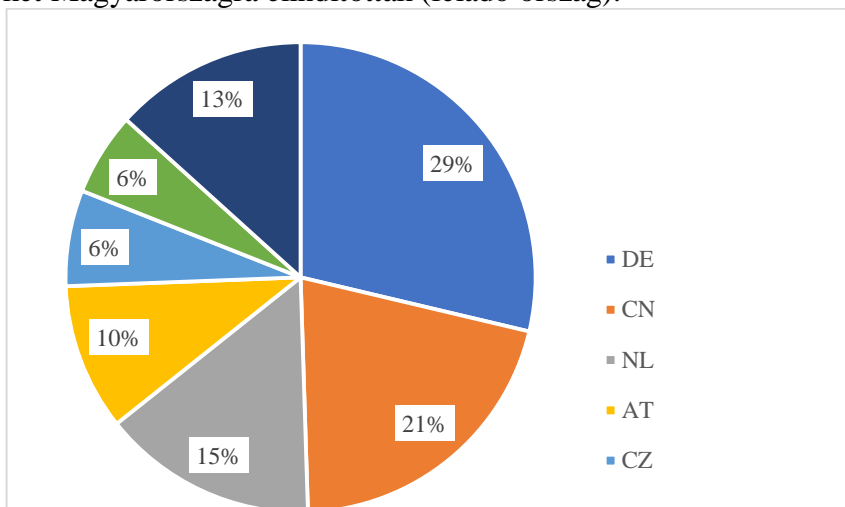
A tanulmányunkban a „Honnan süt a nap” kérdéskört szeretnénk körbejárni, ezért a relációs szerkezeteket már csak a behozatal oldalról fogjuk vizsgálni. Az elmúlt 10 évben a napelem importunk jelentősen nőtt, de a partnerországok értékbeli megoszlása EU viszonylatában csak kis mértékben változott (8. ábra). Fontosnak tartjuk megjegyezni, hogy 2011-ben Nagy-Britannia (GB) még az EU tagja volt, addig Horváthország (HR) csak a 2021-es adatokban tartozik ide. Németország (DE) részesedése kis mértékben csökkent (de még így is a teljes forgalom több mint harmadát uralja) és ezzel egyidejűleg a csehek (CZ), lengyelek (PL) és a hollandok (NL) részesedése nőtt egy kicsit. A nem Európai Unióval folytatott kereskedelmünk relációs szerkezete sokkal inkább átalakult (9. ábra).



9. ábra

Napelem behozatalunk megoszlása partnerország szerint a nem EU-hoz tartozó országokra 2011-ben és 2021-ben
Forrás: KSH adatok alapján saját szerkesztés

Az orosz-ukrán háború következménye jól látszik, mindkét ország részese a külkereskedelemből lecsökkent (éves aggregált adatok), helyüket Kína (KN), Korea (KR) Szerbia-Montenegró (SR), Törökország (TR), Vietnám (VN) és az Unióból kikerült Nagy-Britannia vette át. 2021-ben az összes forgalom 74,4%-át Európai Unió tagországból adták fel, ezért megnéztük együtt az EXTRA és INTRA forgalmat a feladó országok szerint (10. ábra). Így már sokkal árnyaltabb képet kaphattunk a behozatal megoszlásáról (10. ábra). Elmondható, hogy a napelemek területén is, a legfontosabb partnerünk Németország 28,7%-os teljes piaci részesedéssel. Ezt követi Kína 20,8%-kal és Hollandia 14,8%-kal. Kínán kívül, más, nem EU tagország, nem érte el az 5%-os részesedést. Tulajdonképpen itt meg is állhattunk volna az elemzéssel, hiszen a napelem behozatalunk 50%-át két partner tagország már lefedi, de vajon, tényleg csak ekkora rész érkezik Kínából? A választ az INTRASTAT adatgyűjtés kitöltési útmutatójában találjuk (www.ksh.hu): „Rendeltetési/feladó ország: a termék fizikai mozgását kell figyelembe venni, a pénzügyi és számlázási megoldástól függetlenül. Kiszállítás kérdőíven annak az országnak a kódja, amely a terméknek a magyar feladó által ismert végső rendeltetési helye. Beérkezés esetén annak az országnak a kódja, ahonnan a terméket Magyarországra elindították (feladó ország).”



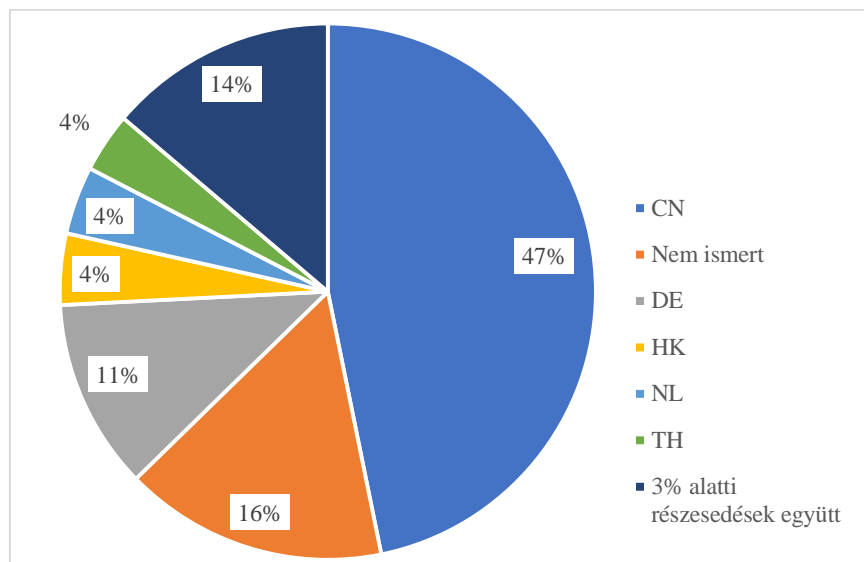
10. ábra
2021.-ben a behozatal megoszlása (%) partnerországok szerint

Forrás: KSH, saját szerkesztés

Ezen meghatározás alapján, Kínából Magyarországra az összes behozatal 21%-át indították. A kitöltési útmutatót tovább olvasva: „A származási ország az az ország, amelyben az árut előállították, kitermelték, vagy feldolgozták. Ha az árut több országban állították elő, akkor az tekintendő származási országnak, ahol az utolsó lényeges feldolgozási műveletet végrehajtották.” viszont még egy „ország” is bekerül a képbe, a származási ország. Ennek meghatározása nem minden esetben egyszerű és egyértelmű, de azért plusz információt nyújt.

Honnan süt a nap?

Ha származási ország szerint nézzük a behozatalunkat (11. ábra), akkor már más kép rajzolódik ki.



11. ábra

2021-es évben a behozatalunk százalékos megoszlása származási ország szerint

Forrás: KSH adatok alapján saját szerkesztés

A teljes behozatalunk 46,8%-a kínai származású (csak, nem egyből Kínából érkezett). Mindösszesen 11,5% a tényleges németországi származású napelem (amit nem is biztos, hogy Németországban adtak fel). Elég nagy arányban találkozhatunk ismeretlen származású termékkel (15,9%), mely további vizsgálatokra adhat okot, de nem ezen tanulmány keretei között.

4. Összefoglalás

Napjaink jelentős kihívása az energiaválság. Magyarország villamos energia szükséglete évről-évre nő, ez a tendencia az autó- és akkumulátor gyártások bővítésével megsokszorozódik. Energiafelhasználásunk kétharmada hazai termelésből és egyharmada importból fedezhető. A megújuló energiaforrások közül a legjelentősebb a napenergia, mely az összes termelésünk 10,6%-át tette ki éves szinten 2021-ben. Termékexportunk és -importunk (behozatal és kivitel értelmében) az elmúlt 10 évben jelentősen bővült minden relációs szerkezetben (kivéve a pandémia idején). Jelentős átrendeződés az egyes országcsoportok szerint nem tapasztalható, de a brexit és az orosz-ukrán háború nyomai jól kivehetők. A napelem külkereskedelmünk is töretlenül nő a növekvő felhasználás kielégítésére (Magyarországon egy napelemgyártó vállalkozás van). Nettó importunk éves szinten 5,8 milliárd forinttal nőtt az elmúlt 10 évben. A napelem külkereskedelem relációs szerkezetét - a brexitet és a horvát csatlakozást leszámítva - az orosz-ukrán háború némileg módosította. A

legnagyobb mértékben Németországból érkeznek a napelemek, közel 30%-os piaci részesedéssel. Ezt követi Kína 21%-kal és Hollandia 15%-kal. Ennél azért árnyaltabb képet kaptunk, mert megvizsgáltuk a napelem behozatalunkat származási ország szerint is, így nem képp változott a helyzet. Teljes behozatalunk 47%-a kínai származású, csaknem minden egyből Kínából érkezett, egy része Németországon, más része Hollandián keresztül jött. Az adatok között nagy mértékben találhatóak ismeretlen származási országú termékek, mely vizsgálata nem volt tárgya jelen tanulmánynak.

Irodalomjegyzék

- [1.] Az Európai Unió Hivatalos Lapja L294, 64. évfolyam, 2021. augusztus 17.
- [2.] Budaházy György és Kapusza Ágnes (2023) *Nap mint nap, avagy hogy alakul a megújuló energia termelésünk és a napelem külkereskedelmünk*. In: Integrált gondolkodás és integrált vállalati jelentés: fenntarthatósági kockázatok a gazdasági és energetikai válság árnyékában Magyar Tudomány Ünnepe konferencia kötet 2023. Budapesti Gazdasági Egyetem, Budapest, Magyarország, pp. 44-60. ISBN 978-615-6342-50-8; https://doi.org/10.29180/978-615-6342-50-8_4
- [3.] Horváth P. - Somossy É. - Tóth T. (2022): *A decentralizált villamosenergia-rendszerek fejlődésének nemzetközi és hazai szempontjai*, Közgazdasági Szemle, LXIX. évf., 2022. június (697—720. o.); <https://doi.org/10.18414/KSZ.2022.6.697>
- [4.] Kerényi Attila (1995) *Általános környezetvédelem*. Mozaik Oktatási Stúdió, Szeged 14.o.;
- [5.] KSH (2022): *A fenntartható fejlődés indikátorai Magyarországon*, 2021, Központi Statisztikai Hivatal, 2022 ISSN 2064-0307. https://www.ksh.hu/docs/hun/xftp/idoszaki/fenntartfejl/2021/fenntarthatos_fejlodes_indikatorai_2021.pdf;
- [6.] KSH (2022): *Magyarország, 2022. I–III. negyedév – Energiaársokk és gazdasági növekedés*. KSH, Magyarország, 2022. I–III. negyedév;
- [7.] Neszmélyi Gy. I.- Pócsik, O. (2018): *A magyar külkereskedelem sajátos vonásai és tendenciái az utóbbi évtized során* In: Magasabb (helyi) hozzáadott érték, mint a vidéki kitorési lehetőség- II. Nemzetközi Vidékfejlesztési Tudományos Konferencia, SZIE-AGK, Szarvas.;
- [8.] Statistikal pocketbook 2022, *EU energy in figures*. <https://op.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/41488d59-2032-11ec-bd8e-01aa75ed71a1>
- [9.] Steiner Attila, Kossuth rádió, Jó reggelt Magyarország.2023.01.30.;
- [10.] Szabó Gy. (2023): *Meggondolhatta magát a kormány a napelemekkel kapcsolatban*. <https://index.hu/gazdasag/2023/01/30/energia-veszelyhelyzet-energiavalsag-napelem-napenergia/>
- [11.] Takács István (2020): *A magyar külkereskedelem fejlődésének irányai – a kereskedelem alakulása az EU új-generációs szabadkereskedelmi partnereivel*. Geopolitikai Szemle II. évfolyam 2020/2. No5. pp. 117-135.; <http://acta.bibl.u-szeged.hu/id/eprint/75659>

Teljesítménymutatók értékelése egy telekommunikációs vállalat telefonos ügyfélszolgálatán

Vojter Noémi

PhD hallgató

Szegedi Tudományegyetem Közgazdaságtani Doktori Iskola

E-mail: vojternoemi97@gmail.com

Témavezető: Sándorné Dr. Kriszt Éva

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_9](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_9)

Összefoglalás: Korunk vezetői folyamatos kihívásokkal állnak szemben a teljesítménymérés és -értékelés tekintetében. Munkám fókuszában egy telekommunikációs vállalat telefonos ügyfélszolgálatára áll, amely esetén az alkalmazott rendszer működését vizsgáltam, különös tekintettel a teljesítménymutatókra. A telefonos ügyfélszolgálati pozícióban dolgozó munkavállalók kérdőíves megkérdezésével, illetve az érintett terület vezetőivel folytatott mélyinterjúk beszélgetésekkel kívántam átfogó képet kapni a kialakított rendszerről.

Kulcsszavak: teljesítménymutatók, teljesítménymérés, teljesítményértékelés, ügyfélszolgálat, telekommunikáció, digitalizáció

Abstract: Managers face constant challenges these days, in terms of performance measurement and evaluation. The focus of my work is the call centre of a telecommunications company of which I observed the operation of the employees with particular focus on their key performance indicators. I was aiming to get a thorough picture by surveying call center operators and interviewing managers from the industry.

Keywords: performance indicators, performance measurement, performance evaluation, customer service, telecommunications, digitization

1. A teljesítménymenedzsment elméleti háttere

A teljesítménymenedzsment témakörének már hosszú ideje központi szerepe van a témát boncolgató hazai és nemzetközi szakirodalmakban egyaránt. A fogalom számos meghatározásával találkozhatunk, azonban az általam feldolgozott szakirodalmak alapján a leginkább elfogadott, hogy a teljesítménymenedzsment egy olyan kifejezés, amelyet a vállalatok felsővezetői világszerte előszeretettel használnak vezetési folyamatok és rendszerek leírására, amelyeknek célja a teljesítmény fokozása, a teljesítményszámítás és a teljesítménnyel kapcsolatos kimutatások javítása [1]. A teljesítménymenedzsment témakörének boncolgatása során kiemelt fontosságú szerepe van a teljesítményszintek meghatározásának is. A legtöbb szakirodalom a szervezet teljesítményének három egymásra épülő, mégis külön-külön is vizsgálható részét különbözteti meg [2]:

1. A szervezet szintje
2. A szervezeti egység szintje
3. Az egyén szintje

A szervezet teljesítményének lebontásával először eljuthatunk a szervezeti egység, azaz a csoportszintű teljesítményig, majd azt tovább bontva ismerhetjük meg az egyén szintű teljesítményeket. A lépcsőzetes felépítés ellentétes irányban is megfigyelhető, hiszen egyéni teljesítmények nélkül nem beszélhetnénk csoportos teljesítményről, illetve a csoportok hozzáadott értéke nélkül sem vizsgálódhatnánk a szervezet egészének eredményessége körében. A teljesítményt tehát különböző szinteken mérhetjük, majd azt követően értékelhetjük. A teljesítménymérés valamely tevékenység eredményességének és gazdaságosságának a mérési folyamata [3]. A teljesítménymérési eszközök az elmúlt évek során hatalmas fejlődésen mentek keresztül. A teljesítmény és annak mérésének gondolata már az 1880-as években is foglalkoztatta a vállalatok vezetőit. Kezdetben a pénzügyi, számviteli mutatók alkalmazása volt jellemző, majd egy-két évtizeddel később elkezdtek nyitni a komplexebb mutatók alkalmazása felé. A vállalati érték alapú modelleket már az 1980-as években elkezdtek használni [4]. Johnson és Kaplan az 1987-ben megjelent *Relevance Lost – The Risk and Fall of Management* című könyvükben pedig megfogalmazták, hogy a korábban használt eszközök már elavultak, és nagyobb hangsúlyt kellene fektetni a pénzügyi teljesítménymutatók mellett a nem pénzügyi mutatókra [5,6].

1.1. A teljesítménymérési mutatókkal szemben támasztott követelmények

A jó gyakorlatnak megfelelő teljesítménymutató rendszerek meghatározásához Anthony és Govindarajan *Menedzsmentkontroll-rendszerek* című könyvét vettem alapul. A szerzők által meghatározott teljesítménymutatókkal szemben támasztott követelmények egy csoportosítási lehetősége az alábbi [7]:

1. Az egyedi mutatókkal szemben támasztott követelmények
 - a) Stratégiából levezethetőség: A stratégia függvényében határozzuk meg a mérni kívánt tényezőket. A teljesítménymutatók meghatározásával szemben támasztott első követelmény az, hogy a stratégiából legyenek levezetve a teljesítménymutatók.
 - b) A teljesítmény mérhető és számszerűsíthető legyen: A teljesítményalapú javadalmazási rendszer bevezetése előtt fontos megvizsgálni, hogy lehet-e ténylegesen mérni a teljesítményt. Ez egy olyan kulcskérdés, amely teljesülése nélkül lehetetlen egy erre épülő rendszer kialakítása. A mérések segítségével a munkavállalók megérthetik, hogy az ő teljesítményük miként járul hozzá a vállalat stratégiai céljainak megvalósulásához.
 - c) A teljesítménymérési mutatók relevánsak és időszerűek legyenek: Elengedhetetlen, hogy a teljesítménymérési mutatókat hozzáigazítsák a stratégia változásaihoz. Ezáltal ugyanis elkerülhetők a felesleges

mérések, amelyek a munkavállalók és a vezetők számára is plusz erőforrás befektetést jelentenének.

- d) A mutatók számítási módjának egyértelműsége: A mutatók létrehozásakor nagy hangsúlyt kell fordítani arra, hogy könnyen érthető, egyértelmű számítási móddal rendelkező mutatókat alkossunk meg. Túlzott komplexitás esetén ugyanis a munkavállalók nem értenék meg a működésüket, így motiváció romboló hatásuk lehet. Emellett a vezetők számára is nehézséget okozhat az átlátásuk. Konzisztensen, azaz ellentmondásoktól mentesen kell kialakítani őket. Lényeges feladat a teljesítménymutatók súlyozásának pontos behatárolása is. A vállalatnak meg kell találnia azokat a mutatókat, amelyek fontos elemei a stratégiának, hiszen a munkavállalók a teljesítményalapú javadalmazási rendszer végett ezekre a kulcstényezőkre fognak leginkább fókuszálni.
 - e) Ösztönző hatással rendelkezzenek: Fontos, hogy az alkalmazott mutatók jobb teljesítmény elérésére ösztönözzék a munkavállalókat.
 - f) Befolyásolhatóság elvének teljesülése: Lényeges szempont, hogy a mutatók befolyásolhatók legyenek az érintett munkavállalók által.
 - g) Eredménymutatók és teljesítményokozók: Fontos, hogy a vállalat alkalmazzon eredménymutatókat és teljesítményfokozó mutatókat egyaránt. Az eredménymutatók lényege, hogy a mutatók a kitűzött célok elérését mutassák, így a mutatóval szemben támasztott célérték elérése a cél elérését is eredményezi. Ezzel szemben a teljesítményfokozó mutatók a cél eléréséhez járulnak hozzá, azaz a mutató értékének a javulása jelenti a célok eléréséhez való közeledést [8].
2. Követelmények, amelyek a mutatók által alkotott rendszerekre vonatkoznak
- a) Nem kizárólag pénzügyi mutatók alkalmazása: A stratégia megvalósításához nem elegendő mindössze a pénzügyi mutatószámok használata. Érdemes olyan nem pénzügyi mutatókra is hangsúlyt fektetni, amelyek segítik a stratégia megvalósítását.
 - b) Megfelelő számú mutatók alkalmazása: Fontos, hogy a munkavállalók megértsék a teljesítménymutatók rendszerét, és átlássák a velük szemben támasztott követelményeket. Emellett a vezetők érdeke is az, hogy releváns információt kapjanak az egyének, a csoportok, vagy akár a szervezet egészének teljesítményéről. Ugyanis, ha túl sok mutatót alkalmaz a vállalat, akkor kaotikussá válhat a rendszer, és az érintettek nem fognak tudni fókuszálni a lényegi kérdésekre. Azonban ezzel szemben, ha kevés mutatószámot használnak, akkor felmerülhet annak a veszélye is, hogy figyelmen kívül hagyják központi kérdéseket.

1.2. A teljesítménymérés és -értékelés témakörének jelentősége

A vállalatokon belüli teljesítménymérési és -értékelési rendszer kérdésköre napjainkban kiemelt jelentőséggel bír. Többek között hozzájárulhat a munkavállalók hatékonyságának növeléséhez, a szervezet stratégiai céljainak megvalósulásához, illetve az eredményes működéshez egyaránt. A vállalatok vezetői munkájuk során számos kihívással állnak szemben, ezért kiemelten fontos a teljesítmények maximalizálása a versenypozíciójuk megőrzése érdekében. Ehhez a legtöbb vállalatnak szüksége van egy átfogó keretrendszerre, amelynek segítségével mérhetik és értékelhetik az egyéneket, a csoportokat, vagy akár a szervezet egészének teljesítményét. Ennek segítségével szükség esetén a megfelelő időben beavatkozhatnak, és korrigálhatják a felmerülő hibákat, összességében pedig javíthatják a teljesítőképességet. Mind emellett pedig azt a célt is szolgálhatja, hogy egy jól strukturált rendszernek köszönhetően adott pozícióra a megfelelő személy kiválasztása kisebb erőfeszítés mellett történhessen meg.

2. A kutatás fókuszában álló vállalat iparági jellemzői

A távközlési iparág hosszú múltra tekint vissza, és azóta is hatalmas jelentőséggel bír az egyes országokban. A telekommunikációs infrastruktúra kiépítettségének összehasonlításával akár egyes országok fejlettsége is meghatározható és rangsorolható. Emellett manapság már nem igazán okoz gondot az egymással való kommunikálás akár két távol eső földrésről sem, míg ez pár évvel ezelőtt mindössze hatalmas költségek árán vált lehetségessé. Magyarország távközlési piacát jelenleg három multinacionális cég uralja: a Magyar Telekom Távközlési Nyrt., a Vodafone Magyarország Távközlési Zrt. és a Yettel Magyarország Zrt. A telekommunikációs és távközlési iparág jelentősége az elmúlt évtizedekben folyamatos növekedésben volt. A technológiai eszközök, az applikációk rohamos fejlődése nagymértékben befolyásolja a társadalmi és gazdasági környezetünket egyaránt. Manapság már az ország bármely pontján elérhető lefedettséggel találkozhatunk. Azonban számos kihívással is szembe kell nézniük ezeknek a cégeknek. Az egyik ilyen nagy probléma a fogyasztói igények folyamatos, gyors ütemű változása, amelyhez azonnali reagálás szükséges a vállalat részéről. Az innovációs fejlődés emiatt elengedhetetlen része a működésüknek.

Munkám fókuszában egy külföldi anyavállalat magyarországi székhelyű leányvállalatának telefonos ügyfélszolgálatát áll, amely esetén az alkalmazott teljesítménymérési és -értékelési rendszer működését vizsgáltam, különös tekintettel az alkalmazott teljesítménymutatókra. A választott szervezet fő profilja a telekommunikációs és távközlési szolgáltatás nyújtása, nagy hangsúlyt fektetve a digitalizáció fejlődésének ösztönzésére. Az ügyfélszolgálati terület esetén pedig számos olyan digitalizációs megoldással találkozhatunk, amely segíti mind a munkavállalók munkáját, mind az ügyfelek

igényeinek megvalósítását. A vállalat ügyfélszolgálatára több városban is működik, azonban a kutatásom fókuszja a szegedi telephelyre esett.

A téma aktualitását többek között az is igazolja, hogy az online ügyfélszolgálatok jelentősége az utóbbi időszakban igencsak felértékelődött. A koronavírus-járvány következtében az emberek szívesebben intézik ügyeiket otthonukból ahelyett, hogy személyes ügyfélszolgálaton kérjenek segítséget az ügyintézőktől. Amellett, hogy időt és pénzt (pl. utazási költség) spórolhatnak, a vállalatok is számos előny biztosításával próbálják az online ügyintézés felé terelni ügyfeleiket. Ma már szinte minden online felületen vásárolt termék esetén huzamosabb elállási idővel számolhatnak a vásárlók, ha esetleg mégsem lennének elégedettek a megvásárolt termékkel/ szolgáltatással. Emellett pedig a legtöbb esetben a telefonos ügyfélszolgálatok vonala is díjmentesen hívható.

3. A vállalat által alkalmazott teljesítményértékelési és ösztönzési rendszer

Az általam választott szervezet telefonos ügyfélszolgálatán foglalkoztatott munkavállalók a szervezeti hierarchiában az Ügyfélszolgálati Igazgatóság alá tartoznak. Az Ügyfélszolgálati Igazgatóság jutalékkerete függ a létszámtól, a jutalékkolt tevékenységektől és a munkaköröktől. Például más meghatározások érvényesek az úgynevezett „Front Office” területekre, a háttérosztályra, illetve a csoportirányítók jutalékrendszerére.

A jutalékrendszer kialakításakor az Ügyfélszolgálati Igazgatóság legfőbb célja az volt, hogy a rendszer támogassa a vállalati, illetve az ügyfélszolgálati célok elérését. A vállalat stratégiai céljai többek között az alábbiak:

- A piacvezető pozíció megszerzése/ megtartása
- A kifogástalan ügyfélélmény biztosítása, agilis működés
- A hatékony működés, gyors reagálás

Ahhoz, hogy a munkavállalók egységes és magas színvonalú kiszolgálást tudjanak nyújtani, a szervezet létrehozott egy komplex kézikönyvet, melyben összefoglalták a jutalékrendszerrel kapcsolatos elvárásokat, illetve az alkalmazott mutatók főbb ismérveit. Ez a dokumentum a területen dolgozó ügyintézők munkájának minőségi ellenőrzését, a hibák feltárását és azok javítását szolgálja.

A jutalék megszerzésére való jogosultság első feltétele az önálló munkavégzésre való alkalmasság. A vállalat az önálló munkavégzés alatt azt érti, amikor a munkavállaló az elméleti és a gyakorlati képzést követően már folyamatos támogatói közreműködés nélkül, a normál folyamatoknak megfelelően végzi a munkáját. Az erre való alkalmasságot a munkavállaló szakmai támogatója/ mentora határozza meg.

A szervezet ügyfélszolgálati munkavállalói a fix alapbérükön felül minden hónapban szert tehetnek úgynevezett értékesítési és minőségi jutalékokra:

1. Értékesítési jutalékelem: Az egyes termékek/ szolgáltatások értékesítése után járó összeg. A kifizetésre abban az esetben jogosult a munkavállaló,

ha a meghatározott követelményeknek megfelel (például nem részesült írásbeli figyelmeztetésben). A díjazás összegét az értékesítési fókuszokat szem előtt tartva állapítják meg. Lehet szó egy díjsomag értékesítéséről, díjköteles szolgáltatás aktiválásáról, vagy egy adott gyártó készülékének értékesítéséről. Ezek mértékéről a munkáltató minden esetben e-mail formájában értesítést küld az ügyfélszolgálati munkatársak hivatalos e-mail címére.

2. Minőségi jutalékelem: A minőségi jutalékelem az érintett munkatársak többszempon্তু teljesítménye alapján kerül kifizetésre. A jutalék megszerzéséhez azonban számos feltételnek kell megfelelniük. A későbbiekben ezen jutalékelem vizsgálatára fog sor kerülni.

3.1. A minőségi jutalékelem teljesítménymutatói

Korábban már ismertettem a jutalékrendszer két fő elemét. Azonban a minőségi jutalék további részekre bontható:

1. Alapelvárások/ Alapmutatók: Az „Alapelvárások” közé tartozó mutatóknak egyértelmű meghatározással kell rendelkezniük ahhoz, hogy a munkavállalók megérthessék, mely esetben tehetnek szert a kifizetésre. Tehát minden érintett, aki teljesíti az alapelvárásokat, az jogosult lehet a jutaléokra. Azonban akár egy elvárás elmulasztása is a munkavállaló kizárását vonja maga után. Az „Alapmutatók” célja az, hogy ne történjen minőségi romlás a munkavégzés során, azaz ne csak azok a mutatók minél jobb teljesítése foglalkoztassa az ügyintézőket, amelyek befolyásolják a bérüket, hanem ezáltal egyfajta korlátot szabjon a munkavállalók számára, emellett pedig törekedjenek az ügyfélkiszolgálás színvonalának növelésére is. Az „Alapelvárások” közé az alábbi mutatók sorolhatók:
 - a) Visszatérő hívás mutató: Abban az esetben, ha az ügyfél azonos szándékkal keresi fel az ügyfélszolgálatot az előző beszélgetést követő három napon belül, akkor növekedni fog a mutató értéke. A mutató célja az, hogy az ügyintéző már az első beszélgetés során teljeskörű megoldást találjon az ügyfél problémáira.
 - b) Átkapcsolási arány mutató: A fogadott hívásokból történő átkapcsolások arányát mutatja. Célja az, hogy az ügyfelek ne kerüljenek továbbításra másik területre abban az esetben, ha a saját kompetenciájukhoz tartozna, ezzel elkerülve az ügyfélirritációt.
 - c) Kiemelt tranzakciós időt mérő mutató: Abban az esetben, ha a hívásszámok kiugróan megnövekednek, a hívások ideális tranzakciós idejét az alábbi mutató fogja meghatározni. Ezáltal az ügyintézők minél rövidebb hívásidőre fognak törekedni. A hívásszám megnövekedéséről, vagyis a kiemelt időszakról a háttér csoport minden esetben értesítést küld.
 - d) Az utómunka idejét meghatározó mutató: Az ügyintéző fogadott hívásaihoz tartozó átlagos háttérmunka idejét jelenti. A mutató célja,

hogy az ügyintéző két hívás között a folyamatok gyors lezárására törekedjen.

- e) Szakmai teszt: Havi rendszerességgel a munkavállalóknak szakmai tesztet kell elvégezniük. A teszt célja a munkavállalók tudásának szinten tartása, azonban a jutalék mértékét nem befolyásolja a kitöltéskor elért eredmény.
2. A jutalék mértékét meghatározó mutatók: Esetében a szervezet egymáshoz méri a kollégák teljesítményét. Ez a mutatócsoport határozza meg a kifizetésre kerülő jutalék összegét, vagyis a munkavállalók különböző bérszinteket érhetnek el a teljesítményük alapján. 5 kategória egyikébe kerülhetnek besorolásra, amelyek meghatározzák a különböző összegű kifizetéseket. Azonban abban az esetben, ha a legkisebb szintet sem sikerül elérnie a munkavállalónak, nem részesülhet jutalék kifizetésben. Ebben a csoportban az alábbi mutatók kerülnek megemlítésre:
- a) Ügyfélélmény mutató: A vállalat lehetőséget kínál ügyfeleinek, hogy értékeljék a kiszolgálás minőségét, az ügyintéző munkáját. Erre SMS formájában, illetve a hívás végén a telefonos automata rendszernek adott visszajelzés keretén belül kínál lehetőséget.
 - b) Tranzakciós időt mérő mutató: A mutató minden hívás ideális tranzakciós idejét meghatározza, vagy abban az esetben is, ha normál keretek között, illetve, ha kiemelt időszak esetén történik a hívásvétel.
 - c) Értékesítési mutató: Hasonlóan az Értékesítési jutalékelemhez, ebben az esetben is a termékek/ szolgáltatások értékesítése kerül fókuszba.

Összegezve tehát, a kifizetés abban az esetben valósul meg, ha az ügyintéző munkatárs teljesíti az „Alapmutatók” csoportjába tartozó minden mutató elvárásait, és „A jutalék mértékét meghatározó mutatók” segítségével eléri legalább a legkisebb jutalékszinten.

Ez lényegében egy önszabályozó rendszer, amely azért került efféle módon kialakításra, hogy a szervezet a biztosított keretösszegen belül tudjon maradni. Ugyanis „A jutalék mértékét meghatározó mutatók” esetén a csoportátlaghoz mérik az egyéni teljesítményeket, azaz abban az esetben, ha a csoporton belül nagyrészt kiemelkedően teljesítenek, akkor ezzel párhuzamosan emelkedni fog az átlag és az elvárás is.

Az „Alapelvárások” teljesítésének ellenőrzését és az elért teljesítményszint meghatározását követően jelenlét arányosításra kerül a kifizetésre kerülő összeg. Különböző szintek kerülnek meghatározásra annak függvényében, hogy az operátor hány munkaórát dolgozik az adott hónapban.

4. Az alkalmazott kvalitatív, illetve kvantitatív kutatási módszertanok

A kutatási témám kiválasztása személyes motivációból ered, ugyanis közel négy éven keresztül én magam is a vizsgálat középpontjában álló szervezet ügyfélszolgálatán dolgoztam. Ennek következtében a mutatók értelmezéséhez, az esetleges problémák feltárásához nagy segítséget nyújtottak a személyes

tapasztalataim. Emellett a Budapesti Corvinus Egyetem mesterképzésén folytatott tanulmányaim során a szakdolgozatom szerves részét képezte a vállalat teljesítménymutatóinak megismerése.

A kutatás első szakaszában a szervezet által rendelkezésemre bocsátott dokumentumok, kézikönyvek segítségével azonosítottam a fókuszban álló mutatókat, ezáltal megismerve azok jelentőségét. A több éves ügyfélszolgálaton eltöltött munkám során, illetve a vállalat egységes dokumentumai segítségével elsősorban értelmeztem az alkalmazott teljesítménymutatók működését, az azok mögött meghúzódó folyamatokat, illetve az ügyfélszolgálaton dolgozó munkavállalók felé továbbított elvárásokat.

Annak érdekében, hogy több szemszögből megismerhessem a teljesítménymérési mutatókat, interjút készítettem a telefonos ügyfélszolgálaton dolgozó munkavállalók egyik csoportvezetőjével, és egy kontrolling területen dolgozó vezetővel. Az interjú középpontjában álló személyek kiválasztásának legfőbb oka az volt, hogy az elemezni kívánt mutatókat ők ismerik a leginkább, ugyanis mindennapi munkájuk során elemzik őket, szükség esetén felülbírálják és módosításokat eszközölnek velük kapcsolatban.

Az immáron több csatornán keresztül begyűjtött információk segítségével értékeltem az alkalmazott teljesítménymutatókat, majd hipotéziseket fogalmaztam meg, amelyeket egy kvantitatív kutatási módszerrel kívántam megerősíteni.

A főként egyéni teljesítmények vizsgálatára vonatkozó hipotéziseim igazolására kérdőíves kutatást végeztem a telefonos ügyfélszolgálaton dolgozó diák munkavállalók körében. A vizsgálatban résztvevő alanyok kiválasztásának oka az volt, hogy a szervezet legnagyobb arányban egyetemi hallgatókat alkalmaz az érintett pozícióban. A kérdőív elkészítéséhez a Google Forms online felülete állt rendelkezésemre, majd a munkavállalókhöz a szervezet belső levelezésén, illetve egy zárt Facebook csoporton keresztül juttattam el a kérdéseim. A kérdőív kitöltése anonim módon történt, mivel úgy gondoltam, hogy ezáltal őszintébb válaszok érkezhettek a feltett kérdésekre, hiszen a megkérdezetteknek nem kell attól tartaniuk, hogy esetleg a vezetőik beazonosíthatják őket. A válaszadásra körülbelül egy hét állt rendelkezésre, amely idő alatt a közel 400 diák munkavállalót alkalmazó szegedi telephelyről 128 kitöltés érkezett. A kérdőív főként zárt kérdésekből állt, emellett pedig két szöveges válasz lehetőségét biztosító nyílt kérdésben fejthettek ki személyes véleményeket. A zárt kérdések esetén 7 fokozatú Likert-skálát alkalmaztam, amelynek célja az egyén tevékenységekkel, illetve fogalommal kapcsolatos attitűdjének vizsgálata. A Likert-skála kiválasztása során abban bíztam, hogy a 7 fokozat által a válaszadók pontosabban megjelölhetik álláspontjaikat. A skála két végpontja jelenti a kérdésben megfogalmazott állítással kapcsolatos totális ellenkezést, illetve teljes azonosulást, míg a középpontjában az állítással kapcsolatos semlegesség fejezhető ki [9].

5. A kutatás eredményeinek összefoglalása

5.1. Az interjúk eredményeinek összegzése, illetve a hipotézisek meghatározása

A vállalatnál végzett munkámból eredő személyes tapasztalataim, illetve az interjúk beszélgetések alapján elmondható, hogy a vállalat nagy hangsúlyt fektet a teljesítménymérési és -értékelési rendszerek kidolgozására, aktualizálására. Viszonylag megfelelő számú mutatót alkalmaz, hiszen mindegyikének komoly szerepe van a megfelelő működésben, illetve mindegyike levezethető a vállalat stratégiájából. A mutatók nagyrésze mérhető és számszerűsíthető, azonban bizonyos esetekben megkérdőjelezhető az, hogy a valós teljesítményt mérik-e. Emellett megfelelő egyensúly figyelhető meg a pénzügyi, illetve a nem pénzügyi mutatók között, ami szintén egyfajta egyensúlyra való törekvésnek tekinthető.

Az értékeléseket figyelembevéve hipotéziseket állítottam fel azzal a szándékkal, hogy a vizsgált ügyfélszolgálati területek munkavállalóinak meglátásai alapján tudjak teljeskörű következtetéseket levonni:

1. Az alkalmazott teljesítménymutatók a munkavállalók számára jól érthetőek, a velük szemben támasztott elvárások egyértelműek.
2. Az alkalmazott teljesítménymutatók a tényleges teljesítményt mérik, a kifizetés összhangban áll a befektetett munkával.
3. A munkavállalók tisztában vannak a vállalat stratégiájával és a vállalati célokkal, és azonosulni tudnak velük.
4. Az alkalmazott teljesítménymutatók ösztönzőleg hatnak a munkavállalók teljesítményére.

5.2. Az ügyfélszolgálati dolgozók meglátásai – a kérdőíves kutatás eredményei

A szegedi telephelyen közel 400 diák munkavállaló dolgozik, ahol jellemzően bejövő hívásokat fogadnak, általános tájékoztatást nyújtanak, termékeket/ szolgáltatásokat értékesítenek, közreműködnek az ügyfelek problémáinak megoldásában, illetve hibabejelentéseket rögzítenek.

A kérdőíves megkeresésemre 128 válasz érkezett, amely megközelítőleg 32%-os kitöltési arányt jelent. A nemek szerinti megoszlás alapján több nő válaszolt a feltett kérdésekre, mint férfi. Az életkor esetén pedig egy szűk szegmensre helyeztem a hangsúlyt a válaszlehetőségek megalkotásakor, hiszen diák munkavállalók megkérdezésével történt a felmérés. A válaszadók között jellemzően 18-25 év közötti foglalkoztatottakkal találkozhatunk, és ezen belül a leggyakoribb előfordulás a 21-22 éves korosztály. A végzettséget illető eredmények is alátámasztják a várakozásaimat, hiszen még folyamatban van a tanulmányuk, így jellemzően a legmagasabb iskolai végzettségük jelenleg még az érettségi, amely több, mint 63%-os arányt jelent.

A kérdőívek eredményeiből kiderült, hogy a munkavállalók többségének nem okoz nehézséget a mutatók tartalmának és számítási módjának megértése. Emellett alátámasztást nyert, hogy ösztönző hatással rendelkeznek, tehát a munkavállalók motiváltak a jobb teljesítmény elérésére, azonban a befolyásolhatóság elve nem minden esetben teljesül, amely negatív irányba befolyásolhatja a dolgozók megítélését. Ebből a szempontból problémás az „Átkapcsolás”, a „Visszatérő hívás” és az „Ügyfélélmény mutató”. Az interjúk beszélgetésekből azonban kiderült, hogy a munkavállalók bármikor jelezhetik közvetlen vezetőjük felé, ha problémát észlelnek a működésüket illetően, ezáltal pedig korrekció kezdeményezhető. Kivételt jelent azonban az „Ügyfélélmény mutató”, ugyanis esetében nincsen lehetőség jelenleg arra, hogy a téves visszajelzéseket kiszűrjék a vizsgálatból.

5.3. Kutatási hipotéziseim vizsgálata

Összesen négy hipotézist vizsgáltam meg a kérdőíves válaszok alapján. A továbbiakban ismertetek néhány kérdőívben feltett kérdést az egyes hipotézisekhez fűződően, azonban ez nem fedi le a teljes kérdőív tartalmát:

1. Az alkalmazott teljesítménymutatók a munkavállalók számára jól érthetőek, a velük szemben támasztott elvárások egyértelműek.
 - a) Kérlek értékeld, hogy mennyire értesz egyet az alábbi állítással! Nehézséget okoz számomra az Alapmutatók megértése és teljesítése.
 - b) Kérlek értékeld, hogy mennyire értesz egyet az alábbi állítással! Nehézséget okoz számomra A jutalék mértékét meghatározó mutatók megértése és teljesítése.

A beérkezett válaszok alapján az Alapmutatók esetén a válaszadók 66%-a, míg A jutalék mértékét meghatározó mutatók esetén 57% választotta a 7 fokozatú skála első három kategóriáját, vagyis a többségük számára inkább nem okoz problémát a mutatók megértése és teljesítése, amellyel megtartottam az első hipotézisem.

2. Az alkalmazott teljesítménymutatók a tényleges teljesítményt mérik, a kifizetés összhangban áll a befektetett munkával.
 - a) Az elmúlt 6 hónapra vonatkozó teljesítményed hogyan alakult a minőségi jutalékrendszer értékelése alapján?
 - b) Az elmúlt 6 hónapra vonatkozó teljesítményed Te hogyan ítélnéd meg, melyik minőségi jutalékszintre lennél jogosult?
 - c) Véleményed szerint a teljesítményed/ befektetett munkád összhangban áll annak megítélésével?

Az eredmények alapján a válaszadók 36%-a eltérő jutalékszintet jelölt meg az a) és b) kérdések esetén, amelyből legnagyobb részük szerint a minőségi jutalékrendszer által alacsonyabb jutalékszintre kerülnek besorolásra, mint ahogyan saját meglátásuk alapján részesülnének kifizetésben. Jellemzően az eggyel nagyobb kategóriát jelölték meg, azonban találkozhatunk olyan

válasszal is, amely 2-3 jutelékszint feletti eltérést is mutat. A c) kérdés esetén pedig 49% úgy ítélte meg, hogy a két tényező nem áll egymással összhangban. Az említett eredmények alapján a második előfeltevés nem állta meg a helyét, hiszen a válaszadók közel fele úgy ítélte meg, hogy a kifizetés nem áll összhangban a befektetett munkával.

3. A munkavállalók tisztában vannak a vállalat stratégiájával és a vállalati célokkal, és azonosulni tudnak velük.

b) Kérlek értékeld, hogy mennyiben értesz egyet az alábbi állítással!
Tisztában vagyok a vállalat céljaival/ stratégiájával.

c) Kérlek értékeld, hogy mennyiben értesz egyet az alábbi állítással!
Össze tudom hangolni az elvárások teljesítését és a minőségi ügyfélszolgálatot.

A vállalat ügyfélszolgálati szegmensét érintő legfontosabb stratégiai célja a kifogástalan ügyfélélmény biztosítása. A válaszadók többsége saját megítélésük alapján ezzel tisztában van, és fontosabbnak ítélik meg a korrekt ügyfélszolgálatot a mutatók teljesítésével szemben. Ez pedig megerősíti a harmadik hipotézisem.

4. Az alkalmazott teljesítménymutatók ösztönzőleg hatnak a munkavállalók teljesítményére.

a) Kérlek értékeld, hogy mennyiben értesz egyet az alábbi állítással!
Napról-napra nyomon követem a teljesítményem alakulását a vállalati rendszerben, és ahhoz mérten végzem a munkám.

b) Kérlek értékeld, hogy mennyiben értesz egyet az alábbi állítással!
Az alapbéren felüli juttatások vonzóak számomra.

A válaszadók több, mint 82%-ának jellemzően vonzó az alapbéren felüli juttatás rendszere. Felmértem továbbá, hogy a válaszadók milyen arányban követik nyomon a mindennapi munkájuk eredményeit a teljesítménymutató rendszerben, ugyanis ezáltal növekedhet a motiváltságuk az egyes mutatók minél jobb teljesítésére. A válaszadók 53%-a inkább nyomon követi, vagyis a 7 fokozatú skála minimum 5-ös értékét jelölték, ebből pedig a legnagyobb arány, 28% a legnagyobb értéket adta meg válaszul. A vállalatnál eltöltött idővel párhuzamosan megvizsgálva a kérdést, leginkább az egy évnél több ideje a vállalatnál dolgozók körében volt jellemző. Ezzel szemben az egy évnél kevesebb ideje itt dolgozók esetén valószínűleg még más tényezőkre helyeződik a hangsúly, mint például a tudásuk fejlesztésére, illetve a rendszerek megismerésére. A megkérdezettek válaszai alapján tehát megtartom a negyedik hipotézisem.

6. Összegzés és kitekintés

Kutatásommal szerettem volna felmérni azt, hogy a munkavállalók milyen véleménnyel rendelkeznek az egyes teljesítménymutatókkal, illetve a teljes teljesítménymutató rendszerrel kapcsolatban. A kérdőívem segítségével megismerhettem, hogy melyek azok a mutatók, amelyekkel a válaszadók a legkevésbé tudnak azonosulni, ugyanis lehetőséget biztosítottam számukra a szöveges indoklásra. A munkavállalók kifejtették, hogy leginkább a „Visszatérő hívás mutató”, illetve az „Átkapcsolás mutató” működésével kapcsolatban vannak ellenérzéseik. Ezt legtöbbször azzal indokolták, hogy esetükben rendelkeznek a legkisebb befolyással, ráhatással. Nagyrészt ugyanis a munkájuktól, illetve a teljesítményüktől független a mutatók értékeinek alakulása. Például az „Átkapcsolási mutató” aránya megnövekedhet, ha az automata rendszer rossz helyre irányítja az ügyfelet, és emiatt továbbítani kell őt a megfelelő területre. A „Visszatérő hívás mutató” aránya pedig abban az esetben is növekedhet, ha az előző hívás során teljeskörű segítséget nyújtott az ügyintéző, mégis újra telefonál az ügyfél.

Összességében azonban elmondható, hogy a vizsgált szervezet a vállalati célok teljesülése érdekében nagy hangsúlyt fektet a teljesítménymutatók megalkotására, azok aktualizálására és utólagos felülvizsgálatára. A rendszer jól átgondolt, és megfelelően kidolgozott. Egyes esetekben azonban érdemes a munkavállalók véleményét is figyelembe venni, hiszen a kifogástalan ügyfélműködés eléréséhez az ő munkájuk a legfontosabb tényező.

Dolgozatom során nem volt célom a teljesítménymérési és -értékelési rendszeren belüli számszerű adatok vizsgálata, mindössze átfogó képet szerettem volna kapni a kialakított rendszerről. A munkám egy konkrét esetet vizsgál, azonban a megfogalmazott tanulságok általánosan rögzíthetők lehetnek más ügyfélszolgálatok körében is. Emellett hasznos lehet a jövőben az eredményeket összevetni más hazai, illetve nemzetközi vállalatok gyakorlatával.

Irodalomjegyzék

- [1] Marr, B.: *Business performance management: Current state of the art*. Hyperion Solutions, Carenfield School of Management, 2004;
- [2] Rummler, G. A.; Brache, A. P.: *Improving Performance: How To Manage the White Space on the Organization Chart*. Jossey-Bass, Inc., San Francisco, 1995;
- [3] Neely, A.; Gregory, M.; Platts, K.: Performance measurement system design: A literature review and research agenda. *International Journal of Operations & Production Management*, ISSN: 0144-3577, 15(4), pp. 80-116., 1995;
<https://doi.org/10.1108/01443579510083622>
- [4] Kopányi T.: Integrált vállalatirányítási rendszerek a vállalati értékmaximalizálás szolgálatában. *Vezetéstudomány - Budapest Management Review*, 36(11), pp. 27-39., 2005;
<https://doi.org/10.14267/VEZTUD.2005.11.03>

-
- [5] Csesznák A.; Wimmer Á.: Vállalati teljesítménymérés a döntéstámogatás tükrében. *Vezetéstudomány - Budapest Management Review*, 43(7-8), pp. 99-116., 2012; <https://doi.org/10.14267/VEZTUD.2012.07.09>
- [6] Bitici, U.; Garengo, P.; Dörfler, V.; Nudurupati, S.: Performance Measurement: Challenges for Tomorrow. *International Journal of Management Reviews*, ISSN: 1460-8545, 14(3), pp. 305-327., 2011; <https://doi.org/10.1111/j.1468-2370.2011.00318.x>
- [7] Anthony, R. N.; Govindarajan, V.: *Menedzsmentkontroll-rendszerek*. Panem Kiadó, Budapest, 2009;
- [8] Imre T.: Balanced scorecard: Hogyan lehet valóban kiegyensúlyozottá tenni? *Vezetéstudomány – Budapest Management Review*, 35(3), pp. 19-28., 2004;
- [9] Kehl D.; Rappai G.: *Mintaelemszám tervezése Likert-skálát alkalmazó lekérdezésekben*. Statisztikai szemle, 84(9), pp. 848-875., 2006.

Felületek és térgörbék 3d nyomtatása

Bánkuti Gyöngyi

egyetemi docens

Magyar Agrár és Élettudományi Egyetem, Matematika és
Természettudományi Alapok Intézet, Matematika és Modellezés Tanszék,
Kaposvári Campus

E-mail: bankuti.gyongyi@uni-mate.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_10](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_10)

Összefoglalás: 3d nyomtatással készíthetünk szemléltető eszközöket a többváltozós függvények oktatásához. Az ehhez szükséges ismereteket, fogalmakat, a nyomtatás technikáját és néhány „Original Prusa i3 Mk3” nyomtatóval készült felületet és térgörbét mutat be ez a publikáció. A szokásos ingyenes szoftverek nem vagy korlátozottan alkalmasak a feladatra, a legjobb megoldás „CalcPlot3d” online alkalmazás. Az ezzel készült file-okat biztonsággal beolvassa a PrusaSlicer program.

Kulcsszavak: Kétfváltozós függvények,- felületek,- térgörbék vizualizációja, ingyenes online alkalmazás segítségével, 3d nyomtatás, Prusa 3d nyomtató

Abstract: 3d printing can be used creating demonstration materials. This paper presents some 2d surfaces and space curves produced with the "Original Prusa i3 Mk3" printer. The usual free software (like GeoGebra) are not proper for it. The best one is the "CalcPlot3d" online platform. The files it creates can be safely exported to the PrusaSlicer program. This paper gives a brief overview of the relevant terminologies, knowhow and details the printing technique.

Keywords: Bivariate functions, visualization of surfaces and space curves – created by free online programs, 3d printing, Original Prusa 3d printer

1. Bevezetés

A hallgatók matematika tanulásában a függvények területén napjainkban már elengedhetetlen a vizualizáció. Az egyváltozós függvények esetén ehhez elégségesek a ma már nagy számban létező, többnyire ingyenes programok, online vizualizációs eszközök, kalkulátorok. Több platformon a teljes függvényvizsgálatot is láthatjuk, nemcsak a függvény képét. A kalkulátorok, programok felsorolása, elemzése nem célja jelen publikációnak se ezen egyváltozós, se kétfváltozós esetre. Függvényvizsgálatot szolgáló eszköz kétfváltozós esetekre nem is igazán releváns, ezért nincsenek is ilyen online alkalmazások. A kétdimenziós felület vagy térgörbe képe a képernyőn nem is mindig könnyen átlátható érthető. Ezért érzi a szerző relevánsnak felületek és térgörbék 3d nyomtatását, mert akkor ténylegesen térben lehet látni, meg is lehet érinteni az alakzatokat. Azonban azt állíthatjuk az irodalom és a neten fellelhető alkalmazások vizsgálatából, hogy a CAD-es programok nem ezek nyomtatására lettek kifejlesztve. A 3d nyomtatást főként a mérnöki tervezésben, illetve a matematikában is inkább a geometriában szokás

alkalmazni. Ezért jelentett nehézséget a felületek és a térgörbék nyomtatásához megfelelő technika megtalálása.

A dolgozat példát kíván mutatni arra, hogy felületek és térgörbék vizualizációja lehetséges 3d nyomtatással és időnként ez szerencsésebb, többet mutat, mint a számítógép képernyőjén történő megjelenítés. Természetesen más esetekben a számítógépi megjelenítés, pl. az animációk mutatnak többet.

1. Irodalomkutatás

1.1. A 3d nyomtatás fogalma és története

Az irodalom szerint a legelső ismert, valós testekkel – főként a geometriát - oktató tanár a német Felix Klein (1927-1987) volt [1], akinek nevét a Klein kancsó miatt ismerhetjük. Ő még természetesen nem 3d nyomtatással készült testeket használt, mert ez a technológia 1980-as években rengeteg szakember munkájának köszönhetően, - több mint 30 000 szabadalom alapján - született. Említsük meg ezek közül Jim Bredt és Tim Anderson egyetemi hallgatókat, akik diplomaterülvükben az MIT-n egy tintasugaras nyomtatót úgy alakítottak át, hogy ne tintát fecskendezzen papírra, hanem rétegeket olvasszon egymásra és így hozzon létre „additív gyártási eljárással” testeket. Ekkor használták először a 3d nyomtatás terminológiát. [2] Korábban, (1983-ban) Charles W. Hull már készített egy poharat, melynek történetét a „3d nyomtatás születése” című cikkében 2015-ben leírja [3]. A mai is élő C.W. Hullnak több mint 60 szabadalma született az ionoptika és a gyors prototípusgyártás, a sztereolitográfia területén [3]. A sztereolitográfiai módszerek – mint pl. laminálás, fotopolimerizáció, lézeres szinterelés,... – lényege, hogy a tárgyakat (számítógépes numerikus) modellobjektumokból hozza létre, vékony anyagszeletek egymásra helyezésével (additív eljárással). Ő és csapata dolgozta ki a szabványt a CAD (Computer-aided Design) programokból STL (*STereoLithographiai, vagy Standard Triangle Language vagy Standard Tessellation Language kezdőbetűiből formált file kiterjesztés*) formátumban történő testeket leíró file exportálásra. Ez az ipari szabvánnyá vált technika a modelleket összefüggő, háromszög alakú felületekként írja le. Léteznek más file formátumok is, (pl. 3DS, 3Ms, PLY) de számunkra csak ez a formátum lesz fontos. A 3d nyomtatók a testeket műanyag huzal (filament) olvasztással, rétegenkénti additív eljárással hozzák létre. Ez a technológia napjainkban, az egyedi alkatrész, prototípus gyártástól a filmipari termékek, építészeti makettek, sőt vályogházak készítésén keresztül a biológiai alkalmazásokig (személyre szabott protézisek, végtagok, szervek, szövetek növesztése gyártása,...) nagyon sok területen használatos [2]. Az oktatásban főként a tudományt, a technológiát, a mérnöki területeket, (esetleg a művészetet) és a matematikát integráló a STE(A)M (Science, Technology, Engineering, (Art), Mathematics) mozaikszóval jelölt területen, valamint a geometria tanításában szokás alkalmazni. A függvénytan területén történő alkalmazása új terület,

erről se tudományos magyar publikáció nem található még, de leírás sem az interneten arról, hogy hogyan oldható meg kétváltozós függvényekkel leírható felületek és térgörbék 3d nyomtatása egyszerűen, ingyenes szoftverek segítségével.

Az angol nyelvű szakirodalom többsége is a geometria és a STE(A)M oktatási területre fókuszál, de itt már találhatunk publikációkat függvények és térgörbék 3d nyomtatási technikájáról, illetve az elkészült modellek oktatási használatáról, a módszertanokról.

Több keletázsiai, koreai, kínai-amerikai publikáció [4], [5] is említ egy ingyenes, mobil, szabad forráskódú, két és 3d-s CAS alkalmazást mely a matematika oktatásban használható. (Az SKKU Sage Grapher-t, mely egy SAGE, Python alapú program.) Azonban a cikkben található linken elérhető alkalmazás (talán csak a területi elérhetőség korlátozottsága vagy a 2014-es cikk megjelenése óta eltelt idő miatt, de) nem volt használható se függvény grafikon vizualizációra, se STL file generálásra.

Kit és társai publikációja [6] ad áttekintést a „3d nyomtatás hasznosságáról a matematika oktatásban” témában megjelent szakirodalomról, kiegészítve a 3d térrajzoló ceruza (3d toll, 3d nyomtató ceruza) használatával és módszertani kérdésekkel is. Kiemeli a gyakorlat általi tanulás (learning by doing = ”csinálva tanulás”) a dizájn alapú, és a matematikai digitalizációs matematikai kompetenciákat.

A 3d nyomtatás függvények, geometriai testek vizualizációjára történő használata témában a talán a legtöbb színes ábrát tartalmazó publikációban [7] még komplex függvény megjelenítése is szerepel. Számos publikáció foglalkozik a 3d nyomtatás kalkulus oktatásban történő hasznosításával [8], [9], mely fontos, de erre a témára a terjedelmi korlátok miatt jelen publikáció nem tud kitérni. Ez csak a terminológiára, történetre és a technikára korlátozódik.

Összefoglalóan elmondhatjuk, hogy a magyar szakirodalomban nem szerepel még a kétváltozós függvények által generált felületek és térgörbék nyomtatásának témája és a neten sem található leírás arról, hogyan „3d nyomtassuk” őket. Az angolszász irodalomban számos cikk található, de könyv még nem jelent meg ebben a témában. Az internetes böngészők sem tanulták meg mely találatok elégítik ki az ezt keresők érdeklődését. A következő fejezet erre fókuszál, hogy alkalmasak-e a matematikai szoftverek, illetve a matematika tanításában rendszeresen használt alkalmazások a 3d nyomtatáshoz szükséges file generálására.

1.2. STL file exportálásra alkalmas programok

Napjainkban, szerencsére számos online, illetve letölthető program áll rendelkezésre kétváltozós függvények, azaz felületek képernyőn történő

megjelenítésére. Azonban, ha célunk a görbe CAD formátumba történő mentése, akkor a paletta már sokkal szűkebb.

Függvényekkel leírható felületek és görbék 3dnyomtatása nem szokványos mérnöki feladat. A CAD-es programok egyrészt többségükben nem erre hanem a gépész feladatokra alkalmasak. Többségükben előre definiált elemi testekkel, „test primitívekkel” dolgoznak. Az objektumokat véges zárt, reguláris ponthalmazként írják le. A felület generálásra alkalmasak, többségükben nem ingyenesek. Sajnos összefoglalást sem sikerült találni arról, hogy mely matematikai programokból lehet CAD/stl file-t exportálni, se az akadémiai publikációk között se a neten. Ráadásul egy ilyen összefoglalás ugyan újdonság lenne, de a folyamatos fejlődés, változás miatt nem lenne időtálló. Ezért a szerző csak a legelterjedtebb matematikai szoftverek és azok közül is csak az ingyenesen elérhető verziók vizsgálatára vállalkozik, teljességre nem törekszik. Ahogy a mérnökök, megelégszik egy működő, elegendően jó megoldással, nem keresve az optimálist - vagyis azzal, hogy sikerüljön egy ingyenes, felhasználó barát technikát találni.

Egy korai cikk szerint az interneten elérhető „Sage Grapher” alkalmas felület és görbe nemcsak vizualizációra, de a nyomtatáshoz szükséges CAD file generálására is, de sajnos a koreai honlapon nem lehet kiigazodni az alkalmazás nem működik.

Gyakorlottabb programozóknak megoldás lehet a Python MathPlot Lib [3] használata, ami függvény vizualizációra alkalmas, azonban CAD file generálása ezzel sem megoldható.

Azt gondolnánk, hogy a nagy matematikai szoftverek készítői gondoltak erre a (felület és görbe nyomtatási) feladatra, azonban pl. Maple az online helpje szerint (formátum korlátozások miatt) csak hálózatot, rácsokat és geometriai testeket tud CAD formátumba exportálni, görbéket, pontokat, pontstruktúrákat sajnos nem.

A Wolfram Mathematica program nem ingyenes és a Wolfram Alpha oldalon sincs ingyenes, egyszerűen hozzáférhető STL exportálási lehetőség felületekre és térgörbére. Más módon természetesen megoldható, de az már csak a gyakorlottabb felhasználók számára segítség.

A legtermészetesebb technikának a Geogebra-ból történő STL file exportálás tűnt, mivel egyetemünkön eddig is a legtöbbször a Geogebra-t használtuk függvényábrázolásra. (2012 óta működött a Kaposvári Egyetemen GeoGebra intézet, melyet az egyetem átalakulása nem érintett.) Érdekes módon néhány függvényre, – pl. forgáspároloid, csavarvonal - jól működött az STL file exportálás, más esetben azonban nem volt értelmezhető a file a szeletelő program számára.

2. A 3d nyomtatás „Original Prusa i3 Mk3”-as nyomtatóval

Ahhoz, hogy egy alakzat 3d nyomtatásra kerüljön kell egy nyomtató, amely az egyetemi szférában a környezetünkben sokesetben a Prusa cég gyártmánya. Ez a következő alfejezetben kerül bemutatásra. A nyomtatáshoz szükséges file-t

ugyanezen cég szabadon letölthető ingyenes szoftvere állítja elő a bármilyen programmal készült szabványos STL kiterjesztésű CAD file-ból.

2.1. A Prusa MK3 nyomtató és a szeletelő program

Napjainkban kedvező ára és vásárlási konstrukciója okán sok oktatási intézményben a prágai Prusa cég nyomtatóját használják. Olcsóságát az is adja, hogy „lapra-szerelten” érkezik – ami nem egyedi ezen a piacon. Számunkra (az ezen a területen gyakorlattal nem rendelkező) kiszállító informatikai cég szerelte össze, de mivel az összeszerelési útmutatót a vásárló is megkapja így mi is láthattuk, olvashattuk, hogy az angol nyelvű kézikönyvhöz mellékeltek egy zacskó Haribo cukrot és a fejezetek, egyes munkafolyamatok végére oda van írva, hogy „most megjutalmazhatod magadat egy cukorral!” Ez is jelzi, hogy új piaci mentalitású egyetemisták által létrehozott start-up cég a gyártója, akik több innovációs versenyt is megnyertek. A megfizethető ár mellett a termék előnyei a könnyű kezelhetőség, az egyszerűség és az elterjedtség. Utóbbi miatt könnyű szakembert találni, aki tud segíteni elakadás esetén.


A bármilyen programból exportált STL file-ból az ingyenesen letölthető „PrusaSlicer” szeletelő programmal kell a nyomtatáshoz szükséges, szabványos G-code file-t elkészíteni.

A PrusaSlicer program – mindig aktuális verziója, remélhetőleg sokáig - a cég honlapján (prusa3d.com) érhető el. Telepítése a szokásos, ezért ez nem kerül részletezésre.

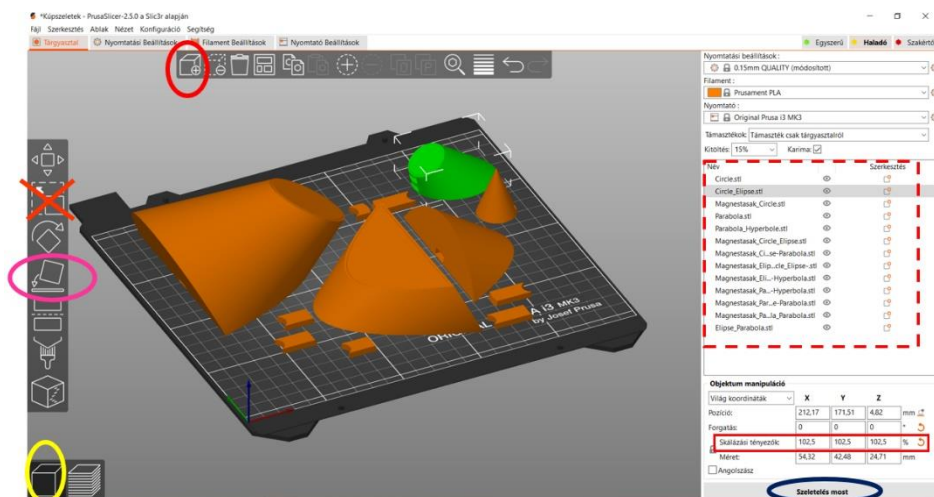
2.2. CAD file készítés felületekre és térgörbékre

Ugyan a GeoGebrában nagyon sok lehetőség rejlik, pl. felületi görbék, érintők, sőt akár kísérő triéder, simuló kör megadása is lehetséges, azonban az exportált file-ok többségét nem lehetett a PrusaSlicer programba beolvasni. A felület és térgörbe nyomtatáshoz a leghatékonyabb ingyenes online eszköznek a „CalcPlot3d” program <https://c3d.libretexts.org/CalcPlot3D/index.html> bizonyult. Éppen felület és görbe megadási lehetőségek vannak és az így készült CAD fileokat rendre be tudta olvasni a PrusaSlicer program, mellyel az összes Prusa nyomtatóhoz készülhet szeletelés.

2.3. A PruseSlicer szeletelő program használata



A szeletelő programba az STL file-t az importálás menü ponttal, vagy a pirossal kiemelt  ikonnal lehet beolvasni (lásd 1. ábra). A jobb oldali mezőben a beolvasott file-ok nevei jelennek meg, az ábrán piros szaggatottal kiemelve. Beolvasás után sokesetben a tárgylemezen kívül megjelenő testet célszerű a felület alsó részén található piros téglalappal kiemelt táblázatban a % megadásával kicsinyíteni, mert ekkor a test megtartja arányait. Az újraskálázás

ikonnal és a megjelenő nyilakra klikkeléssel nem javasolt a test méreteinek állítása, mert azokkal nem tartja meg arányait. Ezért van ez (az „újraszkalázás ikon) pirossal áthúzva a 1. ábrán.

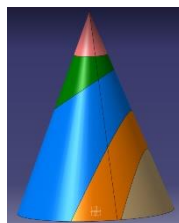


1. ábra

A PrusaSlicer szeletelő program tárgylemeze a nyomtatandó tárgyakkal

A tárgylemezre helyezést a  ikonnal végezhetjük, mely után a felületen történő mozgatás ikonra  kattintva a nyilakkal, vagy a kurzor mozgató billentyűkkel helyezhetjük el átfedés mentesen nyomtatandó tárgyainkat, vigyázva arra, hogy ne lógnak le a lemezről. Ha ez mégis megtörténik, azt a tárgyat kék színnel emeli ki és ezt figyelmeztető üzenettel jelzi is a program. Zölddel pedig az éppen módosítás alatt lévő tárgyat színezi, a többi tárgy barna. A nyomtatási beállításokban a karima és a támaszanyag fontos, ezeknek a kitöltési %-ával lehet a nyomtatási időt is picit módosítani, csökkenteni. A bal alsó sarokban, sárgával a tárgylemez kiválasztó ikon került kiemelésre. A mellette lévő ikonra kattintva a szeletelés utáni testet láthatjuk majd. Ehhez a „Szeletelés most” jobb alsó sarokban található, kézzel kiemelt gombra kell kattintani.

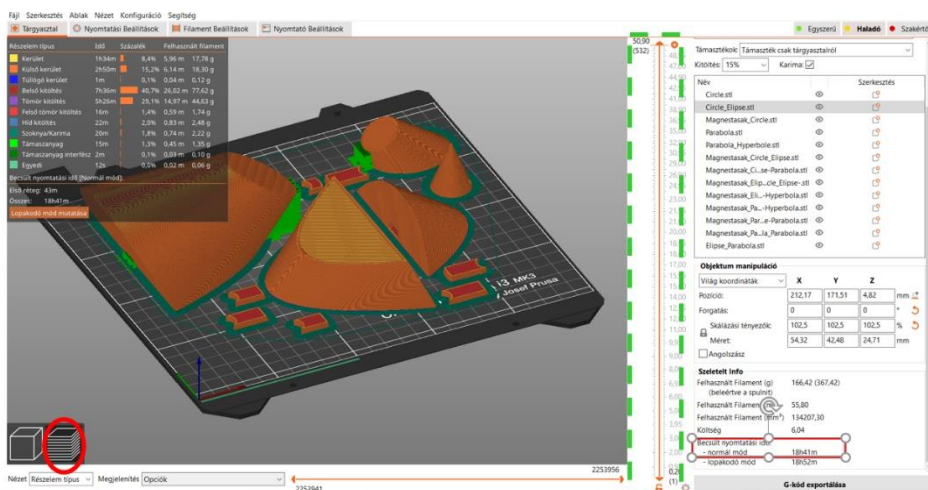
A 1. ábrán szereplő példában a kúpnak, kör,- ellipszis,- parabola,- hiperbola szeletei (2. ábra) és a részek mágnesekkel történő összeállításához szükséges darabok szerepelnek.



2. ábra

A kúp, kör,- ellipszis,- parabola,- és hiperbola szeletei



A szeletelés utáni állapotot mutatja be a 3. ábra, alul a jobb oldali, pirossak kiemelt ikon mutatja, hogy ezen a lapon vagyunk. A zöld szaggatottal jelölt oszlop tetején lévő kis nyílvég lefelé húzásával láthatóvá válnak azok a szintek ahol éppen a lefelé húzott nyilacska tart. A karimát kékes a támaszanyagot pedig zöld színnel láthatjuk. Mj. A 102,5%-os beállítás a részeket majdan egyben tartó mágnesek számára kialakított „zsebek” miatt van. A zsebekbe kerülő „dugók”-ra, pedig célszerű 96%-os vagy annál kisebb arányt beállítani, hogy laza illesztéssel tudjuk a zsebekbe tenni őket. Most már csak a G-kód exportálásra kell kattintanunk, majd ezt a file-t menteni és a nyomtatóban lévő memória kártyára másolnunk. Ekkor indítható is a (z elég sokáig akár 10 – 20 óráig is eltartó,) 3d nyomtatás.



3. ábra
A tárgylemez a szeletelés után

3. A példa-nyomtatott felületek és térgörbék



A legegyszerűbb, gyakorló, egyszerű számonkérésben szereplő kétváltozós függvények megnevezését, egyenletét, leírását és képeit jeleníti meg az 1. táblázat.

Megnevezés:	Leírás, egyenlet:	Test:
Forgásparaboloid	A legegyszerűbb test, egyetlen minimum (vagy maximum) ponttal. $z = x^2 + y^2$	
Minimummal és nyeregponttal rendelkező felület	Szokásos hallgatói extrémum keresési feladat. $z = x^3 - 2x - y^2 + 2y$ Támaszanyag nélkül, „fektetett” állapotban (a z tengely vízszintes) „hátról, illetve „előlről”.	

1. táblázat

A legegyszerűbb felületek: forgásparaboloid, egy minimummal és nyeregponttal rendelkező felület képe, támasz anyag nélküli, kész állapotban

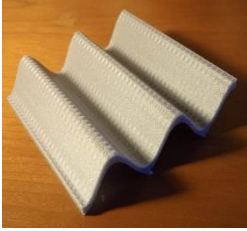

A 2. táblázatban a hiperboloid család két képviselőjét az egy és kétköpenyű hiperboloidot láthatjuk – melyeknek a paramétertől való függését számos animáció pl. [10] jól mutatja be.

Megnevezés:	Leírás, egyenlet:	Test:
Egyköpenyű hiperboloid	A testen meghúzható a függőleges metszet kontúrja – ami hiperbola, illetve egy adott ponton keresztülmenő két (egyenes) alkotó. $x^2 + y^2 - z^2 = 4$	
Kétköpenyű (elliptikus) hiperboloid	A konstans paraméter változtatásával a hiperboloid „szét esik” két darabra. $x^2 + y^2 - z^2 = -4$	

2. táblázat

Egy és két köpenyű forgáshiperboloidok


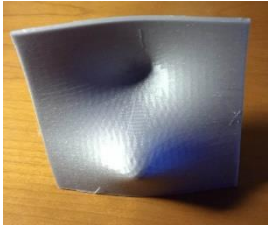
A 3. táblázatban egyszerű szinusz hullám és egy nyereg felület látható. Utóbbi a szokványos példa arra, hogy az érintők (vagyis a parciális deriváltak) nulla volta (szükséges de) nem elégséges feltétel az extrémum létezéséhez.

Megnevezés:	Leírás, egyenlet:	Test:
Színusz hullám	Az egy dimenziós szinuszcörbe által generált egyenes színusz felület. $z = \sin(x)$	
Nyeregfelület	Más néven hiperbolikus paraboloid, melynek ugyan a nyeregpontjában vízszintesek az érintői, az még sem extrémális pontja. $z = x^2 - y^2$	

3. táblázat

Színusz hullám és nyeregfelület


A 4. táblázatban két minimummal és két maximummal (a CalpPlot alkalmazás nyitó képe), illetve egy minimummal és egy maximummal rendelkező felületek képei látszanak.

Megnevezés:	Leírás, egyenlet:	Test:
Két minimummal és két maximummal rendelkező felület	Álló helyzetben a támasztékokkal együtt. $z = \frac{7xy}{e^{(x^2+y^2)}}$	
Egy minimummal és egy maximummal rendelkező felület.	Támaszanyag nélkül, álló helyzetben. $z = \frac{-4x}{x^2+y^2+1}$	

4. táblázat

Két minimummal és két maximummal, illetve egy minimummal és egy maximummal rendelkező felületek képei és egyenletei



Az 5. táblázatban egy szinguláris görbe található. A pozitív és a negatív görbe rész nem érintkezik, mivel végtelenbe tart a görbe. Ennek láttatása céljából a támaszanyag nem került eltávolításra.

Megnevezés:	Leírás, egyenlet:	Test:
Szinguláris görbe	Függőleges z tengely, támasz anyaggal együtt $z = \frac{x+y}{x-y}$	

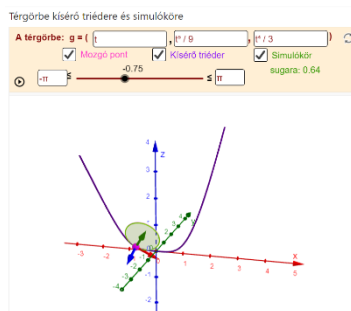
5. táblázat

Egy szinguláris görbe

A 6. táblázatban a térgörbék közül a csavarvonal és egy a képernyőn nehezen látható görbe található. Utóbbinak az elhelyezkedése láttatásának céljából a vízszintes és függőleges vetület is nyomtatásra került. Ez talán a Szilassy által készített GeoGebra applikációval [11] együtt ad teljes képet a görbéről, ahol a kísérő triéder mellett a simuló kör is – animáltan! -megjeleníthető. Lásd 4. ábra.

Megnevezés:	Leírás, egyenlet:	Test:
Csavarvonal	Fekvő helyzetben a támaszanyagokkal együtt. Egyenlete csak parametrikusan adható meg. $x(t) = \sin(t)$ $y(t) = \cos(t)$ $z(t) = 0,1 t$	
Térgörbe	Vastagsággal rendelkező térgörbe, vízszintes és oldal-vetületével. $x(t) = t$ $y(t) = \frac{t^5}{9}$ $z(t) = \frac{t^4}{3}$	

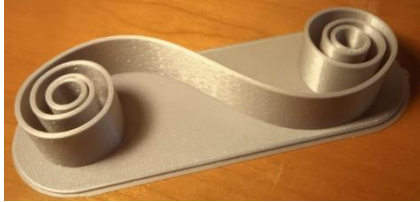
6. táblázat
Térgörbék



4. ábra

Térgörbe kísérő triédere és simulóköre, Szilassy GeoGebra appletje

A 7. táblázatban látható klotoid a közlekedésmérnöki gyakorlatban fontos görbe, mivel pl. akkor keletkezik, ha egy jármű egyenletes sebességgel halad és a vezető egyenletesen forgatja el a kormányt. Ezért, utak, vasutak egyenes és köríves szakaszának összekötésére használt ívek egyike a (megfelelően választott) klotoid.

Megnevezés:	Leírás, egyenlet:	Test:
Klotoid, Cornú,- vagy Euler spirál	Olyan görbe, melynek görbülete egyenesen arányos az O középponttól mért ívhosszal. Egyenlete nem adható meg, integrállal definiált. Korábban szerkesztéssel határozták meg.	

7. táblázat
Klotoid

4. Összefoglalás

Jelen publikáció a 3d nyomtatás alapjainak, történetének nagyon rövid ismertetése mellett a konkrét technikára és a példanyomtatásra koncentrálnak. Sajnos a terjedelmi korlátok miatt, az egyébként szükséges, elengedhetetlen módszertani kérdésekre nem tudott kitérni.

Irodalomjegyzék

- [1] Halverscheid, Stefan, and Oliver Labs. "Felix Klein's Mathematical Heritage Seen Through 3D Models." *The Legacy of Felix Klein* (2019): 131-152.
<https://library.oapen.org/bitstream/handle/20.500.12657/23022/1/1007139.pdf#page=132>
https://doi.org/10.1007/978-3-319-99386-7_10
- [2] A. Savini and G. G. Savini, "A short history of 3D printing, a technological revolution just started," 2015 ICOHTEC/IEEE International History of High-Technologies and their Socio-Cultural Contexts Conference (HISTELCON), Tel-Aviv, Israel, 2015, pp. 1-8,
<https://doi.org/10.1109/HISTELCON.2015.7307314>
- [3] Hull, C. W. (2015). The birth of 3D printing. *Research-Technology Management*, 58(6), 25-30
- [4] Lang, Victoria, Sang-Gu Lee, and Jaeyoon Lee. "A Mobile, Open-Source 2D and 3D Printing Graphic Creation CAS Tool for Mathematics Courses." *Journal of US-China Education Review A* 4.8 (2014): 569-580.
- [5] Lee, J.Y., Lim, Y.J., Park, K.E. and Lee, S.G., 2014. Development of Mathematics 3D-Printing Tools with Sage-For College Education. *Communications of mathematical education*, 28(3), pp.353-366.
<https://doi.org/10.7468/jksmee.2014.28.3.353>
- [6] Kit Ng, Davy Tsz, Ming Fung Tsui, and Manwai Yuen. "Exploring the use of 3D printing in mathematics education: A scoping review." *Asian Journal for Mathematics Education* 1.3 (2022): 338-358.
<https://doi.org/10.1177/27527263221129357>

- [7] Knill, Oliver, and Elizabeth Slavkovsky. "Illustrating mathematics using 3D printers." arXiv preprint arXiv:1306.5599 (2013).
- [8] Paul, Stepan. "3D printed manipulatives in a multivariable calculus classroom." *Primus* 28.9 (2018): 821-834.
<https://doi.org/10.1080/10511970.2018.1445675>
<https://library.oapen.org/bitstream/handle/20.500.12657/23022/1/1007139.pdf#page=132>
- [9] Dilling, F.; Ingo W.: The use of 3D-printing technology in calculus education: Concept formation processes of the concept of derivative with printed graphs of functions. *Digital Experiences in Mathematics Education* 6 (2020): 320-339.
<https://doi.org/10.1007/s40751-020-00062-8>
- [10] Arkady, E.: Family of Hyperboloids, <https://www.youtube.com/watch?v=hOtb619rod0>
You-tube videó
- [11] Szilassy, L.: Térgörbe kísérő triédere és simulóköre, GeoGebra applet
<https://www.geogebra.org/m/EZRJUg6w>

Adatvizualizáció és a téri képességek fejlesztése

Bölcskei Attila¹, Budai László², Keresztes Éva Réka³, Talata István⁴

¹főiskolai tanár, ²egyetemi docens, ³főiskolai docens, ⁴főiskolai tanár

¹³⁴Budapesti Gazdasági Egyetem, Külkereskedelmi Kar,
Társadalomtudományi Módszertan Tanszék,

²Budapesti Gazdasági Egyetem, Külkereskedelmi Kar, Nemzetközi
Kereskedelem és Logisztika Tanszék

E-mail: bolcskei.attila@uni-bge.hu, budai.laszlo@uni-bge.hu,
keresztes.eva@uni-bge.hu, talata.istvan@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_11](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_11)

Összefoglalás: A kognitív kommunikáció képességrendszerén belül a vizuális kommunikáció statikus vagy dinamikus képeken keresztül történő ismeretszerésként értelmezhető, mely szoros kapcsolatban áll a téri intelligencia bizonyos képességelemeivel. A dolgozatban az adatvizualizációt az infografika speciális területeként értelmezzük. Megvizsgáljuk típusait és kapcsolatba hozzuk azokat a téri intelligencia faktoraival. A térlátás fejlesztése kiemelt fontosságú lenne, ugyanis ez kimutatható kapcsolatban áll számos diszciplína sikeres elsajátításával.

Kulcsszavak: adatvizualizáció, vizuális kommunikáció, téri intelligencia, lemorzsolódás csökkentése

Abstract: Among the competences of cognitive communication visual communication can be interpreted as acquiring knowledge through static or dynamic images, which is closely related to certain factors of spatial intelligence. In the paper data visualization will be considered as a special class of infographics. We examine its types and connect them to the corresponding factors of spatial intelligence. The development of spatial ability would be extremely important, because it has a proven positive effect to successful completion of several disciplines.

Keywords: data visualization, visual communication, spatial ability, reducing drop-out rates

1. Vizualitás és kommunikáció

Érzékszerveink közül a látás szerve kiemelt jelentőségű, ugyanis az emberek a környezetből származó információknak 60, de akár 80%-át is látás útján gyűjtik be. Az emberek döntő többsége a világot vizuálisan közelíti meg és értelmezi elsősorban. A vizualitás jelentősége napjainkban még inkább felértékelődik, hiszen érzékelhető, hogy az információk átadásában a szövegeket különféle vizuális tartalmak (videók, képek, ikonok, stb.) váltják fel. A fiatalok körében oly népszerű közösségi médiák is egyre inkább lép alapúak. A vizualitás népszerűségét tovább fokozza a tény, hogy nyelve univerzális: egy TikTok videót a világ minden táján hasonlóan értelmeznek a

nézők; egy WoT küldetésben a világ minden tájáról közösen vesznek részt a játékosok.

A vizualitás fontosságát felismerve alkották meg a kutatók és oktatással foglalkozók a vizuális írástudás (visual literacy) fogalmát. Ez azt a képességet takarja, hogy valaki vizuálisan megfogalmazott tartalmakat értelmezni képes illetve ilyeneket létre tud hozni. A kifejezés eredetileg szűkebben a művészetekhez és a dizájn-kultúrához volt köthető, de manapság értelmezési tartománya egyre jobban kiszélesedik. Összefoglalóan elmondhatjuk, hogy a vizuális írástudás, mely kommunikációt, egyfajta formanyelvet és interaktivitást is felölel, mindig valamely médiumon keresztül valósul meg.

Ebben az értelemben rokonítható a vizuális kommunikáció fogalomkörével, ugyanis emez szintén médiumon keresztül valósul meg. A médium ebben az esetben a lehető legtágabban értelmezett kép, értve ez alatt a két- vagy akár háromdimenziós művészi vagy legalábbis mesterséges objektumokat. A vizuális kommunikáció és vizuális kultúra intenzív kutatása a 90-es években kezdődött és interdiszciplináris jellegéből fakadóan a mai napig változatosan definiált [10], a hozzá közelítők tudományterületének megfelelően. A vizuális kommunikáció legalábbis az alábbi területeket ötvözi össze: kommunikáció (és ezen belül társadalmi kommunikáció), kognitív tudományok, pszichológia, szemiotika, filozófia, neurobiológia, evolúciótudomány és kultúrakutatás. Áthatja a képzőművészeteket, a tudományt, oktatást (szemléltetést), tájékoztatást, szórakoztatást és a kulturális médiát.

Szűkebb értelmezési keretben [19] a vizuális kommunikáció pusztán ábraolvasási és ábrázolási képességként jelentkezik a kognitív kommunikáció képességszisztemjében belül. Kinyitva a keretet jutunk el a fent már említett képekkel illetve képeken keresztül való kommunikációs értelmezési szinthez, ahol a kép minősége alapján beszélhetünk művészi, tudományos vagy köznapis illetve komplex típusú vizuális kommunikációról. Míg a művészi és hétköznapi közlések szubjektívnek, addig a tudományos célúak szándékukat illetően objektívnek tekinthetők. Maga a kép több, egymásra rakódott fogalmi szintet olvaszt egymásba. Meg lehet különböztetni egyrészt az alkotói szándék szerinti imaginárius képet, a tárgyiasult alkotást, azután a befogadói szerepben látott képet és végül a befogadói szerepben megértett képet [24]. Ez a folyamat a tudományos célú adatvizualizációkban éppúgy tetten lesz érhető, mint az egyéb vizuális kommunikációs tartalmakban.

Más megközelítésben a vizuális kommunikáció két szintre tagolható, ahol az első a pusztán fiziológia alapján értelmezett látás képessége, a második szint pedig a tanult, kognitív pszichológiai megközelítésű vizuális kommunikáció, mely tehát fejleszthető, neveléssel formálható (lásd a vizuális kompetencia összetevőkre és azok fejlesztésére irányuló európai kutatásokat).

Jelen dolgozatban a vizualizáció tág fogalomkörét az információvizualizációra szűkítjük le. Ez azt jelenti, hogy azzal a céllal láttatunk, hogy információt közöljünk vele, és ne (csak) szórakoztassunk általa. Az információ vizualizációja azt követeli meg, hogy az adatokat rendszerben ábrázoljuk. Más

szóval, a vizuális kommunikáció információelméleti megközelítését domborítjuk ki, miszerint a vizuális jelekkel való kapcsolatteremtésen van a hangsúly. A képeken át közölt információ és a tudásképző jelleg egyaránt jelen kell legyen.

Az infografikák éppen ezt a célt szolgálják: segítenek „látni és láttatni”, így a vizuális kommunikáció egyik eszközének tekinthetők. Az egyik legfontosabb online szótár [31] definíciója úgy fogalmaz, hogy az infografika nem más, mint „információk vizuális bemutatása diagram, ábra, grafikon vagy más képi megjelenítő eszköz segítségével, minimális mennyiségű szöveg kíséretében azzal a céllal, hogy gyakran összetett témáról könnyen érthető áttekintést nyújtson”.

Cairo [6] felfogása szerint a világ olyan információkat tartalmaz, melyeket legalkalmasabban számokkal vagy szavakkal lehet kódolni. Ezt a kódot nevezhetjük egyszerűen adatnak; ez az első kódolási szint. A kommunikáció második szintjén már magukat az adatokat kódoljuk, belőlük komplex, szerkesztett médiát készítünk. Ez lehet egy hosszabb tiszta szöveg, de akár egy infografika is. Az információhoz kapcsolódó forma nem egészen szabadon választott, az az információ természetét fogja tükrözni. A legjobb eredmény eléréséhez fontos még a célközönség feltételezett tudását is figyelembe venni, ugyanis a dekódolás sikere nagymértékben ezen áll. A másik sikerességet befolyásoló faktor pedig a grafika, annak értelmezhetősége, világossága. Az infografika tehát információk és grafikai megoldások házasítása, azaz adatok és üzenet együttese, melyeket a vizualitás kapcsol össze. A vizuális effektek grafikai elemek (forma, szín, illúziók (térhatás, árnyékolás)) képében jelentkeznek. Alapszabályként megfogalmazhatjuk, hogy az adatokat a megértés érdekében nem lebutítani kell, hanem azokat érthetően, magyarázva kell bemutatni. Az infografikák tehát akkor érik el a céljukat, ha a tömörítés és sűrítés eszközével helyesen élnek. Megemlítjük, hogy a diagramok olvasására vonatkozóan tanároknak szóló oktatóanyag is elérhető [8].

Ritchie [22] három részterületre osztotta az infografikákat, úgymint adatvizualizáció, információdizájn és szerkesztő(ség)i infografika. Utóbbi kettővel jelen publikációban nem foglalkozunk, a továbbiakban egyedül a legpuritánabb és legobjektívebb adatvizualizációt vizsgáljuk (részletesebb bemutatásukat lásd pl. [4]).

Ritchie fenti publikációjában különben úgy fogalmaz, hogy az adatvizualizáció esetében a legfontosabb cél az adatok pontos megjelenítése. Ez nehezebb, mint elsőre tűnik, ugyanis nem csak azt kell elősegíteni, hogy az adatok érthetővé váljanak, hanem azt is, hogy azok azután a későbbiekben könnyebben felidézhető, elemezhető is legyenek. A feladat tehát lényegében az, hogy könnyebben megérthető vizuális jelekre fordítsunk le száraz számadatokat. A jó adatvizualizáció nem csak vizuálisan érzékelteti az adatokat, de lehetőség szerint egy történetet is elmesél. Mindezt esztétikusan teszi, gyönyörködtet, ám a hangsúly az adatokon marad. A megoldás során egyensúlyra kell törekedni: jó, ha sikerül sok adatot feldolgozni egyetlen képben, de sem a túl sok szám,

sem a túl sok grafikai elem nem szerencsés. Az adatvizualizáció, mint infografikai műfaj, mindig objektív és sosem manipulatív [21].

Az adatvizualizáció egy másik megközelítésében [17] nem más, mint leképezés az adat és annak vizuális megjelenítése között, pontosabban leképezés az agy két modalitása, nevezetesen a matematikai és a vizuális között. Manovich szerint az adatvizualizáció célja az, hogy nagy mennyiségű adatot mások számára áttekinthetővé tegyünk. A fő hangsúly nála tehát az információközlésen van, ugyanakkor egy másodlagos célt is megfogalmaz. Statisztikusok munkáját is elősegítheti, amennyiben az adatgyűjtés után, az adatfeldolgozási fázisban az adatokat áttekinthetővé téve mintázatokat, összefüggéseket mutathat a változók között, s ennek nyomán választható ki az adekvát statisztikai módszer.

Összefoglalóan azt mondhatjuk, hogy az adatvizualizáció olyan módszer, amely számok (adatok) közötti kapcsolatokat mutat be vizuálisan, abból a célból, hogy például folyamatok trendjeit illusztráljuk, mintázatokat ismerjünk fel, megtaláljunk kiugró értékeket, stb.

Minderre azért is óriási szükség van, mert az adatok óriási és egyre fokozódó ütemben termelődnek (Big Data jelenség). Úgy becsülik, hogy 2025-ben nagyjából 2 nap alatt keletkezik majd annyi adat, mint amennyi 2012-ben egész évben, holott már ez is annyi volt, mint ami a valaha írt összes könyvben tárolt adat hatvanszorosa. Az adatok mennyisége nem pusztán folyamatosan nő, hanem egyúttal az azokhoz való hozzáférés, és így a feldolgozás iránti szükséglet is megnőtt. Ez a jelenség új kihívást jelent, mivel a hagyományosak mellett új módszerekre is szükség van az adatvizualizációban, ezzel segítve elő az adatfeldolgozást és üzleti döntések támogatását. Az új módszerekkel [14] az adatvizualizáció még inkább emészhetővé teszi adatok aggregálását, szűrését és különböző nézetekben történő megjelenítését. Az adatvizualizáció kiegészíti az adatbányászatot, sőt egyes esetekben pótolhatja is azt.

2. Áttekintés a téri intelligencia fogalmáról és fejlesztetőségéről

A dolgozatban a továbbiakban a téri intelligenciával kapcsolatos ismereteket foglaljuk össze az adatvizualizációval kapcsolatos vizsgálódásokra koncentrálva. Mindenekelőtt tisztázzuk, hogy a hazai szakirodalomban több, egymással ekvivalens szóhasználat is létezik: téri intelligencia, térszemlélet, térlátás, téri képességek vagy vizuális-téri képességek – tartalmukban lényegében megegyeznek, így ezeket mi is azonos értelemben fogjuk használni. Megjegyezzük, hogy ez a jelenség az angol nyelvű szakirodalomban is fellelhető. Például a „spatial skills” és „spatial abilities” közti különbségtétel feleslegességét Sorby [26] azzal magyarázza, hogy bár utóbbi a tanult, előbbi a veleszületett térben való gondolkodási képességre utalna, ám ezeket egy bizonyos kor fölött (pl. egyetemi képzésben) már megkülönböztetni (pl. külön mérni) lehetetlen.

Tisztázni érdemes, hogy pontosan mit is értünk a téri képességek fogalma alatt. Két elterjedt és bevált definíciót is említünk: McGee szerint [18]: „az a képesség, hogy mentálisan manipuláljunk, elforgassunk, elcsavarjunk vagy megfordítsunk képileg bemutatott objektumokat”. A hazai szakirodalomban elterjedt meghatározás [25] a téri problémák megoldására helyezi a hangsúlyt: „Vizuális-téri képességnek a két- és háromdimenziós alakzatok észlelésének és az észlelt információknak tárgyak és viszonylatok megértésére és problémák megoldására való felhasználásának képességét nevezzük.”

A téri intelligenciával kapcsolatban tett első észrevétel 1880-ra nyúlik vissza, amikor Galten megállapította, hogy az az általános intelligenciától külön létezik. A térlátás kutatásával kapcsolatban érdemes kiemelni Thurstone munkásságát [28], aki intelligencia modelljében az érvelési képesség, a verbális fluencia, a hallottak megértése, a számolási képesség, a térbeli vizualizáció és a nyers memória összetevőit különböztette meg és tette lehetővé ezek mérését az általa kidolgozott Primary Mental Abilities Test segítségével. Ez azért fontos, mert nála jelenik meg először a térszemlélet önálló faktorként. A téri képességek mérésére különböző síkbeli alakzatok (kártyák, zászlók) mentális forgatására vonatkozó feladatokat készített.

Ami a mai intelligenciaelméleteket illeti, azok többsége egy egységes kognitív képesség, egy általános intelligencia faktor létezését fogadja el. Az intelligenciát hierarchikus modellben képzelik el, ahol Vernon szerint az általános intelligenciához kapcsolódó elsőrendű faktorok egyike a téri-mechanikus, a másik pedig a verbális-oktatási faktor. Úgy tűnik, hogy ez a két fő komponens – a verbális és a térbeli – jelenti az alapvető kettősséget az emberi kognícióban.

Erre tekintettel érdekes megemlíteni, hogy míg a verbális-nyelvi zavarokat kisiskolás korban könnyen fel lehet ismerni és arra számos teszt áll rendelkezésre, a téri képességekben mutatkozó zavarokat kimutató teszt újkeletű és nem különösebben elterjedt [7], amely tény a verbális képességekre irányuló nagyobb figyelmet és a téri képességek alul értékelését híven tükrözi. Ezzel szemben Arnheim [1] nézete szerint a gondolkodás legfőképpen vizuális gondolkodás. Az agy működésében nem látja bizonyítottnak, hogy a logikus gondolkodás prioritást élvezne a vizuális gondolkodással szemben. Állítása szerint a vizualitás ezen leértékelése Descartes tanainak következménye.

A hagyományos megközelítés végül is nem veszi tekintetbe az elmúlt évtizedek számos kutatási eredményét, melyek a téri intelligencia hasznosságát mutatták ki a tanulási folyamatban számos diszciplína esetén. Jelen dolgozat nem titkolt célja ennek a felismerésnek a népszerűsítése a Kollégák körében.

Kezdjük azzal, hogy a téri képességek bizonyítható módon segítenek a matematikai módszerek elsajátításában. Ez egy természetesnek tűnő, és valóban többek által igazolt tény. Furcsább talán, hogy a térlátás sok egyéb területen is segít: bizonyították, hogy téri képességfejlesztés segítségével sikerek érhetők el a diszlexia ill. a diszkalkulia terápiájában [16]. Ennek valószínű magyarázata az egyes intelligencia faktorok és képességelemek

pozitív egymásra hatása, összekapcsolódása lehet. Említett publikáció tartalmaz hivatkozásokat arra nézve is, hogy a térlátás fejlesztése a biológia, a kémia és testnevelés tárgyak sikeres teljesítésével is összefüggésbe hozható. A szakirodalomban gazdagon találunk olyan eredményeket, amelyek a téri intelligencia és a STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) tárgyak sikeres elvégzése között mutat ki elvitathatatlan összefüggést. A természettudományok területéről származó további példa a téri képességek és a földrajz közti kapcsolatra utal. Például Sanchez vizsgálatai kimutatták [23], hogy a lemeztektonika megértésében is segít a fejlettebb téri képesség – vagy említhetjük napjainkban a GIS-t (geoinformációs rendszert), mely egy komplex térinformatikai szisztéma, számos téri vonatkozással. A térszemlélet fejlesztése ezeken felül távolabbi tudományterületekre is jótékony hatással van. Az egyik konferencián a cikk egyik szerzőjét orvosok keresték meg azzal, hogy számukra is hasznos lenne egy térszemlélet fejlesztő program. Ennek pl. műtétek során, a műtéti terület előzetes elképzelése miatt lenne haszna. Logan amellettt érvel [14], hogy a térbeli gondolkodásnak nagyobb szerepet kéne kapnia a szociológiában. Zwartjes és tsai szerint [30] a térbeli gondolkodás lényeges az üzleti tudományokban és marketingben is. Ez könnyen hihető, ha pusztán az alábbi vetületekre gondolunk: a téri intelligencia a vizualitáson keresztül jótékonyan hathat a megfelelő reklám (kép, video) kidolgozásában; segíti a logisztika megtervezését; hasznos lehet pl. ingatlanfejlesztőknek, akik jó térlátással az ingatlant el tudják képzelni a tervek alapján; vagy akár egy szervezeti struktúra alkalmas felépítésében, a kapcsolatok könnyebb megtalálásában is közreműködhet.

Newcombe [20] idézi, hogy kutatások igazolják: a fejlettebb téri képességekkel rendelkező diákok könnyebben tanulnak vizualizációkból. Márpedig a vizuális megoldások nem csak végeredmények szemléltetésében mutatkoznak hasznosnak (pl. említhetjük Mengyelejev periódusos rendszerét, amelynek elrendezése révén az egyes elemcsoportok hasonló kémiai tulajdonságai nyernek értelmet; vagy a különféle térképek, ahol földrajz, gazdaság, történelem, stb egyszerre illusztrálható), hanem a kutatások során is. A tudósok gyakran rajzolnak, miközben megfigyeléseket végeznek, vagy amikor más tudósokkal folytatott eszmecsereik során ötleteket próbálnak kidolgozni. Newcombe öt okot tár fel, hogy miért jó ötlet bármilyen szinten az aktív vázlatkészítés: bevonja a résztvevőket, elmélyíti a megértést, érvelést igényel, kikényszeríti az ötletek egyértelművé tételét, és támogatja a munkacsoportokon belüli kommunikációt.

Hall és társai [9] vizsgálatai arra irányultak, hogy szükséges-e szakmánként feltérképezni a kognitív képességeket a helyes vizualizációs stratégiák kialakításához vagy létezik-e egy közös kulcs, amely minden szakterülethez illeszkedik? Abból indultak ki, hogy a téri képesség struktúra mutatja meg, ahogyan az emberek adatvizualizációra képesek – azaz egyrészt adatot feldolgozni, másrészt a köztük levő kapcsolatokat bemutatni. Cikkükben bebizonyítják, hogy a vizsgálataikba bevont szakmák (kémikus, informatikus,

tanár) szerint változik a téri képességek szintje. Ezért nem meglepő, hogy a szakterületek és a vizualitással kapcsolatos tesztek eredménye is korrelál egymással. Mindez azt jelenti, hogy nem létezik a vizuális nevelésben „bölcsek köve”, szakmaspecifikus fejlesztésre van szükség. Kutatásukból az is kiderült, hogy a vizualitást mindegyik szakterület felhasználja, bár nyilván különböző mértékben.

A térszemléleten belül fontos vizsgálni azt, hogy mely részképességek jelennek meg önálló faktorként, vagyis jól elkülöníthetően más részképességektől. A különféle elméletek a faktorok számában és azok tartalmát illetően is nagyfokú variálódást mutatnak. A legelső rendszerekben csak két faktort különböztettek meg: az észlelést és a vizualizációt. McGee már két csoportra osztotta a faktorokat: téri orientáció és téri vizualizáció. Az előbbiben az objektum fix és mi változtatjuk meg a helyzetünket, a másikban a szemlélő fix és az objektum mozog. A vizualizáció az ő rendszerében tovább differenciálódik mentális forgatásra és mentális transzformációra [18], így végül is három faktossal dolgozik. Megjegyezzük, hogy mivel az egyes képességelemeket a szerzők nem definiálták precízen (azok általában az általuk használt teszttel kapcsolatban voltak értelmezhetők), ezért sok félreértés és hibás interpretáció is született.

A ma leginkább elfogadott rendszerben (Maier [16]) öt részképességet különböztetünk meg, melyek mind külön-külön fejleszthetők. A komponensek nevei és az általuk jelölt tartalmak szűkebb és tágabb értelemben a következők: Spatial perception (Tériszempíció): szűken értelmezve a függőleges és a vízszintes irányok szemlélőtől független felismerése, akár félrevezető vizuális ingerek esetén. Ez egy statikus mentális folyamat, vagyis a szemlélő helyzete változhat, de az objektum belső összefüggései változatlanok. A fókusz tehát az egymásra merőleges irányok (és emiatt merőleges térelemek) felismerésén van. Tágabb értelemben a vizuális ingerek befogadását, magát az észlelést és annak feldolgozását jelenti.

Spatial visualization (Vizualizáció): egy objektum vizualizálásának képessége, amint az objektum részei mozognak vagy elmozdulnak egymáshoz képest. Ez egy dinamikus mentális folyamat, mivel ennek során mozgás történik és a szemlélő helyzete indifferens. Példa lehet egy test mentális kiterítése (háló és poliéder kapcsolatba hozása). Tágabb értelemben a bonyolult, több lépésből álló manipulációkat tartalmazó, vagy a más kategóriához nem tartozó feladatokat hívjuk így.

Mental rotations (Mentális forgatás): két- és háromdimenziós formák gyors mentális elforgatásának képessége. Dinamikus mentális folyamat, a szemlélő helyzete lényegtelen.

Spatial orientation (Térszemlélet): egy dinamikus folyamat, amely során a szemlélő egy térbeli helyzetben tudja magát helyesen orientálni (tájékozni) valóságosan vagy képzeletben. Ennél a faktornál a szemlélő helyzete a kulcs, a tárgyak helyzete nem változik.

Spatial relations (Térei relációk): ez egy újabb statikus mentális folyamatot jelöl, melynek a lényege az, hogy megértsük egy alakzat vagy annak részei közötti térbeli összefüggéseket. Ilyen például egy test és különböző irányú nézetei közötti kapcsolat. A szemlélő helyzete ismét jelentőséggel bír.

Az egyes kategóriák között nincsenek éles határok, amint azt az alábbi összefoglaló táblázatból is láthatjuk.

spatial position of test person	dynamic mental processes	static mental processes
outside position	visualization	spatial relations
	mental rotation	
inside position	spatial orientation	
		spatial perception

Forrás: [16] Maier, P. H.: Spatial geometry and spatial ability–How to make solid geometry solid

1. ábra

A téri intelligencia faktorai a szemlélő helyzete és a mentális folyamat jellege szerint

Megjegyezzük még a [29] publikáció meta-analízisét, amelyben a szerzők egy új, de hasonlóan két szempontú kategorizálást javasolnak. Rendszerük szerint megkülönböztethetünk külső és belső (tárgyak egymáshoz való elhelyezkedése illetve egy tárgy alkotóelemei közti kapcsolat alapján való) illetve statikus és dinamikus (rögzített vagy mozgó) kategóriákat és ezek egymással való variánsait.

A különféle térlátásmérő tesztek gazdag irodalmába nem elmélyedve pusztán arra utalunk, hogy a mentális forgatást mérik csupán síkbeli alakzatok segítségével is (pl. zászlók, síkidomok közül kell az egymással azonos, csak elforgatott elemeket megjelölni), illetve, hogy a vizualizációs tesztekben változatos típusú feladatok szerepelnek: alakzat összerakása elemekből; alakzat felismerése egy másik részeként, síkmetszet alakjának elképzelése, papírhajtogatás, stb.

Akárhogy is választjuk értelmezési keretünket és akármilyen faktorokat is fogadunk el, azok fejlesztésére lehetőségünk van. Már maga Maier is több megoldást kínál erre. A már hivatkozott [29] dolgozatban pedig a szerzők nem kevesebb, mint 217 tanulmány eredményeit vetik össze egymással, bemutatva, hogy képzéssel javíthatók a téri képességek, azaz fejlesztő programokkal a téri képességeket mérő tesztek eredményeiben javulás érhető el, amely ráadásul hosszabb idő elteltével sem múlik el.

Korábban említettük, hogy a vizuális-térei képességek fejlesztése a közoktatásban sok helyütt mostohán kezelt terület, amely sok esetben rejtve is marad. Kivétel ebből a szempontból a műszaki felsőoktatás (és tágabban a STEM területei), ahol a gyenge térei intelligencia a lemorzsolódás egyik fő okának tűnik. A térszemlélet mérése tehát nem véletlenül elterjedt a mérnök és építész képző egyetemeken mind Magyarországon, mind külföldön. A kutatások egyértelműen igazolják, hogy a belépő hallgatók térszemlélete

gyenge, ugyanakkor eltérő mértékben ugyan, de még ebben a késői életkorban is akár jelentősen javítható, fejleszthető [5, 15, 27]. A lemaradások a rövid képzési lehetőségek miatt nem pótolhatók teljes körűen, de a kiválasztott területek célirányosan fejleszthetők. A túzoltás elkerülése érdekében ugyancsak fontos lenne az általános és középiskolai szinteken megfelelő fejlesztő programokat beállítani [2, 3, 12].

3. Adatvizualizáció a térlátás fejlesztése szolgálatában

Mint láhattuk a téri képességek fejlettsége számos tudományterületen előnyöket kínál az azzal rendelkezőknek. Jelen publikációban arra kívánjuk felhívni a figyelmet, hogy a gazdasági képzési területen milyen lehetőségeket találunk az adatvizualizáció területén a térlátás faktorainak fejlesztése tekintetében.

Az adatvizualizációra rendelkezésre álló eszközök száma egyre nagyobb. A tipikus (standard) ábrázolási módszereken – oszlopdiaagram, kördiaagram, vonal (függvényként való, töröttvonalas ábrázolás) – kívül nem standard ábrázolási módszerek is egyre nagyobb szerephez jutnak [13], melyek közül a dolgozatban a következő típusokat említjük meg: vízésés, radar, hierarchia (fatérkép), térkép, beanplot, boxplot, Sankey diagramok; térkép; adatsávok; felület, 3D pontfelhő, buborék diagramok. Ha egy mennyiség több másikkal a függvénye, akkor vagy keresztmetszeti ábrázolást követünk, vagy megpróbáljuk a magasabb dimenziós megjelenítéseket alkalmazni (felület, pontfelhő) vagy a harmadik és további dimenziókat mérettel, színnel kódoljuk (buborék diagram). További lehetőséget kínálnak a pontdiagram-mátrixok; ekkor $n \times n$ darab koordinátahálót készítünk, azaz minden dimenziót mindegyikkel párosítva készítünk grafikonokat. Az ikonokon alapuló ábrázolások közül említést érdemel a Chernoff arcoknak nevezett megjelenítés. Ez az arc részeinek (szem, fül, orr, száj alakjának, méretének) variálásával egészen 18 változóig képes többdimenziós adatok bemutatására, mintázatok felismerésére.

A dolgozatban szereplő valamennyi technika lehetővé teszi valamely téri intelligencia faktor fejlesztését, ahogyan azt látni fogjuk. Céljukat tekintve a vizualizációk vagy mennyiségek közötti viszonyokat mutatnak meg, vagy jelenségek időbeli lefutását segítenek megérteni, akár komplex folyamatok esetén is (pl. Sankey-diagram).

Ha adott egy vizualizáció, például egy grafikon, akkor a legelső értelmezési szint az adatok egyszerű leolvasását jelenti – mekkora sebességgel halad az autó pontban 4 óraker, mennyi volt az átlaghőmérséklet kedden, mekkora volt Magyarország népessége 2010-ben, stb. Ez a szint az általános iskolában már megtalálható, gyakori típusfeladat a középiskolai felvételen is.

A második értelmezési szinten már a kép alapján összefüggéseket is talál a megfigyelő – mikor áll egy helyben az autó, mikor halad; mekkora lehet az ábrázolt adatok átlaga, terjedelme, egyik mennyiség hányszorosa a másikkal,

stb. Ilyen típusú feladatokat a közoktatásban szintén lehet találni az általános és középfokú képzés váltása körül.

A harmadik szinten a befogadó képes előrejelzéseket is megfogalmazni, trendeket leolvasni a grafikonról – pl. mekkora lesz 2030-ban a Föld várható népessége, várhatóan hogyan alakul a GDP, stb. Ezek a feladatok középiskolában kellene felmerüljenek.

A negyedik szinten a pusztá befogadó az ábra létrehozójává válik: valamely adott értelmezési keretben az adatokat először manuálisan fogalmazza át képpé (pl. középszintű matematika érettségikben gyakori kördiagram kiszerkesztésével) majd később ezt már automatizáltan, program segítségével teszi meg (például a gazdasági felsőoktatásban).

Az ötödik szinten képes egy adathalmazhoz a legmegfelelőbb ábrázolási formát önállóan kiválasztani, azaz egyszerűbb vagy bonyolultabb infografikákat előállítani – ezt a felsőfokú tanulmányok során várhatjuk el a hallgatóktól.

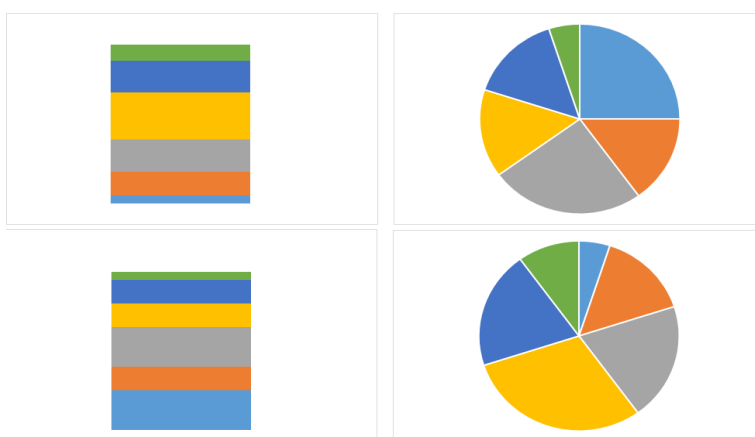
Összefoglalóan tehát adatvizualizációs szempontból két fő szerep létezik: az alkotó, aki azokat létrehozza; és a befogadó: aki értelmezi az adatokat és azok alapján döntéseket hoz. Mindkét szerepben lehetőség van arra, hogy a téri képességeket próbára tegyünk, azokat fejlesszük, jóllehet pusztán a szerep kevésbé szolgálja céljainkat.

Befogadóként, értelmezőként azt mondhatjuk, hogy bármely adatvizualizációs megoldás fejleszti a téri percepciók intelligencia faktort, annak tágabb értelmében: az észlelést és a látottak feldolgozását a megfelelő technika adta keretben. Még a szűkebb, egymásra merőleges elemek felismerése is lehetséges bizonyos speciális esetekben, mint pl. a torta diagramnál, ha az egyik adat éppen 25%-ot ábrázol; vagy a 3D diagramok tengelyeinek ábrázolásával. A vizualizációs komponens fejlesztésére ad lehetőséget a legegyszerűbb vonal diagram is, amennyiben a jövőbeli értékekre való extrapolálás a feladat. A vízszintes diagram szintén alkalmas lehet ilyen jellegű becslések elvégzésére. A harmadik fejleszthető komponens ebben a szerepben a téri relációk, melyet felület és 3D pontfelhő diagramok esetében lehet fejleszteni, ha az ábrázolt adathalmaz alkalmas nézeteit próbáljuk elképzelni. Alkalmas metszet elképzelése ugyanakkor már ismét téri vizualizációt igénylő feladat.

Az alkotói szerep, ha azt számítógéppel segítve teszi valaki, éppenséggel könnyen lehet, hogy semmilyen téri képességet nem fejleszt automatikusan. A kijelölt adatokat ugyanis a használt program ismeretében automatikusan lehet lefordítani vizuális nyelvre. Itt viszont annak eldöntése igényel gondolkodást, hogy a létrehozott vizualizáció alkalmas-e a kívánt cél elérésére?. Más szóval: adatvizualizációt a téri képességek minimális felhasználása mellett is tudunk készíteni programjaink segítségével. A cél azonban éppen az kellene legyen, hogy a térlátást erősítsük, s ez véleményünk szerint elérhető speciális fejlesztő feladatok által, melyekre most példákat hozunk. Ha mást nem mondunk, a

diagramokon levő számadatokat a feladatokban eltüntetjük, az egyes értéket nem mutatjuk pontosan, csupán becsléseket tudunk megfogalmazni.

A térbeli vizualizációt fejlesztő feladatok közé tartozhatnak az egyes ábrázolási stílusok közötti váltásokra irányuló itemek, s ehhez a standard ábrázolási módszerek éppúgy alkalmasak lehetnek. Például adott kumulált oszlop és kördiagramok közül kell az azonos adatsort leírókat kiválasztani. Később a feladat kibővíthető oszlop → kumulált oszlop → kördiagram váltásra. Helytakarékoságból a bemutatott példákon csak 2-2 alternatívát jelenítünk meg, de javasolt legalább 4-4 hasonlóból kiválasztani az egymással megfelelőket.

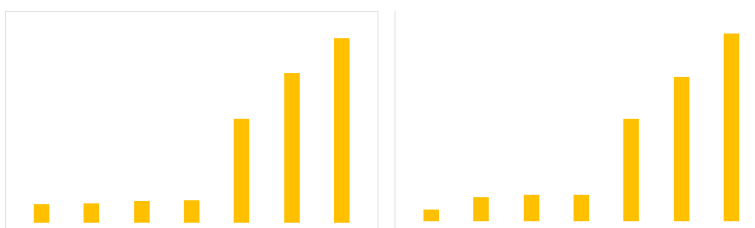


Forrás: saját szerkesztés

2. ábra

Vizualizációs feladat: átkapcsolás oszlop és kördiagram között

Az oszlopdiagramokkal kapcsolatos vizualizációs probléma lehet azok átfogalmazása adatsávokká. Ebben a feladatban az azonos adatsort leíró oszlopdiagramot és adatsáv megjelenítéseket kell összehárosítani.



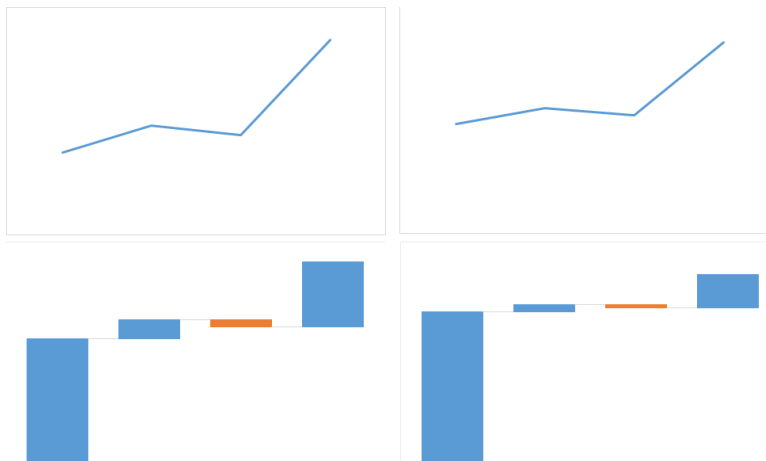
	Lakosság száma (fő)	Területe (km ²)
Magyarország	9771000	93 035
Ausztria	8861000	83 858
Svájc	8544000	41 290
Németország	83080000	357 021
Franciaország	67431000	655 470
Spanyolország	46788000	504 782
Portugália	10291000	92 390

Forrás: saját szerkesztés

3. ábra

Vizualizációs feladat: átkapcsolás oszlopdiagram és adatsávok között

Hasonló, vizualizációt fejlesztő feladat lehet vonaldiagram átfogalmazása vízses diagrammá – vajon a megadott grafikonok közül melyek feleltethetők meg egymásnak?



Forrás: saját szerkesztés

4. ábra

Vizualizációs feladat: átkapcsolás vonaldiagram és vízses diagram között

Vonaldiagram radar diagrammá konvertálása sok esetben nem értelmetlen, így újabb lehetőségünk van a vizualizáció fejlesztésére. Ez a típus hasonló vizualizációs startégiával oldható meg, mint a kumulált oszlopdiagram ⇔ kördiagram váltás.



Forrás: saját szerkesztés

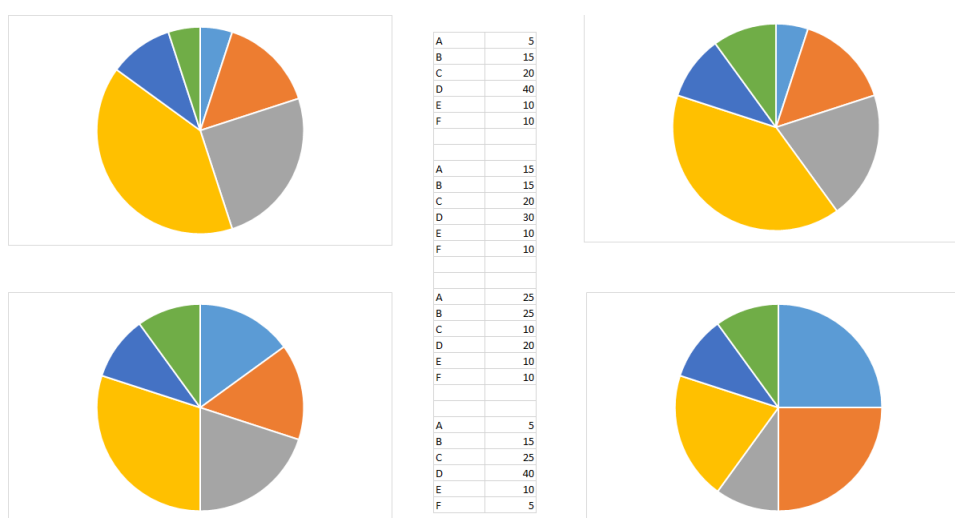
5. ábra

Vizualizációs feladat: átkapcsolás vonaldiagram és radar diagram között

Ábra magyarázat nélkül még két javaslatot teszünk: a többszintű gyűrű diagramok és a fatérképek hasonló szerkezetű adatstruktúrákat tartalmaznak. Ezek egymásba való alakítása, vagy az azonos tartalmúak kiválasztása szintén a vizualizáció fejlesztését szolgálja.

A buborék diagramok és a 3D felületek szintén átválthatók egymásba. Ehhez első lépésben a buborék diagramot egy felület felülnézetének érdemes tekinteni, ahol a pont magassága arányos a buborék méretével (vizualizációs lépés). Ezt elképzelve és a nézőpontot váltva (mely már a téri relációk faktorát is igényli) a felület formájára adható becslés.

A korábban már említett számolási és vizualizációs modalitások átkapcsolására, azaz szám adatok vizualizációjára szolgálhat a következő feladat: adottak számsorok és körgrafikonok. Párosítsuk a megfelelő adatsorokat és diagramokat.



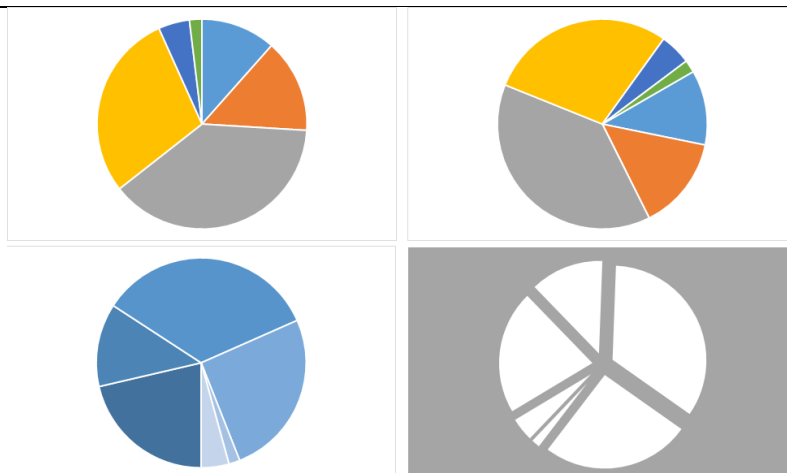
Forrás: saját szerkesztés

6. ábra

Vizualizációs feladat: számsorok és kördiagramok párosítása

A következőkben a mentális forgatás fejlesztésére irányuló feladatokra teszünk ajánlásokat.

Elsőként a [9] cikkben szereplő egyik feladatot idézzük: adott kördiagramok közül kell kiválasztani azokat, amelyek ugyanazt az adatstruktúrát jelenítik meg. A diagramokon itt sem szerepel adat, viszont azok alapesetben el vannak forgatva egymáshoz képest. Térbeli, egyenes körüli 180 fokos forgatás hatása azonos azzal, hogy az adatsor fordított sorrendben van ábrázolva. A cél ebben a feladatban ismét az összetartozó diagram-párok megtalálása lehet. Nehezíthető a feladat több módon is: változtathatjuk az adatsorban a sorrendet, így egy olyan kördiagram áll elő, mely az eredetinek átszerkesztett változata; illetve kombinálhatjuk a feladatot a megjelenítési stílus átállításával is. Ezeket a szinteken a mentális forgatást a vizualizáció képességével egyaránt felhasználjuk.



Forrás: saját szerkesztés

7. ábra

Mentális forgatás: kördiagramok azonossága feladat

Egyszerűbb feladat a mentális forgatás gyakorlására az oszlopdiagramok sordiagramra való cserélése (valójában transzponálás, de ez térbeli mozgatással is megvalósítható).

A mentális forgatás síkbeli esetét lehet még radardiagramokon is szemléltetni – a kördiagramhoz hasonló elforgatottakkal, átszerkesztett adatsorokkal gyakorolhatók a fent már említett képességelemek.

Ide tartozónak érezzük még, hogy a térbeli mentális forgatást (mozgatást) 3D felület vagy pontdiagramokon pl. az Excel interaktívan támogatja. Ez lehetővé teszi az objektumok több nézetből való percepcióját. Ezzel a tapasztalattal felvértezve a forgatás remélhetőleg jobban elképzelhetővé válik.

A térbeli orientáció fejlesztésére a térképek tűnnek különösen hasznosnak. Térképek és az azokon megfogalmazott problémák (merre van a szemléltőtől egy adott hely; hogyan találhatunk el valahonnét valahová) az adatvizualizáció határait feszegetik ugyan, de infografikákon is feltehető, megoldható.

Az adatvizualizáció célja mindenekelőtt a teremtő gondolkodás segítése. Ez abban is megnyilvánul, hogy olyan, non-standard adatsorok esetében, amelyek a szokványos (értve alatta: a korábban tanult) eszközökkel nem szemléltethetők megfelelően, új megoldásokat kell keresni. Ilyen nem szokványos ábrázolási lehetőségek a Sankey-diagramok komplex folyamatok ábrázolására vagy nagy mennyiségű, klaszterizált adat megjelenítésére a beanplot technika, illetve összetartozó adatsorok és értékhatárok szemléltetésére a boxplot [11]. Az is fejlesztő hatású tehát, ha felismerjük az egyes technikák határait; új módszereket keresünk, és elképzeléseinket a megvalósulással összevetve döntünk azok alkalmazhatóságáról. Máskülönben is, annak eldöntése, hogy

egy vizualizáció megfelel-e (azaz melyik a legkönnyebben értelmezhető, leginformatívabb, stb), komplex feladat, melyre ugyancsak nevelni kell a hallgatókat. Ugyancsak fontos megemlíteni, hogy a programok által felkínált megjelenítéseket nem kötelező elfogadnunk, azokon számos ponton tudunk változtatni, mind beállítások, mind stílus vonatkozásában, s ezzel adatvizualizációinkat informatívabbá és/vagy esztétikusabbá is tehetjük.

4. Összefoglalás

Jelen publikációban elméleti összefoglalását adtuk az adatvizualizáció és téri intelligencia fogalmainak és programot adtunk a térszemlélet fejlesztésre adatvizualizáció segítségével. Javaslatunk szerint a fejlesztő feladatok a gazdasági felsőoktatáshoz kiválóan illeszkedhetnek, tekintettel az itt felmerülő számos probléma erre alkalmas voltára. Egyre inkább úgy tűnik, hogy a fejlesztés rajtunk áll, a köznevelésre e tekintetben nem támaszkodhatunk. Maier 1996-ban úgy látta, hogy az akkori német viszonyok között ugyan az iskolai matematika tantervekben a téri képességek fejlesztése kitüntetett szerepet kap, ám ez csak papíron van így; a valóságban a valódi térlátást igénylő feladatok háttérbe vannak szorítva. Úgy fogalmazott, hogy amit valójában tudni kell, az pusztán a derékszögű háromszög megoldása, egy geometriai fogalomtár bemagolása és a térfogat vagy felszín képletekbe való behelyettesítés, s hozzá némi egyenletmegoldás [16]. Több, mint 25 év elteltével azt látjuk, hogy a fentiek szóról szóra elmondhatók a magyar oktatás helyzetéről is. A térszemlélet fejlesztése elsikkadni látszik a PISA felmérésekben mért és prioritizált alkalmazott matematikai műveltség, alkalmazott természettudományi műveltség és szövegértés mellett.

Irodalomjegyzék

- [1] Arnheim, R.: A Plea for Visual Thinking, *Critical Inquiry*, Vol. 6, No. 3 (Spring, 1980), pp. 489-497
The University of Chicago Press, 1980;
<https://doi.org/10.1086/448061>
- [2] Babály, B.; Budai, L.; Kárpáti, A.: A térszemlélet fejlődésének vizsgálata statikus és mozgó ábrás tesztekkel. *Iskolakultúra*, 23(11), 6-19., 2013;
- [3] Babály, B.; Kárpáti, A.: The impact of creative construction tasks on visuospatial information processing and problem solving. *Acta Politechnica Hungarica*, 13(7), 159-180., 2016;
<https://doi.org/10.12700/APH.13.7.2016.7.9>
- [4] Baratiné Sipos L. K.: Az infografika mint az információközvetítés speciális formája. *Tudományos és Műszaki Tájékoztatás* 69.2: 41-49., 2022;
<https://doi.org/10.3311/tmt.13146>
- [5] Bölcskei, A.; Gál-Kállay, S.; Kovács, A. Z.; Sörös, C.: Development of Spatial Abilities of Architectural and Civil Engineering Students in the Light of the Mental Cutting Test. *Journal for Geometry and Graphics*, 16(1), 103-115., 2012
- [6] Cairo, A.: *The Functional Art: An introduction to information graphics and visualization*. New Riders, 2012;

Adatvizualizáció és a téri képességek fejlesztése

-
- [7] Cornoldi, C.; Venneri, A.; Marconato, F.; Molin, A.; Montinari, C.: A rapid screening measure for the identification of visuospatial learning disability in schools. *Journal of learning disabilities*, 36(4), 299-306., 2003;
<https://doi.org/10.1177/00222194030360040201>
- [8] Cromley, J. G.; Perez, T. C.; Fitzhugh, S. L.; Newcombe, N. S.; Wills, T. W.; Tanaka, J. C.: Improving students' diagram comprehension with classroom instruction. *The Journal of Experimental Education*, 81(4), 511-537., 2013;
<https://doi.org/10.1080/00220973.2012.745465>
- [9] Hall, K. W.; Kouroupis, A.; Bezerianos, A.; Szafir, D. A.; Collins, C.: Professional differences: A comparative study of visualization task performance and spatial ability across disciplines. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 28(1), 654-664., 2021;
<https://doi.org/10.1109/TVCG.2021.3114805>
- [10] Jensen, K. B.: A kommunikáció ismeretelméleti és lételméleti szempontból. In Horányi Özséb (szerk.): *Kommunikáció I. A kommunikatív jelenség*. Budapest, General Press Kiadó, 170-208., 2003 (1995);
- [11] Kampstra, P.: Beanplot: A boxplot alternative for visual comparison of distributions. *Journal of statistical software* 28: 1-9., 2008;
<https://doi.org/10.18637/jss.v028.c01>
- [12] Kárpáti, A.; Babály, B.; Budai, L.: Developmental assessment of spatial abilities through interactive, online 2D and virtual 3D tasks. *The International Journal of Arts Education*, 12(2), 94-124., 2014
- [13] Kelecsényi, K.: Nem-standard adatábrázolási módszerek a statisztikai alapképzésben= Non-Standard Data Visualization Methods in Undergraduate Statistics Education. *GRADUS*, 6(4), 54-63., 2019
- [14] Logan, J. R.: Making a place for space: Spatial thinking in social science. *Annual review of sociology* 38, 507-524., 2012;
<https://doi.org/10.1146/annurev-soc-071811-145531>
- [15] Kovács, A. Z.; Németh, L.: Development of spatial ability according to mental rotation test at SKF and YBL. *Ybl Journal of Built Environment*, 2(1), 18-29., 2014;
<https://doi.org/10.2478/jbe-2014-0002>
- [16] Maier, P. H.: Spatial geometry and spatial ability-How to make solid geometry solid. *Selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics*. 69-81., 1996;
- [17] Manovich, L.: *Cultural analytics*. MIT Press, 2020;
<https://doi.org/10.7551/mitpress/11214.001.0001>
- [18] McGee, M. G.: Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological bulletin* 86.5: 889-918., 1979;
<https://doi.org/10.1037/0033-2909.86.5.889>
- [19] Nagy, J.: A kognitív képességek rendszere és fejlődése. *Iskolakultúra*, 8(10), 3-21., 1998
- [20] Newcombe, N. S.: Seeing Relationships: Using Spatial Thinking to Teach Science, Mathematics, and Social Studies. *American Educator* 37.1: 26-31., 2013;
- [21] Ritchie, J.; Crooks R.; Lankow J.: *Infographics: The power of visual storytelling*. John Wiley & Sons, 2012
- [22] Ritchie, J.: What is an infographic? We break it down <https://www.columnfivemedia.com/infographic>
- [23] Sanchez, Ch. A.: Enhancing visuospatial performance through video game training to increase learning in visuospatial science domains. *Psychonomic Bulletin & Review* 19.1: 58-65., 2012;
<https://doi.org/10.3758/s13423-011-0177-7>
- [24] Sándor Zs.: *Vizuális alkotástípusok a kommunikációban. A vizuális kommunikáció változatainak összehasonlító elemzése*. PhD dolgozat, PTE BTK Nyelvtudományi Doktori Iskola Kommunikáció Doktori Program, 2013;
- [25] Séra, L.; Kárpáti A.; Gulyás J.: *A térszemlélet*. Comenius Kiadó, Pécs, 2002

- [26] Sorby, S. A.: Developing 3-D spatial visualization skills. *The Engineering Design Graphics Journal* 63.2, 21-32, 1999
- [27] Sorby, S.; Veurink, N.; Streiner, S.: Does spatial skills instruction improve STEM outcomes? The answer is 'yes'. *Learning and Individual Differences*, 67, 209-222., 2018;
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.09.001>
- [28] Thurstone L. L.: *Primary Mental Abilities*, The University of Chicago Press, 1947
- [29] Uttal, D. H.; Meadow, N. G.; Tipton, E.; Hand, L. L.; Alden, A. R.; Warren, C.; Newcombe, N. S.: The malleability of spatial skills: a meta-analysis of training studies. *Psychological bulletin*, 139(2), 352-402., 2013;
<https://doi.org/10.1037/a0028446>
- [30] Zwartjes, L.; de Lazaro y Torres, M. L.; Donert, K.; Buzo Sanchez, I.; de Miguel Gonzalez; R.; Woloszynska-Wisniewska, E.: Literature review on spatial thinking., *GI Learner*.
<http://www.gilearner.ugent.be/wp-content/uploads/2016/05/GI-Learner-SpatialThinkingReview.pdf>
2017
- [31] <https://www.dictionary.com/browse/infographic>

Mesterséges intelligencia oktatása a BGE KKK-n

Budai László¹, Bölskei Attila², Keresztes Éva Réka³, Talata István⁴

¹egyetemi docens, ²főiskolai tanár, ³adjunktus, ⁴főiskolai tanár

²³⁴Budapesti Gazdasági Egyetem, Külkereskedelmi Kar,

Társadalomtudományi Módszertan Tanszék, ¹Budapesti Gazdasági Egyetem,
Külkereskedelmi Kar, Nemzetközi Kereskedelem és Logisztika Tanszék

E-mail: budai.laszlo@uni-bge.hu, bolcskei.attila@uni-bge.hu,

keresztes.eva@uni-bge.hu, talata.istvan@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_12](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_12)

Összefoglalás: A mesterséges intelligencia régebbi múltra tekint vissza, mint azt sokan sejtjenék, de napjainkra már elengedhetetlen technológiai lehetőségeket tartogat, az élet minden területére vonatkozóan. A leendő munkavállalók versenyképességének megőrzése az egyetemek és vállalatok közös célja. Ennek érdekében indult útjára a BGE KKK-n egy gyakorlatorientált megközelítésű kurzus. A tanulmány célja, hogy bemutassuk a mesterséges intelligencia oktatásának egy lehetséges felépítését.

Kulcsszavak: mesterséges intelligencia, oktatás, gépi tanulás, szövegbányászat, képanaltika, regresszió, klasszifikáció, klaszterezés

Abstract: Artificial intelligence has a longer history than many might suspect, but nowadays it already holds indispensable technological possibilities for all areas of life. Maintaining the competitiveness of prospective employees is a common goal of universities and companies also. To this end, a course with a practice-oriented approach was launched at the BBS Faculty of International Management and Business. The aim of this study is to present a possible structure of artificial intelligence education.

Keywords: artificial intelligence, education, machine learning, text mining, image analytics, regression, classification, clustering

1. Bevezetés

Napjainkra a mesterséges intelligencia (MI) átszövi egész életünket, mindenki hallott már róla, akár alkalmazza is azt nap, mint nap, esetleg a tudtán kívül is.

Nagyvállalati partnereink tapasztalatai szerint, illetve a közelmúlt eseményei hatására is erőteljesebben beigazolódtott, hogy a 2020-as évek meghatározó technológiái között szerepel a digitális ellátási lánc, üzleti intelligencia, mesterséges intelligencia és a kvantum számítás is.

Mostanra az is beigazolódtott, hogy a mesterséges intelligencia nem csupán egy prioritást élvező technológia, hanem egy szükséges alkalmazási terület.

A jövő munkavállalói számára elengedhetetlen tehát ezen technológiák, módszerek, eszközök rendszerszemléletű ismerete, alkalmazási lehetőségeinek átlátása. Fő cél, hogy egy adott vállalati probléma megoldása céljából a leendő munkavállaló ki tudja választani a legmegfelelőbb eszközt, módszert, technikát.

Többek között a fentebb említett célrendszer miatt indult útjára a Budapesti Gazdasági Egyetem Külkereskedelmi Karán (BGE KKK) egy új, szabadon választható kurzus *Mesterséges intelligencia a gyakorlatban* néven.

Mivel a kurzus erőteljesen gyakorlatorientált, így az elméleti megalapozása a lehető legkompaktabb módon zajlik egy 60 perces prezentáció formájában.

A mesterséges intelligencia olyan eszköz a kezünkben, mely segíti a problémamegoldást, illetve döntéstámogatást nyújt az ember számára.

Az elméleti bevezetőben elhangzik még a csoportosítási lehetősége a mesterséges intelligenciának úgy, mint gyenge-erős AI, illetve a gépi tanulás és mély tanulás kapcsolatáról is szó esik. A gépi tanulás (Machine Learning - ML) matematikai adatmodellekkel tanít be számítógépeket közvetlen felügyelet nélkül. Ez a mesterséges intelligencia egy részhalmaza. A gépi tanulás algoritmusokkal azonosít mintákat az adatokban, amelyekkel ezután adatmodellt készít, és előrejelzéseket végez. A gépi tanulás eredményei az adatok és a tapasztalat mennyiségének növekedésével egyre pontosabbak – ahogyan az emberek is egyre ügyesebbé válnak a gyakorlás által.

A gépi tanulás rendkívül könnyen alkalmazkodik különböző helyzetekhez, így ideális olyan forgatókönyvekben, ahol az adatok folyamatosan változnak, a kérdés vagy feladat típusa módosulhat, vagy egy megoldás kódolása szinte lehetetlen lenne.

A mély tanulás a gépi tanulás egy speciális formája, amely neurális hálózatokkal szolgáltat válaszokat. A mély tanulás képes egyedül pontosságot mérni, az adatokat pedig az emberi agyhoz hasonlóan osztályozza – így a létező legemberibb mesterséges intelligenciák működését is segíti.

Az MI a legjobb módja annak, hogy munkára bírjuk az adatainkat az adatvezérelt vállalati környezetekben. 10-ből 9 vállalat rálépett, vagy hajlandó lenne rálépni az MI támogatott útra, azonban ehhez számos előfeltételnek kell megfelelni, de leginkább egy tiszta adatökoszisztémának kell jelen lennie a vállalatnál. Sok esetben az MI bevezetésének folyamata ezzel kezdődik, hogy az adatok szintjét rendbe kell rakni. Ezután lehet csak lefektetni, megteremtteni az MI-alapú analitikai alapokat. Célunk ezt követően, hogy egy megbízható MI modellt építsünk és skálázzunk, folyamatosan monitorozva a működését és operacionalizálni. Mindezen tevékenységekre elérhetőek a BGE hallgatói számára teljes IBM, illetve Microsoft portfóliók is.

Az MI tehát segít jobban megérteni az üzleti nyelvet, segít automatizálni a munkafolyamatokat, bizalmat és bizonyos valószínűséggel kiszámíthatóságot ad az adott üzleti folyamatban részt vevők számára.

2. Az MI alkalmazási területei

A kurzuson részt vevő hallgatókkal a következő gépi tanulási problémákra nézünk konkrét esettanulmányokat:

- regresszió

- klasszifikáció
- klaszterezés
- anomália detektálás
- idősor analitika
- ...

Fontos, hogy a hallgatók tisztában legyenek azzal, hogy egy gépi tanulási modell, melyet ők maguk építenek fel, milyen inputra milyen outputot (score) tud szolgáltatni, és ennek az outputnak a megfelelő értelmezése (evaluation) is elengedhetetlen.

Bármelyik fent felsorolt probléma esetében többféle bemeneti adattípusról is beszélhetünk, melyek mindegyikéről szó is lesz a kurzuson, és mindegyik más hozzáállást igényel a modell építése során:

- szöveg → szövegbányászat, szöveganalitika
- hang → hangbányászat, hanganalitika
- kép → képfeldolgozás, képanalitika
- numerikus adattípus

Az alkalmazott technológiákat illetően követjük a vállalati életben is alkalmazott eszközöket, módszertanokat. A kurzus óraszámának korlátosságából kiindulva alapvetően kódolásmentesen építünk gépi tanulási modelleket, de felhívjuk a figyelmet arra is, hogy egy-egy felmerült probléma esetében szükséges lehet a hatékonyság növelése céljából valamilyen programozási környezetet használni (Java, Python...).

Mindezen szempontokat figyelembe véve a következő rendszerek használatára fókuszálunk:

- RapidMiner
- IBM SPSS Modeler
- Microsoft Azure ML Studio
- egyéb kép-, hang- és szöveganalitikai rendszerek (Lobe, <https://www.saanketh.com/>, ...)

Mielőtt megkezdjük saját modelljeink építését, számos IBM és Microsoft esettanulmányt említünk a hallgatóknak az élet szinte minden területét felölelve, a rendszerszemlélet erősítése gyanánt (például hangalapú AI-támogatott chatbot építése).

A gépi tanulási modellt a következőképpen építjük fel:

- hozzáférés az adatmodellhez: lokális betöltés, import, felhő...
- metaadatok megadása
- adattisztítás: szerkezeti épség, hiányzó adatok, anomáliák, outlier-ek, eloszlásvizsgálatok ...
- feature selection: azon adatmezők identifikálása, melyek a legnagyobb prediktori erővel bírnak a célmező előrejelzését (besorolását) illetően
- split: megosztjuk az adathalmazt betanításra és tesztelésre (esetleg validálásra)
- megfelelő modell (algoritmus) kiválasztása

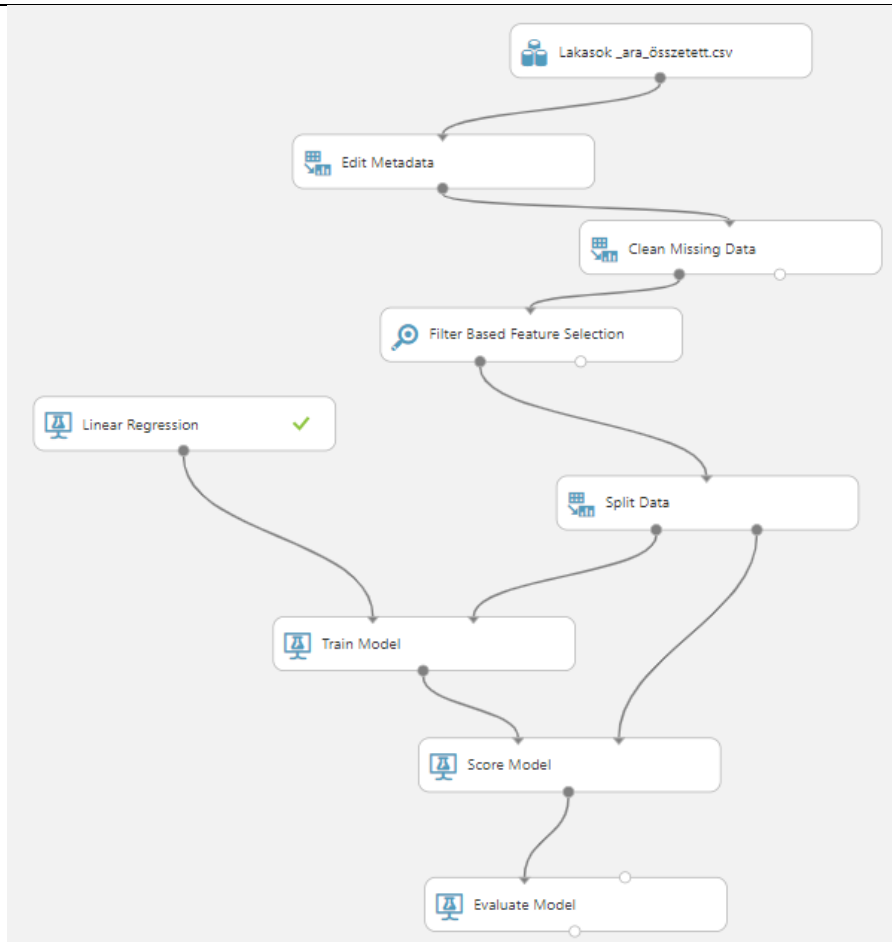
- modell hiperparaméterezése
- modell betanítása
- modell tesztelése
- modell kiértékelése: megfelelő kiértékelési metrikák szerint
- web service építése: a betanított és validált modellt előkészítjük az új szituációkban való alkalmazására
- web service deploy: a modellt 'hadrendbe' állítjuk, aza bevetjük új, éles környezetben
- modell monitorozása: a modell működése bevetett állapotban eltérhet a tesztelt modelltől (például új, előre nem látható ható tényezők), így szükség lehet a modell további fejlesztésére. Itt vizsgáljuk azt is, hogy a modell megbízható és átlátható döntéseket hozzon meg.

A következő fejezetekben néhány példát mutatunk a teljesség igénye nélkül.

3. Regresszió

A regresszió a leggyakrabban használt gépi tanulási technika, amely gyakran áll a tudományos felfedezések, az üzleti tervezés és a tőzsdei piacelemzések háttérében. A regresszió egy egyszerű, gyakori és rendkívül hasznos adatelemzési technika, amelyet köznyelvben "trendvonal illesztésének" nevezünk. A regresszió egy vagy több funkció és egyetlen címke közötti kapcsolat erősségét azonosítja. Egyszerűsége, kiszámítható viselkedése, előrejelzési képessége és magas szintű értelmezhetősége azt jelenti, hogy ezt a technikát a pénzügy, az üzleti, a társadalomtudományok, az epidemiológia és az orvostudomány területén használják [1].

Feladataink között szerepel például autó import regresszió, kereskedelmi termék fogyasztásának (igények) előrejelzése, árak (lakás, autó, termék) előrejelzése.



Forrás: saját készítés

1.ábra Regressziós gépi tanulási modell

Az 1. ábrán látható egy regressziós feladat megoldása, ahol a lakások árát kellett előre jelezni (megbecsülni), számos input paraméter (régión, közbiztonság, alapterület, parkolási lehetőség...) felhasználásával.

A csomópontok (node) sorrendje láthatóan jól követi az előző fejezetben írt építési lépéseket.

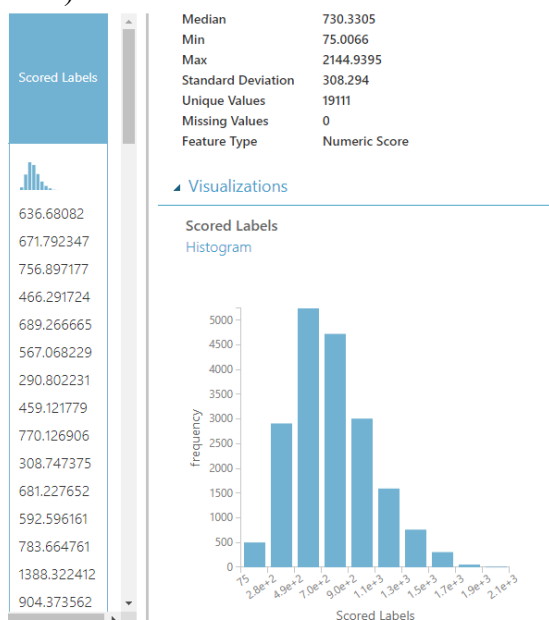
A már betanított modell esetében lehetőségünk van arra, hogy megtekintsük a hozzá tartozó elaszticitás egyenletet is (2. ábra):

Batch Linear Regressor		Feature Weights	
Settings		Feature	Weight
Setting	Value		
Bias	True	Bias	515.511
Regularization	0.001	a piacrakerüléstől az adás- vételig eltelt idő (nap)	4.9292
Allow Unknown Levels	True	közlekedés	-1.96632
Random Number Seed		eldási ár (e Ft/m ²)	1.27057
		társasház állapota	1.04945
		közbiztonság	0.781704
		szórakozóhely	0.581684
		településtípus	0.537748
		régió	-0.51254
		parkolás	0.413609
		zai	0.384878

Forrás: saját készítés

2.ábra Regressziós elaszticitás egyenlet

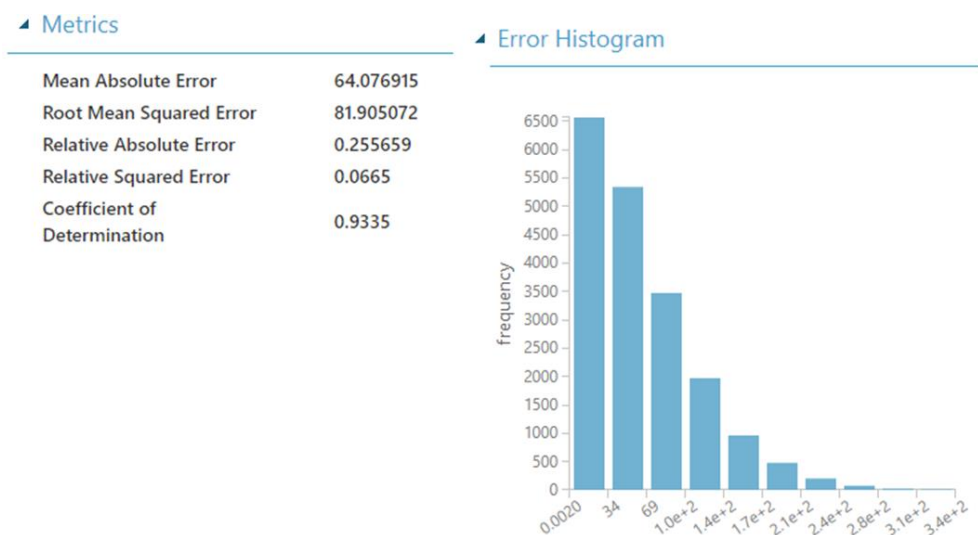
Tesztelés során az adathalmaz jellemzően 20 % - 30 % -át le szoktuk választani, hogy ezen keresztül szimuláljuk a modellnek az új situációt, melyben helyt kell majd állnia. Ezen eredmény megtekintésére is van lehetőségünk (3. ábra):



Forrás: saját készítés

3.ábra Regresszió score

Végül érdemes időt szánni az adott probléma megoldásához tartozó kiértékelési metrikákra, melyek regressziós feladat esetén leggyakrabban a következők (4. ábra):



Forrás: saját készítés

4.ábra Regressziós gépi tanulási modell kiértékelése, metrikák

Éles vállalati környezetben gyakran előfordul, hogy a regressziós modell jószágát a Mean Absolute Error (MAE) metrikával határozzák meg. Esetünkben például a target mező a lakás árának egy négyzetméterre jutó értéke (Ft/m²). A 4. ábrán látszik, hogy a gépi tanulási modell MAE értéke 64.076915, azaz a modellünk átlagosan 64076,915 Forintot tévedett lakásonként, ami a négyzetméter árát illeti. Mindent egybevetve ez nem is rossz eredmény.

A bemutatott modell a Microsoft Azure ML Studio-ban készült, de hasonlóan elkészíthető az IBM SPSS Modeler, illetve a RapidMiner node-alapú fejlesztői környezetekben is. [2]

4. Klasszifikáció

A másik gyakoribb gépi tanulási feladat az osztályozás (classification). Itt előre adott egy kategória-/osztályhalmaz és a célunk, hogy felügyelt gépi tanulási megközelítésben olyan modellt/döntési szabályokat tanuljunk a tanító adatbázis alapján, ami képes egy ismeretlen példát minél pontosabban valamelyik osztályba (class) sorolni (úgy is mondjuk, hogy 'címkézni' - labeling).

Osztályozási feladat például a jól ismert macska vs. kutya feladat, ahol képeket kell a { macska, kutya } két osztály valamelyikébe besorolni. [3]

Egy másik jól ismert feladat, amikor egy social media poszt szöveges tartalmát kell érzelmi töltet szerint a {pozitív, semleges, negatív} osztályok valamelyikébe vagy téma szerint (több alkalmazás-specifikus osztály) besorolni. [3]

A klasszifikációs problémáknál is számos különböző gépi tanulási modellt építünk a hallgatókkal: túlélési előrejelzés, ügyfél lemorzsolódás, betegség előrejelzése, ügyfél felülértékesítési előrejelzés, twitter szentiment analízis, szöveg besorolási problémák (szöveganalitika), prediktív karbantartás, selejtdetektálás (képanalitika) ...

Klasszifikációs problémák esetében hatékony algoritmusok szoktak lenni a gráfrepresentációs algoritmusok (döntési fák, erdők, dzsungel), de komplexebb probléma esetében neurális háló, illetve Bayes-háló kiépítése is javasolt lehet.

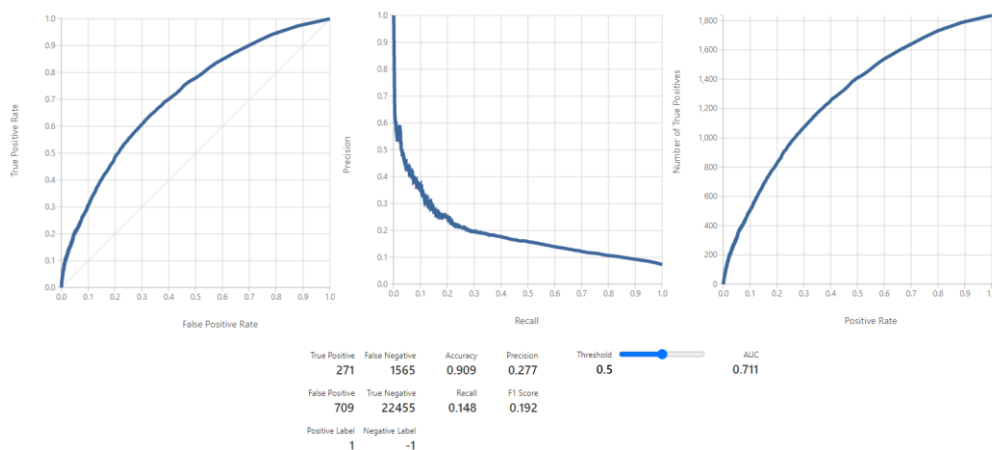
Ezekben az esetekben a leggyakrabban alkalmazott metrikák az ún. konfúziós mátrix elemeiből számíthatók ki (5. ábra):

True Positive	False Negative
271	1565
False Positive	True Negative
709	22455

Forrás: saját készítés

5.ábra Bináris klasszifikációhoz tartozó konfúziós mátrix

Ekkor a különböző arányok kiszámításával, illetve karakterisztikus görbék alkalmazásával a következő fontosabb metrikákhoz juthatunk (6. ábra):



Forrás: saját készítés

6.ábra Bináris klasszifikációhoz tartozó metrikák





A megfelelő kiértékelési metrika kulcsfontosságú egy gépi tanulási alkalmazás fejlesztésénél. Gondoljunk csak bele, ha olyan képosztályozót

fejlesztünk, ami röntgen képek alapján próbálja megmondani, hogy adott betegségben szenved-e a páciens (bináris osztályozási feladat), akkor nem mindegy, hogy a preferált rendszer a betegség osztály pontosságát (akire betegséget predikálunk az tényleg legyen az) vagy fedését (ne veszítsünk el beteg eseteket, nem baj, ha tévesen betegnek predikáltak száma nagyobb) tekinti fontosabb szempontnak.

5. Klaszterezés

Találjunk olyan csoportokat objektumok, adatok egy halmazában, hogy az egy csoportban lévő objektumok egymáshoz hasonlóak, míg a más csoportokban lévők pedig különbözőek.

A klaszterezés nem felügyelt gépi tanulásnak minősül, mert itt nem ismerjük az egyes egyedekre jellemző labelt.

Assignments	DistancesToClusterCenter no.0	DistancesToClusterCenter no.1	DistancesToClusterCenter no.2
			
1	1.000061	0.964622	1.027728
1	1.191315	0.503935	1.015065
2	1.031485	1.18886	0.520114
2	1.017962	1.049648	0.872991
0	0.927989	1.043121	1.003872
1	1.005788	0.983493	1.002046

Forrás: saját készítés

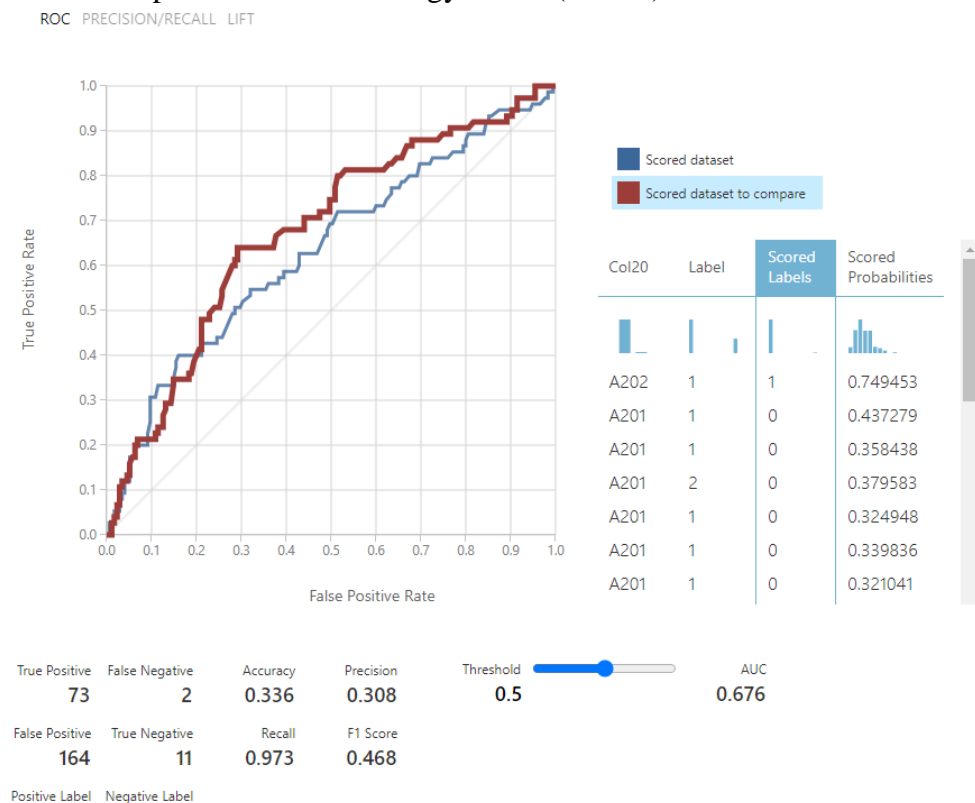
7.ábra Klaszterezési gépi tanulási modell eredménye

A 7. ábrán láthatjuk egy feladat végeredményét, ahol vállalatokat kellett klaszterekbe sorolni, melyek esetében szöveges leírás volt megadva a tevékenységükről.

6. Anomália detektálás

Az adatbányászatban az anomáliák felderítése (angolul: anomáliák felderítése vagy outlier detektálás) azon elemek, események vagy néhány megfigyelés azonosítása, amelyek gyanút keltenek, és jelentősen eltérnek a többség többi adattól.

Példánkban egy bank hitelkockázati elemzését végeztük el, melyben azonosítani próbáltuk az outlier ügyfeleket (8. ábra):



Forrás: saját készítés






8. ábra Outlier detektálás eredményeinek összehasonlítása

A 8. ábrán mutatjuk a két alkalmazott gépi tanulási algoritmus (one-class SVM, PCA-based) hatékonyságának összehasonlítását, illetve az outlier-ként megjelölt ügyfeleket is ('Scored labels' oszlopban az első ügyfél például 75 %-os valószínűséggel annak tekinthető).

7. Idősor analitika

Az idősorok meghatározott időközönként egyenként mért adatok sorozatos mintái. Az idősor-elemzés célja, hogy feltárja ezekben az adatokban meghatározott mintázatokat, hogy előre jelezze a jövőbeli értékeket a korábban megfigyeltek alapján.

Egy kereskedelmi vállalat eladási statisztikái alapján néztünk meg néhány modell összehasonlító elemzését (9. ábra):

Method	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	sMAPE
	-20.022193	327.281259	277.071659	-2.304445	10.32845	0.916385	4.989664
seasonal arima	-20.022193	327.281259	277.071659	-2.304445	10.32845	0.916385	4.989664
	-372.174512	553.416508	454.515075	-15.792259	18.203335	1.50326	7.990454
non seasonal arima	-372.174512	553.416508	454.515075	-15.792259	18.203335	1.50326	7.990454
	39.634227	287.938078	243.495637	0.284865	8.932013	0.805336	4.420576
average seasonal arima & ets	39.634227	287.938078	243.495637	0.284865	8.932013	0.805336	4.420576
	99.290647	303.149926	242.013166	2.874174	8.814185	0.800433	4.521298
seasonal ets	99.290647	303.149926	242.013166	2.874174	8.814185	0.800433	4.521298
	-343.269082	532.710593	437.872678	-14.723818	17.501862	1.448217	7.731356
non seasonal ets	-343.269082	532.710593	437.872678	-14.723818	17.501862	1.448217	7.731356

Forrás: saját készítés

9.ábra Idősor analitikai ML modellek metrikáinak összehasonlítása

A megfelelő gépi tanulási algoritmus kiválasztását követően lehetőség van a modell alkalmazására előrejelzés, becslés céljából.

8. Összegzés

A tanulmányban bemutattuk a mesterséges intelligencia oktatási lehetőségének egy irányvonalát.

A hallgatók a kurzus során megismerkedhetnek azokkal a problémátípusokkal, melyekre hatékony választ tud nyújtani az MI. Tisztában vannak a gépi tanulási modellek belső működésével, hiperparaméterezési lehetőségeivel.

A hallgatók hatékonyan tudnak adott probléma esetén megfelelő eszközt választani, illetve a kurzus megfelelő alapot nyújt a téma további elmélyítésére, az érdeklődés felkeltésére.

Irodalomjegyzék

- [1] <https://www.inf.u-szeged.hu/~rfarkas/ML20/regression.html>
- [2] <https://learn.microsoft.com/hu-hu/training/modules/understand-regression-machine-learning/1-introduction>
- [3] <https://www.inf.u-szeged.hu/~rfarkas/ML20/osztalyozas.html>

Az online matematika vizsgák tapasztalatai

Katona János¹, Nagy Kem Gyula²

¹egyetemi docens, ²főiskolai tanár

^{1,2}Óbudai Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar

E-mail: katona.janos@uni-obuda.hu, nagy.gyula@uni-obuda.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_13](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_13)

Összefoglalás: A felsőoktatásban az online számonkérések száma a közelmúltban a Covid-járvány miatt ugrásszerűen megnőtt. Sok hallgató a kidolgozott matematika feladatok mintájára próbálja a vizsgafeladatokat megoldani, de helytelenül használják az analógiát. Többen igénybe veszik a matematikai szoftvereket, de tapasztalataink szerint sokan ezt még nem tudják helyesen használni. A cikkben több konkrét példa is szerepel a hallgatók által adott helytelen megoldásokra.

Kulcsszavak: e-learning, matematikai szoftverek, matematika didaktika, tudásmérés

Abstract: The number of online assessments in higher education has increased by leaps and bounds recently due to the Covid epidemic. Many students try to solve the exam problems based on developed math problems, but they use the analogy incorrectly. More of them are using math software, but according to our experiences, many do not yet know how to use it correctly. Our article contains several specific examples of incorrect solutions given by students.

Keywords: e-learning, mathematical software, mathematics didactics, knowledge measurement.

1. Bevezetés

A felsőoktatásban egyre gyakoribbak az online számonkérések, és ezek száma a közelmúltban a Covid-járvány miatt ugrásszerűen megnőtt. A lebonyolításhoz a tanár számára nagy segítséget jelentenek a különböző e-learning keretrendszerek. A hallgatóknak nem jelent nehézséget a technika használata, viszont a jelek szerint teljesen másképpen készülnek az online vizsgákra, mint a hagyományos, jelenléti írásbelikre és szóbelikre.

Ebben a cikkben megosztjuk az online matematika dolgozatok és vizsgafeladatsorok íratása során szerzett tapasztalatainkat. Néhány konkrét példával is illusztráljuk a megváltozott hallgatói hozzáállást a felkészüléshez. Elemezzük ezen magatartás buktatóit, és javaslatokat fogalmazunk meg a buktatók elkerülésére.

2. Előzmények

A szerzők hosszú idő óta az Óbudai Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Karán oktatnak többek között matematikát. Régebben még szigorlat is volt matematikából, az új tantervekben ez már nem szerepel. A tanítandó témakörök: analízis, geometria, lineáris algebra, kombinatorika és valószínűségszámítás.

Építőmérnök szakon a matematika két féléves, mindkét félév vizsgával végződik. Az aláírás megszerzéséért zárthelyi dolgozatokat kell eredményesen megírni. Aki ezeken jól teljesít, megajánlott vizsgajegyet is kaphat. Az utóbbi időben a középiskolákból hozott matematika tudás csökkenni látszik, ezért bevezettük a matematika 0 nevű szabadon választható tárgyat, amely keretében a középiskolás anyag ismétlése, rendszerezése történik.

Egyetemünkön a Covid-járvány előtt is léteztek online kurzusok, például a Kárpát-Medencei Online Oktatási Centrum, a KMOOC minden tantárgya ilyen. Ezek a kurzusok teljesen nyilvánosak, akár határon túli magyarok is felvehették, és online elvégezhetők. A megvalósítás egy elterjedt e-learning rendszeren, a Moodle-ön keresztül történt. A Covid-járvány miatt hirtelen minden kurzus, tehát a matematika is ide költözött. A tanároknak nem volt elég ideje erre felkészülni, és gyakorlatilag a szükséges hardverek is hiányoztak.

3. Online matematika oktatás

3.1. Online matematika előadások

Látszólag az online matematika előadás nem különbözik lényegesen a hagyományos előadástól. A tanár felhasználhatja a hagyományos előadásra készített diáit, és élőszóban magyarázhatja a tananyagot. A nehézség például akkor jelentkezik, amikor egy diák olyan példát kérdez, ami nincs benne az előre elkészített diavetítésben. A hagyományos előadás keretében a tanár egyszerűen felírta a levezetést a táblára, online óra esetén ez viszont nehézségekbe ütközik. A képernyőmegosztás segít, de egy matematikai képletet begépelni időigényes, ezért ez lényegében nem alkalmazható. Olyan hardverre lett volna szükség, amire kézzel gyorsan lehet írni és gyorsan lehet rajzolni, például egy digitális ceruzával ellátott tabletre.

A másik nehézség még nagyobb problémát okozott. Hagyományos előadáson a tanár látja a diákok reakcióit, ezért gyakorlatilag le tudja mérni a tananyag megértését. Online előadás esetén a hallgatók lekapcsolják a kamerát és a mikrofont (esetleg nincs is nekik), ezáltal a visszajelzések száma minimális.

3.2. Online matematika gyakorlatok

A gyakorlatoknál hatványozottan fennállnak az előző bekezdésben említett nehézségek, a tanár sem tudja a kézírását egyszerűen közzétenni, és a hallgatók sem tudják a megoldásaikat egyszerűen megmutatni. Hagyományos gyakorlaton a tanár körbe sétálhatott, és mindenkinek a füzetébe belepillanthatott, online gyakorlatokon erre nincs lehetőség.

3.2. Online írásbeli zárthelyi dolgozatok és vizsgafeladatsorok

A hagyományos dolgozatoknál volt lehetőség esetleg szó szerint kérdezni egy definíciót vagy egy tételt. Online dolgozatoknál ez fölösleges, hiszen a tanár nem tudja ellenőrizni, hogy a hallgató otthon milyen segédeszközöket használ. (Egyébként is célszerű a definíciókat, tételeket nem szó szerint kérdezni, hanem egyszerű feladatokkal lemérni ezek megértését.)

Érdemes mindenkinek más-más feladatsort adni, elkerülendő, hogy egyvalaki megoldja a kitűzött példákat, és a munkáját körbe küldje a többieknek. (Nem túl logikus módon ez az eset meglepően gyakori, pedig igazából a hallgatók egymással versenyhelyzetben vannak például a magasabb tanulmányi ösztöndíjért, a későbbi MsC felvételin, vagy éppen a munkaerőpiacon.) A probléma megoldásához a tanároknak egy igen sok kérdésből álló kérdésbankot javasolt létrehozni, amiből az e-learning keretrendszer véletlenszerűen sorsolja a hallgatóknak feltett kérdéseket. Ez meglehetősen nagy munka, de a kérdésbank több éven keresztül használható.

Feleletválasztós teszt esetén az e-learning keretrendszer ki is javítja, le is pontozza a hallgatókat, de szabadszavas válaszok esetén ez nem megoldható. Ha a feladatsor kidolgozandó, levezetendő feladatokat is tartalmaz, akkor a megoldások beküldéséhez a keretrendszer nem sok segítséget ad, a matematikai képletek bevitele időigényes. A legkézenfekvőbb megoldás, hogy a hallgató a füzetében dolgozik, és a megoldás fotóját küldi be a tanárnak.

Ha mindenkinek más-más feladatsort adunk, akkor gyakorlatilag minden hallgatóhoz más-más megoldókulcs tartozik, ez a tanároknak mindenképpen pluszmunkát okoz. Léteznek olyan platformok, ahol véletlenszerűen generálnak matematikai feladatsorokat, és ki is tudják értékelni a megoldást. Ilyen például a Wolfram Problem Generator. [1]

4. Példák

Az alábbiakban konkrét példákat mutatunk az online írásbeli matematika dolgozat helytelen megoldásaiból. Feltárjuk a hibák forrását, és javaslatot

adunk a kiküszöbölésükre. A feladat minden esetben az volt, hogy a hallgató oldja meg a kitűzött példákat a füzetében, és a részletes indoklást lefényképezve küldje be a tanárnak.

4.1. Az analógia helytelen alkalmazása

Nagyon sok hallgató módszere az, hogy keres a kitűzött feladathoz hasonlót az órai kidolgozott feladatok között vagy az interneten, és az alapján próbál dolgozni. Ez az alábbi egyszerű esetben is helytelen eredményre vezet:

$$2x^2 + 12x - 54 \geq 0 \quad (1)$$

Ha valaki nem gondolkodik, és szerencsétlenségére csak egy látszólag hasonló kidolgozott feladatot talál, akkor a következő helytelen gondolatmenetet alkalmazza: „keressük meg a másodfokú egyenlet két gyökét, és a két gyök közötti intervallum lesz a végeredmény”. További helytelen következtetések: „ha egy valós gyöke van a másodfokú kifejezésnek, akkor csak egy megoldás van”; „ha nincs valós gyök, akkor megoldás sincs”. Az ilyen hiányosságokkal rendelkező diákokat érettségi rendszerünk elvértve korábban is átengedte, azonban mostanában ez már tömeges.

Az (1) egyenlőtlenség bal oldalát koordináta-rendszerben ábrázolva látható, hogy most éppen nem a két gyök közötti intervallum a helyes megoldás, hanem ennek komplementere:

$$x \leq -9 \text{ vagy } x \geq 3 \quad (2)$$

vagy intervallumokkal felírva:

$$] - \infty ; -9] \cup [3 ; +\infty [\quad (3)$$

Vannak, akik észreveszik, hogy a füzetben talált feladatban a relációjel fordítva volt, de nem tudják a (2) vagy a (3) formulában szereplő intervallumoknak a komplementerét leírni. A (2) alakban az „és” és a „vagy” szócska okozza a problémát, a (3) alak komplementerét pedig a következő nyakatekert módon írják:

$$\mathbb{R} \setminus (] - \infty ; -9] \cup [3 ; +\infty [) \quad (4)$$

A megoldásnak ez az alakja könnyen elrontható, például ha elfelejtik a kerek zárójelet kitenni. Másik probléma, hogy néhány tankönyvben a nyílt intervallumot kerek zárójellel jelölik, ezáltal a (4) alak még ennél is áttekinthetlenebb lesz.

Megjegyzendő, hogy az (1) egyenlőtlenség középiskolai tananyag, a felsőoktatásban például akkor fordul elő, amikor egy valós-valós függvény lehető legbővebb értelmezési tartományát keressük. Ilyenkor nem felejtjük el megemlíteni, hogy a másodfokú tag együtthatója lehet pozitív vagy negatív (ez ugye 2 különböző eset), a diszkrimináns lehet pozitív, negatív vagy nulla (újabb 3 eset), illetve a relációjel is négyféle lehet. Összesen tehát $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ lényegesen különböző másodfokú egyenlőtlenséget lehet feladni, tehát logikus gondolkodás és a parabola felrajzolása nélkül könnyen helytelen eredményt lehet kapni.

4.2. Matematikai szoftverek helytelen alkalmazása: adatbevitel

A tapasztalat szerint több hallgató az önálló munka helyett matematikai szoftverrel próbálja a feladatsorokat megoldani. Nyilván csak azok a szoftverek jöhetnek szóba, amelyek nem csak a végeredményt, hanem a megoldás menetét is közlik, hiszen indoklás nélkül a végeredmény közlése nem elegendő. [2]

Sokan már az adatbevitelnél elakadnak, mert a matematikai jelek, függvények az angolszász írásmódban esetenként mások, mint a magyarban. Az 1. táblázatban foglaltuk össze a fontosabb különbségeket. Ezek a különbségek a zsebszámológépeknél is fennállnak.

	A magyar jelölés	Az angol jelölés
tizedesjel	3,14	3.14
szorzásjel	.	x
tangens, kotangens	tg, ctg	tan, cot
sinus és cosinus hiperbolicus	sh, ch	sinh, cosh
tangens és kotangens hiperbolicus	th, cth	tanh, coth
arcus sinus és cosinus	arc sin, arc cos	\sin^{-1} , \cos^{-1}
area sinus és cosinus hiperbolicus	ar sh, ar ch	\sinh^{-1} , \cosh^{-1}
természetes alapú logaritmus	ln	log
tízese alapú logaritmus	lg	\log_{10}
szekáns, koszekáns	1/cos, 1/sin	sec, csc

1. táblázat

Néhány különbség a magyar és az angol írásmód között

További probléma, hogy a matematikai képletekben gyakoriak a görög betűk, az alsó és a felső indexek, a határértéknél pedig szerepelhet a végtelen jel. A szumma és produktum jelek, valamint a határozott integrál fölé és alá írjuk a határokat, a mátrixok téglalap elrendezésben vannak stb. Ezeket a hagyományos billentyűzetről bevinni nehézkes.

Megoldást jelenthet, ha a szoftver rendelkezik grafikus bevitellel, és nagy segítség, ha a szoftver a levezetést és a végeredményt is grafikusán, a folyó írásnak megfelelő formátumban adja. Egyes matematikai szoftverek rendelkeznek képbeviteli lehetőséggel. Elegendő, ha a hallgató a mobiltelefonjának kamerájával lefényképezi a feladatkitűzést, a szoftver pedig megoldja a feladatot. [3]

4.3. Matematikai szoftverek helytelen alkalmazása: integrálás

A szoftverek néha egészen furcsa eredményeket adnak, vagy esetleg nem is adnak eredményt. Feladtuk a dolgozatban az alábbi határozatlan integrált:

$$\int 10^{202 - \lg(3x+2)} dx = ?, \text{ ahol } x > 0 \quad (5)$$

A megoldást a következőképpen képzeltük el:

$$\begin{aligned} \int 10^{202 - \lg(3x+2)} dx &= \int \frac{10^{202}}{10^{\lg(3x+2)}} dx = \int \frac{10^{202}}{3x+2} dx = \\ &= 10^{202} \int \frac{1}{3x+2} dx = 10^{202} \frac{\ln(3x+2)}{3} + C, \text{ ahol } C \in \mathbb{R} \quad (6) \end{aligned}$$

Egy népszerű matematikai szoftver által adott megoldás az 1. ábrán látható. Megjegyzendő, hogy az eredeti feladatban a 202-es szám helyett az aktuális évszám (2020 vagy 2021) szerepelt; és igen, a szoftver kiírt annyi nullát a megoldás során.

Ez a példa is bizonyítja, hogy a hallgatóknak fel kell hívni a figyelmét az egyszerűsítések keresésének a fontosságára. Mielőtt a megszokott „algoritmus” szerint nekiesnek a megoldásnak, gondolják át, vegyék észre a kifejezések átalakításának lehetőségét.

The screenshot shows a software interface with three sections: 'Input', 'Result', and 'Indefinite integral'. The 'Input' section contains the mathematical expression $\left\{ \int 10^{202 - \log_{10}(3x+2)} dx, x > 0 \right\}$. The 'Result' section shows a long decimal constant followed by $/3) \log(3x+2), x > 0$. The 'Indefinite integral' section shows the same expression with an equals sign and the text '{constant +' followed by the same long decimal constant and $/3) \log(3x+2), x > 0$.

1. ábra

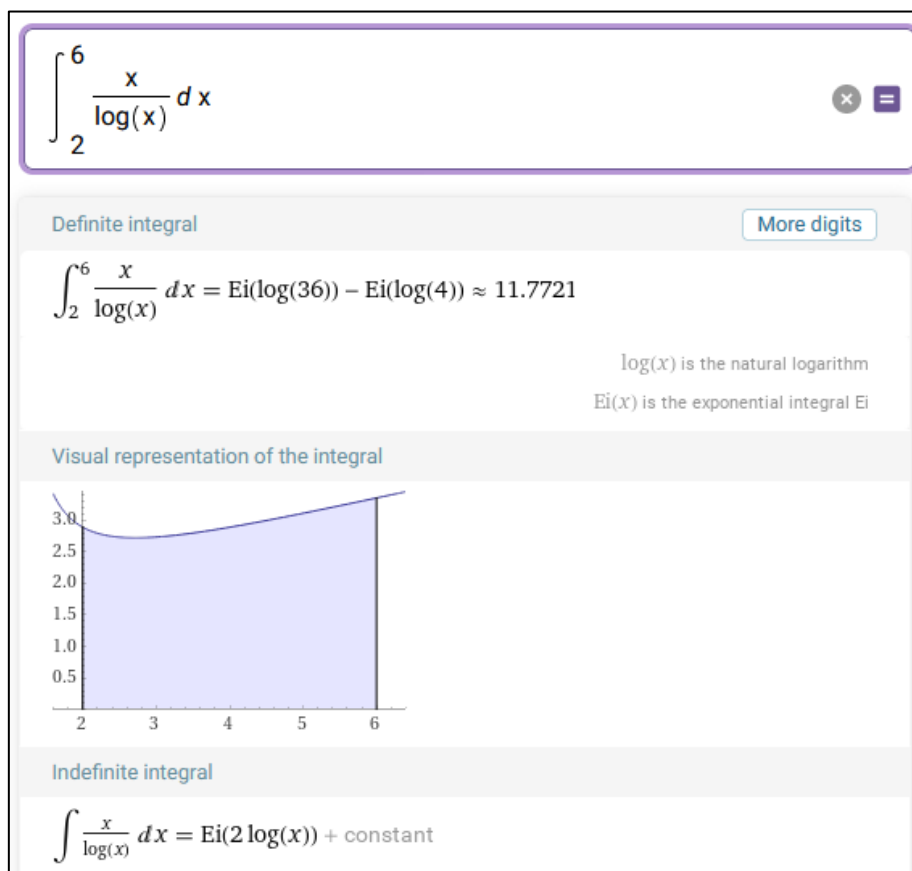
Egy képernyőfotó a matematikai szoftver által adott megoldásról

A 2. ábrán egy határozott integrál szoftver általi megoldását látjuk. A szoftver más esetekben felajánlja a lépésenkénti megoldást, ebben az esetben nem, és a végeredményt exponenciális integrál felhasználásával adja meg, ami a hallgatók számára használhatatlan.

A feladat első kitűzésekor mi arra számítottunk, hogy a hallgatók valamelyik közelítő módszert, például a tanult trapéz- vagy a Simpson formulát alkalmazzák. Az esetből tanulva azóta ezt egyértelművé tesszük, tehát előírjuk, hogy a 2. ábrán látható határozott integrált melyik közelítő módszerrel számolják ki. Esetenként a felosztás finomságát is megadjuk.

5. Összegzés

Az egyenlőtlenségek megoldása is lényeges területe oktatásunknak, mivel a gyakorlatorientált gondolkodásunk alapvető része. Nehéz elképzelni olyan értelmiségi pályát, ahol ezek ismerete elhagyható. A lineáris egyenlőtlenség megoldása az általános, a másodfokúé pedig a középiskola feladata. Egyetemi oktatásunk sajnos már nem támaszkodhat hallgatóink ilyen irányú felkészültségére. Mindezek a megállapítások általánosabban is igazak a problémamegoldó gondolkodásra vonatkozóan. [4]



2. ábra

Egy képernyőfotó a matematikai szoftver által adott megoldásról

Nagy problémával állunk tehát szemben, amelyet talán nem is a COVID által bevezetett intézkedések idéztek elő, de azok mindenképpen felgyorsították az ismeretek hiányának létrejöttét, ami évfolyamonként változni fog (valószínűleg nem csökken). Az így támadt űrt a nélkülözhetetlen ismeretekkel pótolnunk kell, csak remélhetjük, hogy valaha olyan hallgatóságunk lesz, amely matematikából tényleg érett, tisztelet a kivételnek.

Irodalomjegyzék

- [1] <https://www.wolframalpha.com/problem-generator/>
- [2] Katona János: *Számítógépes intelligenciával támogatott matematika oktatás* Gradus Vol 5, No 2 (2018) pp. 343-347 ISSN 2064-8014
- [3] <https://photomath.com/>
- [4] Nagy Kem Gyula, Katona János: *Matematika versenyeink* Matematikai Lapok 23. 2017-2018/1 pp. 1-34. (2021) ISSN 0025-519X

Digitális technológiai innovációk és üzleti alkalmazási lehetőségeik

Keresztes Éva Réka¹, Bölcskei Attila², Budai László³, Talata István⁴

¹főiskolai docens, ²főiskolai tanár, ³egyetemi docens

^{1,2,4}Budapesti Gazdasági Egyetem, Külkereskedelmi Kar,
Társadalomtudományi Módszertan Tanszék, ³Budapesti Gazdasági Egyetem,
Külkereskedelmi Kar, Nemzetközi Kereskedelem és Logisztika Tanszék

E-mail: keresztes.eva@uni-bge.hu, bolcskei.attila@uni-bge.hu,
budai.laszlo@uni-bge.hu, talata.istvan@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_14](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_14)

Összefoglalás: A digitális technológiai innovációk rohamos fejlődése nagyban befolyásolja gazdasági és társadalmi életünket, szerepet játszik az üzleti értékteremtő folyamatokban és versenyelőnyt jelenthet a vállalkozások számára. A mesterséges intelligencia (Artificial Intelligence, AI) alkalmazási lehetőségei egyre bővülnek a különböző üzleti területeken, legyen az pénzügyi, telekommunikációs vagy logisztikai szektor. A tárgyak/dolgok internete (Internet of Things, IoT) számtalan gazdasági innovációt hozott például az anyagtechnológiába, az energiaszektorba, vagy a fogyasztói kiskereskedelmi ágazatba. Az utóbbiban szintén megjelenő új alkalmazás a blokklánc technológia (Blockchain Technology, BCT), amely a pénzügyi szolgáltatások és az ellátási lánc területein is megbízható megoldásokat kínál. A tanulmány célja a főbb információs technológiák és digitális innovációk, trendek, valamint egyes üzleti megoldások bemutatása, amelyek révén a gazdaság fejlődik, a vállalatok pedig profitra tehetnek szert.

Kulcsszavak: új technológiák, innováció, digitális megoldások, üzleti alkalmazások

Abstract: The rapid development of digital technology innovations has a major impact on our economic and social life, plays a role in business value creation and can give businesses a competitive advantage. The potential applications of Artificial Intelligence (AI) are expanding in different business areas, be it in finance, telecommunications or logistics. The Internet of Things (IoT) has brought countless economic innovations to sectors such as materials technology, energy and consumer retailing. Another emerging application in the latter is Blockchain Technology (BCT), which offers reliable solutions in the financial services and supply chain sectors. The aim of the study is to present the main information technologies and digital innovations, trends and business solutions that are helping the economy to grow and companies to make profits.

Keywords: emerging technologies, innovation, digital solutions, business applications

1. Bevezetés

A technológia napjainkban egyre gyorsabb ütemben fejlődik, amely nagyobb mértékű változást és növekedést tesz lehetővé. Azonban nemcsak a technológiai trendek változnak, hanem számos globális gazdasági és környezeti kihívással is szembe kell néznünk, amelyekre sok esetben az új technológiák, technikai innovációk jelenthetik a megoldást. A technológiai beruházások mértéke 2022-ben elérte a tekintélyes 4 billió dollárt világszerte, a vállalatok tovább folytatták a digitális fejlesztéseiket, amely a Covid világjárvány még inkább szükségessé tett. A gazdasági bizonytalanság és a piaci zavarok ellenére a technológiai beruházások növekedést mutatnak [1]. A bevált felhőmegoldásokra fordított kiadások továbbra is jelentősek, ellenben a feltörekvő technológiák, mint például a mesterséges intelligencia, az automatizálás, vagy a big data fejlesztésére, bevezetésére kevesebb forrás juthat a megtérülés kevésbé hatékony volta miatt [2].

2. Feltörekvő technológiák

A következőkben bemutatunk néhány főbb technológiai trendet, valamint fejlesztés alatt álló, jelentős alkalmazási potenciállal rendelkező feltörekvő technológiai újítást, amelyek befolyásolják a mindennapi és gazdasági életet.

2.1. Számítási teljesítmény

A számítási teljesítmény, amelyet egy számítógép tényleges teljesítményének tekintünk, a valós chipteljesítmény és egy virtuális algoritmus kombinációja. A számítási teljesítmény az immateriális javak csoportjába tartozik, mivel használata és forgalmazása lehetséges, így technológiai-gazdasági innovációnak tekinthető. A digitális gazdaság korában a számítási teljesítmény a termelékenység egyik leginnovatívabb formája, amely a mesterséges intelligencia, az 5G, a kvantumszámítástechnika, a big data és a blokklánc alapja [3].

2.2. Okoseszközök

Az okoseszközök olyan kommunikációs és számítási képességgel rendelkező tárgyak, amelyek lehetnek például egyszerű érzékelőegységek, otthoni készülékek vagy okostelefonok, amelyek általában különböző vezeték nélküli protokollok segítségével kapcsolódnak más eszközökhöz vagy hálózatokhoz [4].

2.3. Adatosítás

Az adat olyan technológiai trend, amely az élet számos vonatkozását számszerűsíti, majd újfajta értéként információvá alakítja át. Lehetséges alkalmazási területei például a humán erőforrás menedzsment, a biztosítási és banki szolgáltatások, az ügyfélkapcsolat-menedzsment, vagy az okos városok [5]. Szorosan kapcsolódik a big data fogalmához, amely a megnövekedett adatmennyiséget és annak lehetséges feldolgozását és értelmezését foglalja magába. A mai elemző alkalmazások működésének alapját a nagy mennyiségű adat jelenti, vállalkozások profitálhatnak belőle, amennyiben hatékonyan használják azokat. Az üzleti intelligencia (Business Intelligence, BI) megoldások a strukturált adatok elemzése mellett a félig-strukturált, illetve a strukturálatlan adatok analitikájára is egyre inkább alkalmassá válnak.

2.4. Mesterséges intelligencia, gépi tanulás, robotika

Az intelligens technológiákat ismeretek felfedezésére, ismeretek kiaknázására, vagy optimális megoldások feltérképezésének céljára használják. Ezen technológiákra példa az adatbányászat, a szakértői rendszerek, a mesterséges intelligencia (Artificial Intelligence, AI), vagy a gépi tanulás (Machine Learning, ML). A mesterséges intelligencia nagy jövőképe az, hogy olyan számítógépes hardver- és szoftverrendszerekből áll, amelyek olyan "intelligensek", mint az emberek. Eddig ez a jövőkép még nem valósult meg. A szűkebb, realisabb jövőkép az, hogy olyan számítógépes rendszerekből áll, amelyek adatokat vesznek fel, feldolgozzák azokat, és kimeneteket állítanak elő (mint minden szoftverprogram), és amelyek számos olyan összetett feladatot képesek elvégezni, amelyeket az ember nehezen vagy egyáltalán nem tudna elvégezni. A gépi tanulás emellett nagy adathalmazokban lévő minták felismerésére törekszik, majd ez alapján létrehoz egy előrejelzési adatmodellt [6]. A mesterséges intelligencia a kiber-fizikai térben a robotok révén testesül meg. A robotika magában foglalja az irányítást, az érzékelést, az érzékelőket és az azokat működtető eszközöket az egyéb feltörekvő technológiák alkalmazásával [7].

2.5. Virtuális valóság és kiterjesztett valóság

A virtuális valóság rendszerek valós környezetet szimulálnak, míg a kiterjesztett valóság rendszerek a vizualizációt a digitális adatok és képek fizikai, valós környezetre történő rávetítésével javítják. A számítógépes tervezéssel (Computer-Aided Design, CAD) mérnöki vagy építészeti tervek készítése lehetséges vagy 3D nyomtatás [8, 9].

2.6. Blokklánc

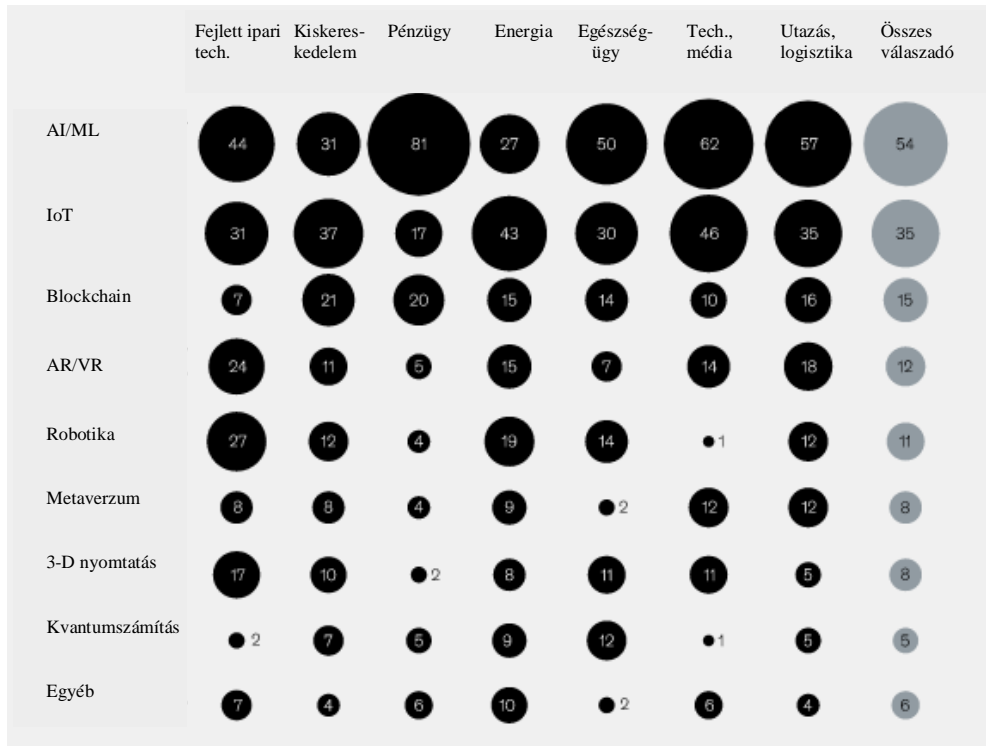
A blokklánc technológia egy olyan forradalmian új megoldás, amely lehetővé teszi az adatok és a tranzakciók nyomon követését. Elosztott adatbázist alkalmaz (Distributed Ledger Technology, DLT) az információk nyilvántartására, és a tranzakciókat visszafordíthatatlanná teszi. A résztvevők és a tranzakciók azonosítására titkosítást használnak. Ez a technológia segíthet a vállalkozások hatékonyabb működésében, mivel bizalmat és átláthatóságot biztosít az ellátási lánc számos szereplője között [10-13].

2.7. Web3 és Metaverzum

A Web3 egy blokklánc-alapú decentralizált platform, amely lehetővé teszi a felhasználók számára az online szolgáltatások elérését az ún. smart contractok révén anélkül, hogy központi szolgáltatókra kellene hagyatkozniuk. Egyre népszerűbb az adatbiztonság, a méretezhetőség és az adatvédelem javítására irányuló potenciálja, valamint a Virtuális Internet, a Metaverzum és a decentralizált pénzügyek (Decentralized Finance, DeFi) fejlesztése miatt. A Web3 az Internet of Value (IoV) koncepciójával is összefügg. A digitális műalkotások kereskedelmét fellendíti a blokklánchoz kapcsolódó nem helyettesíthető tokenek megjelenése (Non-fungible tokens, NFTs) [14, 15].

3. A feltörekvő technológiák üzleti megoldásai

A McKinsey & Company globális tanácsadó cég felmérést végzett 2022-ben, hogy feltérképezze azokat a csúcstechnológiákat, amelyek a következő öt évben az új üzleti tevékenységek fő mozgatórugói lehetnek [16]. A kutatás eredménye szerint, amelyet 995 felsővezető, vezető beosztású menedzser, valamint üzleti egység- és részlegvezető körében végeztek, az értékelhető választ adók (961) több mint fele (54%) véli úgy, hogy a mesterséges intelligencia, valamint a gépi tanulás fontos szerepet játszik majd a vállalkozások értékteremtő folyamataiban. Ezt követi a válaszadók arányában a dolgok internete (35%), a blokklánc technológia (15%), a kiterjesztett valóság/virtuális valóság (12%), a robotika (11%), a metaverzum (8%), a 3D nyomtatás (8%), a kvantumszámítások (5%) és egyéb technológiák (6%). (A kitöltők legfeljebb két válaszlehetőséget jelölhettek meg) (1. ábra).



Forrás: [16] 1.o.

1. ábra

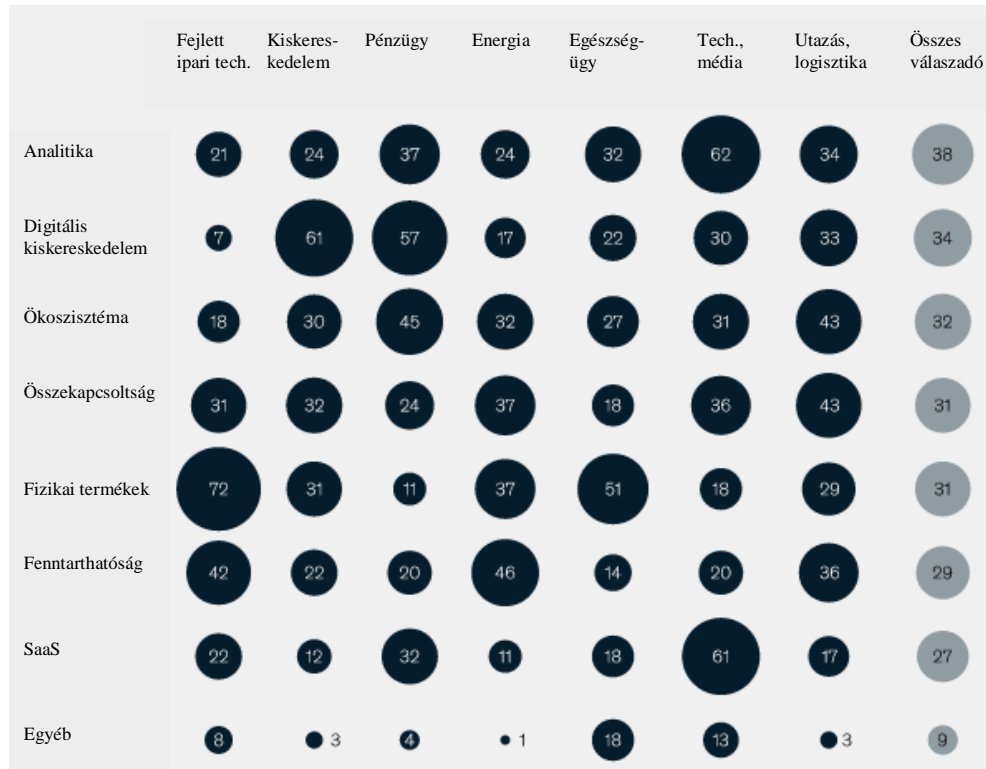
A felsővezetők által megjelölt, a vállalatuktól várt új technológiai fejlesztések típusai a következő öt évben, iparágankénti bontásban (a válaszadók százalékos arányában, n=961)

Érdeemes kiemelni az ágazati és iparági eltéréseket, mint például azt, hogy a pénzügyi szolgáltató szektorban dolgozók 81%-a említi a mesterséges intelligenciát és a gépi tanulást, mint szükséges új üzleti technológiát. Ezen technológiákat a műszaki, média- és távközlési ágazatban (69%), valamint a turizmus, a logisztika és egyéb infrastrukturális ágazatokban (57%) dolgozó vezetők igen fontosnak találják.

A válaszadók egy kisebb része által említett technológiák egyes ágazatokban kiemelt érdeklődésre tartanak számot. A high-tech iparágak vezetői gyakran említik a robotikát (27%), a kiterjesztett vagy virtuális valóságot (24%), valamint a 3D nyomtatást (17%), mint követelményt, és a turizmus, logisztika és infrastruktúra területén dolgozók szintén gyakrabban említik a kiterjesztett és virtuális valóságot (18%), mint a többi iparágban dolgozók.

Az új üzleti megoldások következő hulláma a következő területekről várható az említett kutatás [16] alapján: adat- és elemző platformok (38%) és digitális kiskereskedelem (34%), ökoszisztéma és/vagy piactér (32%), kapcsolt okostermékek (31%), kézzel fogható termékek (31%), környezetvédelem,

fenntarthatóság (29%), szoftver, mint szolgáltatás (software as a service, SaaS), (27%) (2. ábra).



Forrás: [16] 1.o.

2. ábra

A felsővezetők által megjelölt, a vállalatuktól várt új üzleti fejlesztések területei a következő öt évben, iparágankénti bontásban (a válaszadók százalékos arányában, n=961)

4. Összefoglalás

Munkánkban összefoglaltuk a főbb digitális technológiai újításokat, trendeket, és azok lehetséges üzleti alkalmazásait. Az információs technológia üzleti alkalmazása a digitális vállalkozások üzletorientált stratégiájának szerves részét képezi. A Gartner IT-kutatási és tanácsadó cég [17] szerint a technológiai szempontból élenjáró vállalkozások a technológiát a bevételnövekedés és az ügyfélművelés támogatására és bővítésre alkalmazzák, ahelyett, hogy az IT-t nagyobb költségkivonásra, vagy integrációra használnák. Az ilyen vállalatok megfogalmazzák az üzleti kihívásokat a probléma lényegének meghatározásával, és felvázolják, hogy a technológia milyen megoldást jelenthet rá. Emellett folyamatosan beruháznak a

technológiába, azt az üzleti folyamataik igényeihez igazítják, és elkötelezettek a technológia üzleti alkalmazása mellett.

Egy, a cégvezetők körében végzett felmérés azt mutatja, hogy a vállalatok minden évben egyre több új üzleti tevékenységbe kezdenek. Ez jelentősen befolyásolhatja a gazdaságot, mivel az új vállalkozásokból származó bevétel kétszer akkora vállalati értéket teremt, mint az alaptevékenységekből származó bevételek. Jelenleg a megkérdezett vállalatvezetők 63%-a állítja, hogy a következő évben nagyobb befektetést tervez az új vállalkozások építésébe. Ez arra utal, hogy a vállalkozások, mérettől függetlenül arra készülnek, hogy az elkövetkező években még több munkahelyet teremtsenek [16].

Irodalomjegyzék

- [1] ComputerWeekly. (10 Jan 2023). What will be trending in technology in 2023? accessed at: <https://www.computerweekly.com/news/252529023/What-will-be-trending-in-technology-in-2023>
- [2] Nash Squared. (2022). Digital Leadership Report 2022. accessed at: <https://www.nashsquared.com/dlr-2022>
- [3] Forbes.: The Need For Computing Power In 2020 And Beyond. (24 Jan 2020) accessed at <https://www.forbes.com/sites/forbesbusinesscouncil/2020/01/24/the-need-for-computing-power-in-2020-and-beyond/?sh=6b1dcbed73c5>
- [4] Stojkoska, B.L.R.; Trivodaliev, K.V. (2017). A review of internet of things for smart home: Challenges and solutions., Journal of Cleaner Production, 140, 1454-1464.; <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.10.006>
- [5] O'Neil, C.; Schutt, R. (2013). Doing Data Science, O'Reilly Media. p. 406.;
- [6] Chryssolouris, G.; Alexopoulos, K.; Arkouli Z. (2023). A Perspective on Artificial Intelligence in Manufacturing, Kacprzyk, J. (Ed.) Studies in Systems, Decision and Control, Volume 436, Springer, <https://doi.org/10.1007/978-3-031-21828-6>;
- [7] European Commission. (2018). Communication from the Commission: Artificial Intelligence for Europe. High-Level Expert Group on AI: A Definition of AI: Main Capabilities and Scientific Disciplines, accessed at: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=COM%3A2018%3A237%3AFIN>;
- [8] Zarantonello, L.; Schmitt, B.H. (2023). Experiential AR/VR: a consumer and service framework and research agenda, Journal of Service Management, Vol. 34 No. 1, pp. 34-55. <https://doi.org/10.1108/JOSM-12-2021-0479>
- [9] Huang, T.-L. and Liao, S.L. (2015). A model of acceptance of augmented-reality interactive technology: the moderating role of cognitive innovativeness, Electronic Commerce Research, Vol. 15 No. 2, pp. 269-295.; <https://doi.org/10.1007/s10660-014-9163-2>
- [10] Gurtu, A.; Johnny, J. (2019). Potential of blockchain technology in supply chain management: A literature review. International Journal of Physical Distribution & Logistics Management 49: 881-900 <https://doi.org/10.1108/IJPDLM-11-2018-0371>

- [11] Keresztes, É.R.; Kovács, I.; Horváth, A.; Albarasneh, A. (2022). Supply chain enhancement with blockchain, In: Şahin, M.; Amanzholova, A. (Eds.) 3. Baskent International Conference on Multidisciplinary Studies: Full Texts Book, Ankara, Turkey: Iksad Global - 2022 pp. 679-688.;
- [12] Keresztes, É.R.; Kovács, I.; Horváth, A.; Zimányi, K. (2022). Exploratory Analysis of Blockchain Platforms in Supply Chain Management. *Economies*, 10, 206. <https://doi.org/10.3390/economies10090206>;
- [13] Treiblmaier, H. (2018). The impact of the blockchain on the supply chain: A theory-based research framework and a call for action. *Supply Chain Management. An International Journal* 23: 545-559.; <https://doi.org/10.1108/SCM-01-2018-0029>
- [14] Keresztes, É.R.; Kovács, I.; (2022). Web3 powered by blockchain technology, In: Kocyigit, Nihayet (Ed.) Proceedings Book: 2. International Black Sea Modern Scientific Research Congress, Rize, Turkey: Iksad Publications, 627 p. pp. 368-375.;
- [15] Khamisa, A. (2021). Token Economies, Baker, H.K., Nikbakht, E. and Smith, S.S. (Ed.) *The Emerald Handbook of Blockchain for Business*, Emerald Publishing Limited, Bingley, pp. 121-140. <https://doi.org/10.1108/978-1-83982-198-120211011>;
- [16] McKinsey. (2022). New-business building in 2022: Driving growth in volatile times. accessed at: <https://www.mckinsey.com/capabilities/mckinsey-digital/our-insights/new-business-building-in-2022-driving-growth-in-volatile-times>;
- [17] Gartner. (2022). 10 Things Businesses That Lead With Technology Do Differently. accessed at: <https://www.gartner.com/en/articles/10-things-businesses-that-lead-with-technology-do-differently>.

E-learning tananyag előkészítése az Informatika és világ alapozó tárgy kerékében az Excel morzsákkal

Lázár Edit

tanársegéd

BGE PSZK Alkalmazott Kvantitatív Módszertan Tanszék

E-mail: [Lazar.Edit@uni-bge.hu](mailto: Lazar.Edit@uni-bge.hu)

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_15](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_15)

Összefoglalás: 2015-től tanítom a BGE PSZK Informatika és Világ (Infv) elnevezésű alapozó informatikai tárgyát. A pandémiának nevezett változás 2020-tól új oktatási módszereket igényelt. Az oktatás egy része mai napig online egyetemünkön. Ez tőlem, mint oktatótól új oktatási módszereket, jelenléteket, hozzáállást és módszertant kíván. 2020-tól el kezdtem készíteni egy oktatási segédletet, amit elsősorban a magyar nyelvű hallgatók használhatnak. Ennek egyik része az Excel Morzsák. A készítés menetéről és tapasztalatairól írok.

Kulcsszavak: Excel függvények, felsőoktatás, oktató videók, Excel hibakeresés, e-learning, üzleti oktatás, IT oktatás, segédanyag

Abstract: Since 2015, I have been teaching the basic IT subject of BBS FFA called IT and the World (ITW). The pandemic called change requires new teaching methods from 2020. Until today one part of the education is online in my university. This requires new teaching methods, presence, attitude and methodology from me as a teacher. From 2020, I started preparing an educational aid, which can be used primarily by Hungarian language students. The first part of this is the Excel Chips. I am writing about the experiences of preparations.

Keywords: Excel functions, higher education, training videos, Excel debugging, e-learning; business education, IT education, auxiliary material

1. Előzmények

2015-től veszek részt a BGE PSZK-n matematika és informatika oktatóként az Informatika és Világ (INFV) elnevezésű alapozó informatikai tárgy oktatásában (előzőleg más néven szerepelt). Jelen cikkemben leginkább a 2020-tól napjainkig terjedő időszakban kialakult oktatási igényeket, ezen belül az e-learning anyagok kialakításának első fázisát akarom górcső alá venni. Hallgatóim között vannak magyar és külföldi diákok is, de jelen cikkemben a magyar diákoknak szánt tananyagot veszem alapul. A külföldieknek szánt tananyag összeállítása és kivitelezése egy másik cikkben lesz olvasható.

Azért a 2020-as dátumválasztás, mert a nagyméretű pandémiának nevezett változás ekkortól tette szükségletté tömegesen az oktatási rendszer minden fokán, így az egyetemen is az online oktatást. Az oktatás egy része egyetemünkön a mai napig maradt online, másik része párhuzamosan félig online félig jelenléti (leginkább a külföldi hallgatók esetében, ahol a hallgatók még a szemeszter vége felé is érkeznek Magyarországra) és van, teljesen jelenléti oktatás is. Mindhárom oktatástípusban aktívan részt veszek napi munkám során az egyetemen. Ez tölem, mint oktatótól olyan oktatási módszereket, jelenlétet, hozzáállást és módszertant kíván, aminek segítségével megoldható a hallgatók képzése. Mindhárom forma eltérő módszereket és hozzáállást szükségeltet, mindegyikben mást-mást tudok hatékonyan alkalmazni.

A cikkben most a következő kérdésekre igyekszem választ adni:

Milyen a képzések keretrendszere?

Milyen tananyaggal kell dolgoznom a képzésben, hogy az eltérő tudásszinteket is kielégítsem?

Milyen módszertani eszközeim vannak?

Mely módszertani eszközöket találtam a leghatékonyabbaknak?

Mit adhat hozzá az Excel Morzsák az e-learninghez?

Mindezen kérdések megválaszolása közben az Online oktatásra fókuszálok. Az online oktatás felvetette a szükségességét az online tananyagok és az e-learning anyagok készítésének. Ez pedig a téma kiválasztásával kezdődött.

1.1. Témaválasztás

Egy hagyományos tantárgy keretében, pl. matematika, ahol az ismeretek és a tudásanyag a legmagasabb szint kivételével (szigorúan az alapokra fókuszálva!) szinte állandó, a témaválasztás az alapokkal kezdődik és szépen ráépíthető a felépítmény.

Informatika terén a szaktudás viszont évről évre változik, (adatbiztonságon belül akár hétről hétre is, vagy akár napról napra is), emiatt csak olyan anyagrészekben gondolkodhatok az e-learningben, amelynek alapjai viszonylag időtállóak.

Másik szempont az egyetemi képzés profilja maga. A BGE maga gazdasági egyetem és emellett alkalmazott tudományok egyeteme ezért a tananyagoknak is olyannak kell lennie, amit a piac is elvár, ami szükséges a való élethez is, amivel aztán a nálunk végzett hallgató el tudja magát „adni”, s ez egy indirekt marketing = „jó hír keltése” az egyetemről, ami miatt majd megint minket választanak az új hallgatók.

A fenti két szempontból következően és az Infv tantárgy tematikáját figyelembe véve, az egyik ilyen informatikai alaptudás, mely a gazdasági életben is jól használható, a táblázatkezelők használata, pontosabban a különböző típusú Excel programok ismerete és kezelése. A programot a kis-, közép- és nagyvállalati környezetben is megtaláljuk és a legtöbb nagyvállalati szoftverek nagy többsége, ha nem mind is képes exportálni vagy importálni adatait ebbe a táblázatkezelői formátumba. [1], [2], [3], [4]

1.1. E-learning, mint forma

2020-tól el kezdtem készíteni egy oktatási segédletet, amit először főként a magyar nyelvű hallgatók használhatnak.

Célom az E-learninggel az, hogy a hallgató, aki az előadáson vagy a gyakorlaton részt vett és - valamiért nem értette meg az anyag minden részét, - vagy még nem szerezte meg az adott kompetencia eléréséhez szükséges „skilleket”, az odahaza, nyugodt körülmények között gyakorolni tudjon és el tudja mélyíteni a tudását.

Úgy döntöttem, hogy a nagy és hosszú előadások és gyakorlatok helyett, amikben egy-egy témát átfogóan, részletesen bemutatok (amit saját tapasztalatomból tudom, hogy nehéz végigülni) inkább az Excelen belül egy-egy kisebb anyagrészt veszek ki, ami könnyebben megérthető, felfogható, elsajátítható a hallgatóknak és emellett a rövidebb idő miatt kisebb fájl méretet is jelent fizikailag, ami az eltérő sávszélességek és gépteljesítmények, hardvereszközök mellett gyorsabb adatforgalmat és jobb erőforrás-kihasználtságot tesz lehetővé.

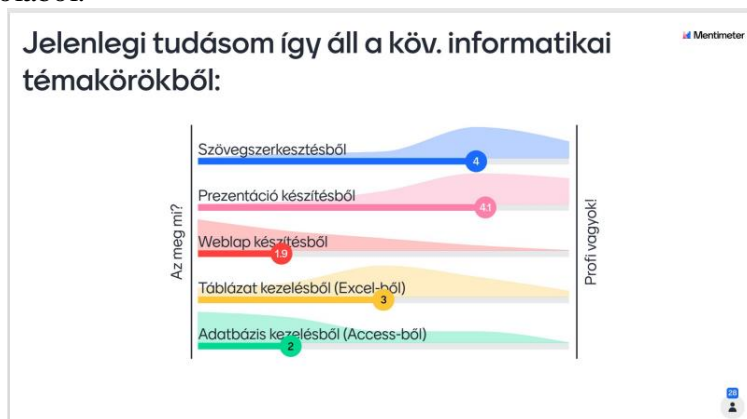
2. Excel tudásszint felmérés a 2022/23 1. őszi szemeszterében

2.1. Félév eleji kérdőív

A kisebb Excel egységek kiválasztásához, mivel a saját BGE PSZK-s hallgatóimnak akarok segédanyagot készíteni, ezért nem a szakirodalom felméréseit és statisztikáit használtam, hanem a hallgatóimat kérdeztem meg és mértem fel anoníman. A következő diagramok Karasán Krisztina kolléganőm és a saját felméréseim alapján készült statisztikák.

A félév során 126 magyar hallgató járt a Infv tárgyam 4 gyakorlati órájára. (Összesen a képzésben 910 magyar nappalis hallgató volt a coospace adatai szerint, amihez még 153+ angolos hallgatóm / + *jel a legvégén csatlakozók miatt van* / és 220+ levelezős hallgató is tartozik.)

A félév elején a tárgy első óráján anoním kérdőívvel megkérdeztem a hallgatókat, hogy saját bevallásuk szerint milyen szinten vannak az adott témákban Infv-ból. Arra voltam kíváncsi elsősorban, hogy vajon mit hoznak a középiskolából.



Forrás: Karasán Krisztina felmérése

1. ábra

2022/23 őszi félév eleji Infv tudásszint felmérés anoním válaszadókkal (28 válaszadó)

A kérdést úgy tettem fel, hogy a hallgató értékelje magát egy skálán (6 fokú: 0-5), amiben az „Az meg mi?” (bal oldalon az ábrán) jelenti, hogy nem ismeri, azaz 0 tudása van róla, a „Profí vagyok!” = 5 azaz már nagyon jól kezeli, „nagyon sok mindent tud belőle”, esetleg informatikából érettségizett, netán még emelt szinten is. Az ábrán az egyik csoport 28 válaszadójának válaszai láthatóak (Sárga, alulról a második jelenti a Táblázatkezelést.) Eszerint, saját bevallásuk szerint, az Excel ismereteik közepes (3) szinten vannak. A felmérés a Mentimeter segítségével készült. (Ezt a képet Karasán Krisztina kolléganőm bocsájította rendelkezésemre, mert az enyéme felülíródtak és csak a papíros feljegyzéseim maradtak meg. Köszönet érte.)

A következő ábrán az általam készített felmérések összeredményei láthatóak. Összesen 103 hallgató válaszolt a 126-ból. Amint látszik kicsit eltolt közepű, de szép Gauss-görbére hasonlító görbe alakult ki a 3 (közepes érték) körül, mert a hallgatók közül 7 volt, aki 0-t adott magának (6-7%) és 9 hallgató volt „Profí” (8-9%) a többiek a középmezőnybe helyezték magukat.

Amint a felmérésből is látszik a Szövegszerkesztésből és Prezentációkészítésből a hallgatók jobbnak érzik magukat. Volt egy olyan kérdés is ezután, hogy rangsorolják a fenti elemeket, hogy melyiket szeretik legjobban és az Excel ott is a 3. lett. Ez azt is mutathatja, hogy azon témakörök, amiken már gondolkodni kell, esetleg nagyobb háttértudást igényelnek már nehezebbek a hallgatóknak is, talán kevesebb a sikerélményük ezekben.



Forrás: Saját

2. ábra

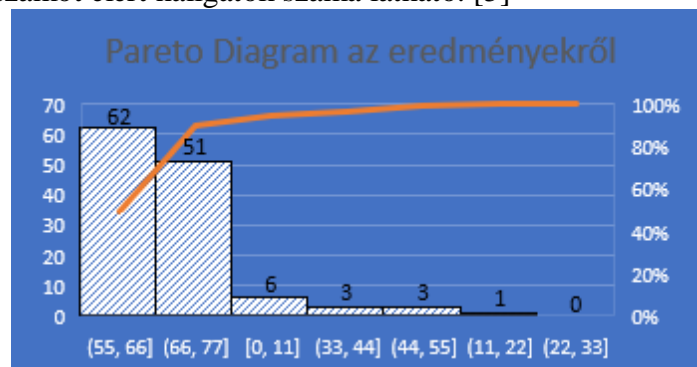
2022/23 őszi félév eleji Infv tudásszint felmérés anoním válaszadókkal (103 válaszadó)

2.2. Félévben oktatott Excel részek

A félév során általam oktatott excel témakörök (a teljesség igénye nélkül): Excel függvények (fv), különösen a HA fv; egymásbaágyazott fvk; Fkeres fv és különböző Keres fvk; Kimutatások készítése; Grafikonok; Vezérlőelemek; Adatexport/Import; stb.

2.3. Félév végi eredmények Excelből

A hallgatók a félév felében írtak egy excel Zárthelyi dolgozatot, amiben tesztet és gyakorlati feladatot is kellett megoldaniuk, majd, akinek a félév végén 1-re sikerült a gyakorlati jegye, annak a vizsgán meg kellett újra oldania az excel részt is. A következő ábrán látható diagram már a legvégső eredményeket mutatja. 126 hallgató eredményei egy Pareto diagrammal ábrázolva. Ez csökkenő sorrendben mutatja az eloszlásokat. A vonal egy göngyölt százalékos arányt mutat. A vízszintes tengelyen a kategóriák láthatóak, a függőlegesen az adott pontszámot elért hallgatók száma látható. [5]



Forrás: Saját

3. ábra

2022/23 őszi félév végi nappalis Infv eredmények Excelből (126 hallgatóé)

A diagramban a vízszintes tengelyen pl. a (55, 66] jelölés a matematikai jobbról zárt balról nyílt intervallum. Maga a program hozta létre a kategóriákat 0-10; 11-20; ... 66-77 intervallumokkal, én az intervallum felső határát írom, mert nem voltak részpontok a végén. A diagram szerint $62+51 = 113$ hallgató teljesítette nagyon jól a szintet, mert a 70 elérhető pontból, 56 pont felett teljesített, ami 80%-os teljesítmény. Ez örömmre is adhatna okot, viszont ennek az is oka, hogy a diagram a legvégső eredményt mutatja, amiben benne van, hogy 31 hallgató (24%) második alkalommal tudta jól megírni és további 19 hallgató (16%) a 3. alkalommal érte el a kívánt eredményt. Szintén közrejátszhat az is, hogy alapfeladatokat adtam a hallgatóknak és olyanokat, amilyenekkel már órán is találkozhattak.

2.4. Hallgatói nehézségek Excelből

A félév során figyeltem arra, hogy mely anyagrészek okozzák a legnagyobb nehézséget a hallgatóknak, mi az, amit érdemes lenne többször is átismételni, átismételtetni, gyakorolni, olyan alapok, amik nélkül a későbbiekben elveszhetnek.

- ***Ha függvény***

Az egyik legnehezebb feladatot az okozta, hogy a hallgatók megértsék, hogyan működik a HA fv, ami valójában két részre osztja a világot: az IGAZ ágra és a NEM IGAZ ágra, s hogy itt a NEM IGAZ ágban akár több dolog is beletartozhat, mint pl. ha valaki nem jeles, akkor lehet: 4, 3, 2, 1 osztályzata is.

- ***Egymásba ágyazott függvények***

Az egymásba ágyazásokban sokszor nem értették minek mi a bemenete és mi a kimenete. Nehezen képzeltek el, s csak a végére kezdték el lerajzolni a példám szerint, miből mi lesz.

- ***Cellahivatkozások***

Az oszlopok, sorok rögzítésével kialakuló abszolút, relatív és vegyes hivatkozások „elképzelése”, gyakorlatba ültetése is nehézkes volt sok hallgatónak.

- ***Hibakeresés***

A legnehezebbnek mégis a hibák megtalálása bizonyult, amibe első körben az elírások, szintaktikai hibák, majd a szemantikai hibák megtalálása és javítása tartozott. Ennek a gyakoroltatása elengedhetetlen, mert bizonyos fvek csak bizonyos rendezettséggel, formai megszorítással és adattartalommal tudnak megfelelően működni, s ehhez (a hibakereséshez) a hallgatók nincsenek hozzászokva.[6]

3.Excel Morzsák

A félév során szerzett tapasztalataim alapján, igyekeztem a nehézségeket okozó témák feldolgozásával kezdeni. Elsőként a hivatkozásokat, a Ha() fv-t, a Hol.Van(), Index() fv-t valósítottam meg.

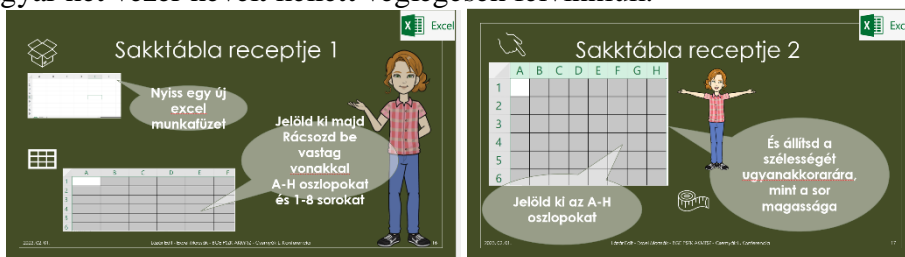
Az elnevezés választásakor a témának megfelelően egy könnyen megjegyezhető és a témára is utaló, ugyanakkor játékos címet akartam kitalálni. Az EXCEL MORZSÁK nevet adtam neki végül. A név tudatos választás eredménye. Az excel utal magára a táblázatkezelőre. A „morzsák” név két oldalról is alátámasztódik. Már a kezdetektől tervezem, hogy a külföldi hallgatóknak is elérhető legyen, emiatt először egy angol névben gondolkodtam: a számítógép „agya” a chip, ez a legfőbb meghatározója. Amilyen kicsi annál meghatározóbb. A chip maga morzsát is jelent magyarul. Emiatt lett a morzsák, mert nem csak egy valami, hanem több dolog lesz a sorozatban, amit ha a hallgatók magukévá tesznek, felcsipegetnek mint a kismadarak, akkor erős sólymökká válhatnak :)

3.2. Formátum

Kétféle formátummal indultam el.

3.2.1. PPT

Elkészítettem egy PowerPoint prezentációt, amiben a hallgatóknak egy egyszerű sakkaszt, majd egy egyéni listát kellett létrehozniuk, amiben a magyar hét vezér neveit kellett véglegesen felvinniük.



Forrás: Saját

4-5. ábra

Sakktábla készítése prezentáció Excel használatához (részlet)

A ppt kevésbé bizonyult hatékonynak összevetve azzal, hogy a 7-15 perces oktatói anyag elkészítéséhez több, mint 3 munkaóra volt szükségem. A prezentáció elkészítéséhez az OMI tanfolyama segített. [8]

3.2.2. Videó

Másik forma, amiben gondolkodtam és meg is valósítottam: a videó.

Az oktatás során már készítettem órai felvételeket az MS Teams segítségével, de ezeket, mint előbb írtam túl hosszúnak találtam arra, hogy „könnyedén” emészteni lehessen. Hosszúak (1,5 óra) és tömények és nehézkes bennük a keresés.

Mostani célom pedig az volt, hogy kicsit más legyen, mint az órai anyagok, ezért választásom a rövidebb 5-10 perces videókra esett, melyeket azóta is folyamatosan készítek. Gondolkodtam még előtte rövidebb 2-3 perces videókban is, de azok egy kezdő számára már nem biztos, hogy mindig érthetőek teljesen és én nem „csak megmutatni” akartam egy megoldást, hanem szeretném, ha meg is értenék a „miértet” is.

Az előző tanév tavaszi félévében már készítettem videókat, azonos névvel, amik a mostani videók előfutárainak nevezhetők, de azokban még nem voltam annyira tudatos, hogy melyik részeket kellene erősítenem a hallgatókban, ezért az alapokat mutattam be, beállításokat, a kezdő lépéseket. A tavaszi félévben készült első videók még sokkal hosszabbak: 15-20 percesek is akár. Akkor a Teams és az Active Presenter [7] segítségével készítettem el őket. A két szoftver együttes használatának nagy előnye volt, hogy benne voltam képpel a magyarázó videóban és én magam is láthattam a készítés során, amit a képernyőn éppen csinálok. Videóban videó élmény.

A 2022/23. őszi félévben készült videókkal már sokkal tudatosabb voltam a témákkal. A nagyobb egységeket igyekeztem szétválasztani kisebb 7-12 perces egységekre. Igyekeztem mindegyik függvénynél először az alapokat elmondani. Ezt követték, ha volt a függvénynek valamilyen speciális tulajdonságai, aztán a hibák keresése és ezután példák. Ezek sorrendje változtatható is.



Forrás: Saját

6. ábra
Excel morzsák BGE egyetemi segédlet videók kezdő képernyője

Ezen félévben már csak az Active Presentert tudtam használni, mint olyan eszközt, aminek segítségével a videón belüli magyarázatba bele is kerülök,

mint előadó, mert a teamset időközben megreformálták, és az új módosítások új technikát és új korlátokat eredményeztek.

Én fontosnak tartom, hogy az oktató is benne legyen a videóba, hogy maga a hallgató is érezze nem egy gép szól hozzá személytelenül, hanem olyan, mintha neki szólnék személyesen.

Miután elkészültek, minden anyagot feltettem a tanszéki kollégák által is jól ismert Coospace felületre, ahonnan mindenki eléri. Az anyagokat a vágás után exportáltam és .mp4 formában tettem fel, már kész videó formátumban. (Itt magamban sokat vaciláltam, mert egy videó nagyobb helyet foglal el, mint egy link, de a rendelkezésemre álló eszközök közül, sem a Teams, sem a Stream nem volt eddig olyan konzisztens és megbízható, hogy abba két év múlva is megtaláljam ugyanazt, ugyanott és ugyanúgy amit most feltettem.)

4. Tapasztalataim

Az „Excel Morzsák”-kal való munka során sok-sok új ismertettem jómagam szert, kezdve a videókészítés munkájáról, a teamssel való munkáról, a PowerPointtal való prezentációkészítésről, és magával az Excel-lel való mélyebb munkával kapcsolatban is.

A munkám során sok olyan tapasztalattal lettem gazdagabb, aminek a megléte segíti a morzsák további életét is.

Úgy érzek, hogy több területen is (tőlem függő és független) vannak fejlesztendő elemek a jövőre nézve. A teljesség igénye nélkül felsorok néhányat:

Technikai egységesség: A használt szoftverek közül azokat tudom használni, amik könnyen elérhetőek és nem kell külön licenzelni őket. Jó lenne, ha kevesebb változtatás lenne bennük, vagy legalább verziókövetők lennének. (Ez tőlem független, lehet csak óhaj marad.)

Időkorlát – tartalom korlát: Rájöttem, hogy én magam „meg akarom tanítani” a felhasználónak az adott fv minden paraméterét, használatát, emiatt néha túlszűszok az időkorláton, emiatt még tudatosabban kell megválasztanom, hogy miről és mennyit akarok elmondani vagy akár egy újabb videó is készülhet egy adott rész folytatásáról.

Cheking – hallgatói, oktatói: Amikor elkezdtem a munkát nem volt semmilyen elvárás, hogy mit várnak, mit szeretnének, emiatt magamnak kellett kigondolnom, hogy mit szeretnék, milyen formában, tartalommal. Nekem személyesen jó az, ha van egy kontroll, egy checking, lektorálás akár a kollégák

által, hogy megtudjam, amit készítettem az valóban hasznos-e a felhasználóknak, érdemes-e ebbe avagy abba az irányba továbbmennem. A következő félévek a hallgatói visszajelzések időszakai is lesznek, mert rendelkezésükre bocsátom, és kérem a véleményüket az adott anyagokról.

5. Válaszok a kérdésekre

A BGE PSZK képzési keretrendszerében az Infv tantárgy a Nappali/Levelző alapozó képzés részét alkotja, nappali képzésben a gyakorlat jeleníti oktatással, levelzősben online oktatási formában – e-learning segédlettel.

A tananyag törzsrésze egy központilag a 3 kar által egységesen meghatározott tananyag, melybe az Excel is beletartozik. Az Excel Morzsák segédletet „otthoni feldolgozáshoz” készítettem.

Módszertani eszközök közül a jelenléti oktatásban az előadás és gyakorlat tartása példákön keresztül a program bemutatása. Az Excel Morzsákban videók, ppt prezentációk.

A módszertani eszközök közül a rövid videókat, melyben érdekes példákat és hibakeresést mutatok be találtam a leghatékonyabbaknak.

Az Excel Morzsák az e-learninghoz egy állandóan változó informatikai környezetben igyekszik az Excel alapfunkciókat és a hibakeresés, problémamegoldás folyamatát begyakoroltatni a hallgatókkal, ami ezen kompetenciák fejlesztését növeli, ezért értéket teremt a hallgatónak.

Irodalomjegyzék

- [1] Andrédi Attila, Eisengerger Jánosné, Juhász Imre, Lapis Péter, Péteri János: *Számítástechnikai ismeretek*. -Fsz: 394. - PSZF, Bp, 1993;
- [2] Dr. Jánosa András: *Adatelemzés számítógéppel* : Alkalmazott számítástechnika. - ISBN 9789633946367. -Perfekt, Bp, 2007;
- [3] Bártfai Barnabás: *Office 2016* : Word, Excel, Access, Outlook, PowerPoint, - ISBN 9786155477386. - BBS-INFO KÖNYVK. ÉS INFORM. KFT., Bp, 2016;
- [4] Bártfai Barnabás: *Excel 2016* : Zsebkönyv - ISBN 978-615-5477-25-6. - BBS-INFO KÖNYVK. ÉS INFORM. KFT., Bp, 2016;
- [5] Pareto diagram létrehozása Excelben:
<https://support.microsoft.com/ru-ru/office/pareto-diagram-l%C3%A9trehoz%C3%A1sa-a1512496-6dba-4743-9ab1-df5012972856>
- [6] Microsoft Support Excel: <https://support.microsoft.com/ru-ru/excel>
- [7] Active Presenter legutóbbi letöltés [2023. Január 23.]
<https://atomisystems.com/download/>
- [8] Online képzés: Dr. Szugyiczki-Györfi Katalin: Prezentációs technikák [2022/23.Ősz]
<https://coospace.uni-bge.hu/CooSpace/Scene-251019/Reg-822697>

Nagy hálózatok kutatásának hatása az életünkre, avagy mire figyeljünk teljesítményértékelés közben

Dr. Takács Anna¹, Nemes Teréz²

¹ *főiskolai docens*, ² *tanársegéd*

BGE PSZK Alkalmazott Kvantitatív Módszertan Tanszék

E-mail: takacs.anna@uni-bge.hu, nemes.terez@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_16](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_16)

Összefoglalás

A hálózatok behálózják az életünket, ez a tény már nem is kérdéses senki számára. Információkat legtöbbször valahonnan a Hálózatról gyűjtünk vagy ott osztunk meg, a Hálózat valamilyen informatikusok által kitalált megoldásával kommunikálunk és legtöbbször a Hálózat segít, hogy szórakozást találjunk a ritka, pihenésre szánt időnkben.

De arról már kevesebben tudnak, hogy a nagy skálafüggetlen hálózatok kutatása megmutatta, hogy az informatikusoknak van módszere arra is, hogy a hétköznapi kérdéseinkre az eddigieknél jobban megalapozott és átgondolt válaszokat kaphassunk. Milyenek valójában az emberi kapcsolatok, milyen kicsi a világ, miért adatik annak, akinek már van, hogyan lesz a gazdagabb még sokkal gazdagabb. Hogyan lehet jobban védekezni az embert támadó vírusok ellen. Mi számít a szakmai érvényesülésnél, mitől tartunk egy alkotást remekműnek, míg egy másikat nem. Hallgatóinkat hogyan vértézzük fel a szakmai karrierjükre, az egyéni sikereket, kudarcokat mi befolyásolhatja, csak a megalapozott szakmai tudás, amit nyújtunk nekik vagy a sikernek más összetevői is létezhetnek.

Saját oktatói munkánkban is fontos új szempontokat tud adni a hálózatok tudománya. Az értékelések, a szóbeli vizsgák lebonyolításához, a zárthelyi dolgozatok javításának átgondolásához is tud új, megfontolandó szempontokat adni. Dolgozatunk második részében ezt a tézist vizsgáljuk meg, hogy egy hallgató megszerzett eredményét más is befolyásolja az eddigi tanulmányai alatt megszerzett tudásán kívül és mi hogyan tudjuk az új eredmények figyelembevételével a lehető legobjektívebbre hangolni teljesítménymérésünk feltételeit.

Kulcsszavak

[skálafüggetlen hálózat, szociális hálózatok, teljesítménymérés, értékelés]

Abstract

Networks play a fundamental role in our lives. This fact is no longer in question for anyone. Most of the time, we collect or share information from somewhere on the Network, we communicate on the Network using some solution invented by computer scientists, and most of the time the Network helps us find entertainment in our rare time for the rest.

But not many people know that the research of large scale-free networks has shown that IT scientists have a method to get better-founded and well-thought-out answers to our everyday questions than before. What human relationships are really like, how small the world is, why more is given to those who already have, how the richer becomes even richer. How to protect yourself even better against viruses that attack humans. What needs to be done to achieve professional success, what makes one work a masterpiece and another not.

How do we prepare our students for their professional careers? What can influence individual successes or failures, only well-founded professional knowledge or can there be other components of success?

The science of networks can provide important aspects in our teaching work as well. It can also provide new elements to consider for the organization of oral exams and the compilation of assessments. In the second part of our research paper, we examine our thesis that the results obtained by a student are influenced by other factors besides the knowledge acquired during their studies so far. With the help of the results, how can we set the conditions of the evaluation system as objectively as possible.

Keywords: scale-free network, social networks, educational achievement measurement, assessment system in education

1. Bevezetés

A hálózatok behálózzák a mindennapi életünk legtöbb területét. Nehéz lenne elképzelni a kommunikációt munkatársainkkal, ismerőseinkkel a telefonunk, SMS-ek, de még inkább az azonnali üzenetküldő szolgáltatások nélkül. Papír alapú leveleket már elvétve kapunk, de az email-ek száma is szignifikánsan csökken és jól követhetően átalakul a szerepköre.

Csak a változások jellemzésére, az űrkutatás kezdetein, például amikor az első amerikai műholdat felbocsátották 1958. február elsején, a folyamatot egy Burroughs típusú elektroncsöves számítógép végezte, amely 3 m hosszú, és 2 m magas volt, és összes tároló kapacitása 5 KB –ot tett ki. Az Apolló holdra szállását megvalósító programhoz használt gépek már integrált áramköröket tartalmaztak. Az űrhajó keringő részén egy 30 kg tömegű számítógép volt, 5000 db integrált áramkört, 78 KB memóriát tartalmazott, amiből 4 KB volt írható. A cikk írásakor mellettem lévő telefonom kevesebb, mint 200 gramm súlyú, 6 GB RAM-mal és 128 GB háttértárral van ellátva. Az életünket alakító számítógépes hálózatok fejlesztésének kezdete is a 1960'-as évek végéhez kötődik. 1969-ben a University of California Los Angeles-ben és Santa Barbara-ban, az SRI - Stanford Research Institute és a University of Utah alakították ki az ARPANET hálózatot, amely 50 kbit/s-os sebességgel működött. A most számomra a home office-ban rendelkezésre álló hálózat 700 mbit/s-os letöltési sebességet biztosít átlagosan. Hozzáteve, hogy a 60'-as években a hálózatok kifejlesztését a hidegháborús verseny és a nukleáris háború fenyegető réme indokolta és teremtette meg a gazdasági alapjait, addig ma én a hálózati elérésem az oktatáshoz, kapcsolattartáshoz, információ gyűjtéshez tudom használni, filmet nézni, zenét hallgatni, a szabadidőt értékes tartalommal otthonról megtölteni. Jól érezhető és értékelhető változások alig ötven év alatt, ami az emberiség szerencsésebb felének életét mindenki által érzékelhetően kényelmesebbé és hatékonyabbá tette.

De arról már jóval kevesebben tudnak, hogy nem sokkal az ezredforduló előtt kezdődő nagy méretű skálafüggetlen tulajdonságokat mutató hálózatok

Nagy hálózatok kutatásának hatása az életünkre, avagy mire figyeljünk teljesítményértékelés közben

kutatásának meglepő, de jól használható következménye, hogy megmutatta, az informatikus és fizikus kutatók találtak olyan eredményeket, amelyek egy egészen más területre mutattak, és azt sugalmazzák, hogy a terület vizsgálatával egészen a hétköznapi életünk alapvető kérdéseire a tudomány által megalapozott válaszokat kaphatunk. Ilyen alapvető kérdések például, milyen módon működnek valójában az emberi kapcsolatok, milyen kicsi a világunk, ha ismerősöket keresünk benne, miért adatik annak, akinek már van, ahogy ezt már a Biblia is megfogalmazza, hogyan lesz a gazdagabb még sokkal gazdagabb. De a bennünket sújtó pandémia alatt kiderült, hogy ezek a hálózati kutatások abban is segítséget tudnak nyújtani, hogy hogyan tudunk jobban védekezni a bennünket támadó vírus ellen.

2. Elméleti áttekintés

Ezek mind-mind nagyon izgalmas kérdések. Az egyetemen bennünk élő matematikust nem is döbbeníti meg annyira, hogy egy szakmai, informatikai kutatás ilyen jellemző irányba is fordulhat, hiszen eszünkbe jutnak Neumann János és John Nash Nobel díjat érő játékelméleti kutatásai, amelyeket már be is vontunk az oktatásba és tudjuk, hogy milyen alapvető emberi és gazdasági kérdésekben is hatékony válaszokat kapunk ezeknek az elméleteknek a segítségével.

Ebben a cikkben, mint egyetemen oktatók szeretnénk megvizsgálni a skálafüggetlen hálózatok kutatásánál talált eredmények hatását az oktatói munkánkban. Szeretnénk megvizsgálni, hogy milyen összetevők számítanak a szakmai érvényesülésnél, mitől tart a közösség egy teljesítményt kiemelkedőnek, míg egy másikat nem. A hallgatóinkat hogyan vértézhetjük fel jobban fel a szakmai karrierjükre, az egyéni sikereiket, kudarcaikat mi befolyásolhatja, csak a megalapozott szakmai tudás, amit nyújtunk nekik vagy a sikernek más összetevői is létezhetnek

Az a véleményünk, hogy az értékelések, a szóbeli vizsgák lebonyolításához, a zárthelyi dolgozatok javításának átgondolásához tudunk a nagy hálózatok kutatási eredményei alapján új, megfontolandó szempontokat adni. Tézisünk, amelyet ebben a cikkben vizsgálunk az, hogy egy hallgató megszerzett eredményét, minősítését és szakmai karrierjét más is befolyásolhatja az eddigi tanulmányai alatt megszerzett tudásán kívül. Szeretnénk az új eredmények figyelembevételével megoldásokat mutatni, hogyan lehetne objektívebbre hangolni a teljesítménymérésünk feltételeit, lehetőleg minimálisra szűkíteni a módosító hatások meglétét.

A hálózatok vizsgálatának eredményei alapján történő gondolkodás több lehet, mint egy hasznos, új szemléletmód vagy eszköz. A hálózatok az emberi közösségeknek is alapvető építőkövei és a kapcsolatok mélyen befolyásolnak minden olyan módszert és tevékenységet, amellyel megoldjuk feladatainkat és összehasonlítjuk önmagunkat és másokat, megmérjük az elvégzett feladatok elért eredményeit. Összehasonlítás nélkül nincs eredménymérés. Jelentős

minőségbeli eltérés lehet a dolgok és emberek között. Nem vagyunk egyenlőek, sem képességeinket, sem eredményeinket illetően. A játékelmélet alapján az élet igazából egy zéró összegű játék. A színvonal mérése viszont nem félrevezető és biztosan nem szükségtelen. A cselekvéseknek saját belső teljesítményszabványai állapíthatók meg. Ha valamit meg lehet csinálni, azt meg lehet jól és rosszul is. Mindenütt megtalálhatók a minőségbeli különbségek. Mindenhol van esély a sikerre vagy a kudarcra. Meg kell tudnunk különböztetni a rosszat a jótól. Ezt meg kell tanulnunk gyerekkorban, hogy aztán felnőtt éveink alatt a mérés képessége belsővé váljon. Ez a folyamatos fejlődés előfeltétele, ez pedig a motiváció és a minőséginek érzett lét előfeltétele. Ezért nagyon erős az oktatók, tanárok, fiatalokat nevelők felelőssége. Ki kell alakítani a hallgatókban a saját mérce képességét, amit majd a társadalmi kötelezettségek hálózata az egyénre ró. Egy sikeres felnőttnek viszont azt is meg kell tanulnia, hogyan különbözzön kellő mértékben a többiektől. Az, hogy a szakmai karrierünkben sikeresek leszünk vagy kudarcot vallunk, óriási jelentőséggel bír. Vékony lehet a határvonal a siker és a kudarc között.

Legtöbben azt hisszük, hogy a siker a befektetett munkán és a tehetségen múlik és erre tanítjuk a hallgatókat is. A teljesítményméréssel azt szeretnénk bizonyítani, hogy a hallgató belefektette a megfelelő minőségű munkát, bejárt az előadásokra és gyakorlatokra, oda is figyelt, elég időt szánt a gyakorlásra és elmélyülésre, akkor azt mondjuk egy elméletileg kialakított skálán, hogy jeles a munkája vagy jó vagy azt mondjuk, hogy nem tartjuk elégségesnek a befektetett munkáját vagy a tehetségét. Elvárjuk, hogy hozzon döntést, hogy az életnek egy másik területén próbálkozik vagy itt küzd meg újra a teljesítménymérésre kijelölt feladattal. Igazából a teljesítmény mérése egy hatás eredménye, amit az őt körülvevő hálózaton ér el, a külvilággal áll kapcsolatban és nem a hallgató belső világával. Sőt a két dolog jelentősen el is térhet egymástól, amit a külső siker vagy sikertelenség mutat és amit a hallgató gondol a saját befektetett munkájáról. A legtöbbet azt közvetítjük, hogy a kemény munka a lehető legjobb stratégia a sikeres szakmai karrierhez. A cikkben azt szeretnénk megmutatni, teljesítmény, noha tagadhatatlanul fontos, csak egy változó több más fontos paraméter mellett. A skálafüggetlen hálózatok kutatásának egyik eredménye annak a felismerése, hogy a teljesítmény és a siker két különböző jelenség. A siker sohasem a teljesítményről szól. A siker arról szól, hogy a körülvevő hálózat hogyan látja és értékeli a teljesítményt. Vagyis a teljesítmény az belső, az, amit mi csinálunk, míg a siker vagy sikertelenség kollektív mérőszám, amely azt mutatja meg, hogy az erre felhatalmazottak hogyan reagálnak a teljesítményünkre. Arra, hogy milyen pontszámot érünk el egy vizsgán, lehet bizonyos ráhatásunk. A készségeinket tudjuk fejleszteni, tudjuk gyakorolni a típus feladatokat és talán megfelelő stratégiákat is ki tudunk dolgozni. De ha mérni akarjuk a sikert, vagy arra vagyunk kíváncsiak, hogy végül milyen eredményben részesülünk, azt nem lehet vizsgálni önmagában, minden mástól függetlenül. Ott az számít, hogy a megmérésben résztvevő hogyan reagál a

Nagy hálózatok kutatásának hatása az életünkre, avagy mire figyeljünk teljesítményértékelés közben

tevékenységünkre. Normális körülmények között az elismerésnek függeni kell a munkánk színvonalától, csak nem ez az egyetlen tényező. Mindannyiunknak van már olyan tapasztalata, hogy az ember sokszor hiába teljesít kiválóan, nem kap érte semmilyen elismerést. Hányszor láttuk már, hogy akik közepes vagy akár még annál is rosszabb teljesítményt nyújtottak, őket ugyanúgy vagy még jobban elismerték. Létezhet sikerenek elismert munka bármilyen teljesítmény nélkül is.

Akinek nem ítélik értékesnek a munkáját, az nagy valószínűséggel el fog akadni, nem fejlődik tovább, és teljesen elveszítheti a motivációját. Abba is ritkán gondolunk bele, hogy a siker vagy sikertelenség terjed a hálózaton keresztül, ami összeköti az embereket és a következő mérés eredményére is hatással lehet.

Az itt felvetett elméletet bizonyították egy jól átgondolt kísérlettel kutatók. [6] A kísérletet egy leginkább alsó középosztálybeli gyerekek által látogatott San Franciscó-i általános iskolában hajtották végre. Kitöltettek a diákokkal egy nagyon jól hangzó névvel elnevezett tesztet, amelyről azt állították, hogy a Harvard egyetemen állították össze és specifikusan a diákok képességeit, intelligenciáját méri le, utána pedig az osztályfőnököknek átadták a legjobb 20%-ot elérő tanulók névsorát, mondván, az ő esetükben az elkövetkező tanévben nagy ívű fejlődés lesz várható. Majd a tanév végén a gyerekek újra megírták a tesztet. És valóban, az a 20%, amelynél a teszt a legnagyobb intellektuális fejlődést jósolta, kivételesen jól teljesített, az intelligenciahányadosuk is sokkal nagyobb mértékben emelkedett, mint azon társaiké, akik nem voltak rajta év elején a listán. A Harvard-teszt tehát óriási sikerenek bizonyult, mivel elképesztő pontossággal megjósolta, hogy kik fognak kiemelkedő teljesítményt nyújtani a tanévben. A gond csak az volt vele, hogy a kutatók által emlegetett teszt nem létezett. Írattak a gyerekekkel valamit, de a 20%-os listát teljesen véletlenszerűen kiválogatva a neveket, állították össze a tanárok számára. Viszont azok, akikről azt tudták a tanáraik, hogy tehetségesek, valóban kiválóan teljesítettek az év végi valódi teszten. A gyerekeknek persze fogalmuk sem volt az egész kísérletről, ugyanúgy jártak iskolába és viselkedtek, mint addig. Viszont a tanárok jó képességeket véltek felfedezni bennük, mégpedig az állítólagos teszteredmények alapján. A kiválasztott tanulóktól a tanárok kiváló teljesítményt vártak és ezzel bátorították őket, ez pedig meg is látszott a fejlődésükön.

Szerencsére fordított kísérlet nem képzelhető el etikai okokból, de ettől még tapasztalatok alapján sejtjük, hogy ha egy hallgató első megméréseire rossz eredményeket kap, sokkal nehezebben fog motivált maradni és nem tovább vinni az önbeteljesítő jóslatot.

Másik szempont, amit szintén kutatók vizsgáltak, a mérést végző saját személyiségének, tudásának és tapasztalatainak hatása a mérés folyamatára és eredményére. Mivel nem áll rendelkezésünkre egyetlen mérce, amely alapján pontosan azonosíthatnánk a teljesítményt, jobb híján többet is használunk. Minőségi és mennyiségi mutatókat próbálunk találni és igyekszünk a józan

ítélőképességünkre és a saját tudásunkra támaszkodni. A gond az csupán, hogy a józan ítélőképességünk soha nem teljesen józan. Ha nincs pontosan ellenőrizhető adat, ami alapján dönthetünk, akkor gyakran tudat alatti preferenciák meghatározó jelentőséggel bírnak.

Kutatók vizsgálták az Erzsébet Királynő Zenei Versenyt, amelyet 1937 óta rendeznek meg Brüsszelben, mint a tehetségkutató versenyek komolyzenei megfelelőjét, ahol a nyertesek erős támogatást szereznek zenei karrierjükhez. [4]

A nagy tét miatt a versenyt megpróbálták a legigazságosabbá tenni a rendezők, hogy a tévedés és a részrehajlás lehetőségét minimalizálják. A döntőben 12 versenyző vehet részt, ahol mindegyikük ugyanazt a hegedűversenyt játssza el, amelyet az adott versenyre komponált egy zeneszerző és sehol nem jelent meg addig, így a darab mindenki számára egyformán új. A zenészek szereplését sorsolással határozzák meg, mindenki egy hetet kap pontosan a felkészülésre. Mindennap két előadás van és az összes bíráló egyeztetés nélkül az előadás után rögtön pontoz, amit a későbbiekben már nem változtathat meg. A lehető legobjektívebben kitalált mérésnek tűnik, ki is szokták ezt a versenyt emelni e tulajdonsága alapján a többi komolyzenei verseny közül. Pedig ez a módszer sem mér helyesen. A kutatók az eddigi versenyek adatainak statisztikai vizsgálata alapján bizonyították.

Néhány kimutatás a statisztikai eredményeikből. Soha nem nyerte meg a versenyt, aki az első napon szerepelt. (A sorrend véletlen sorsolással dől el és 1937 óta vannak adatok.) A második és a hatodik nap előadói között is összesen három későbbi győztes szerepelt. A győztesek több, mint fele az ötödik napon versenyzett. Sőt még a napon belüli sorrend sem mutat véletlenszerű jelleget. A második előadó szisztematikusan jobb helyezést ért el, mint a nap első előadója. Ami külön elgondolkodtató, főleg napjaink tendenciái miatt, hogy az előadó neme is erősen befolyásolta a helyezést. A női előadók, ha az egyéb paraméterek megfeleltek, akkor is legalább kettővel rosszabb helyezést értek el, mint a férfiak.

A kutatók a helyzet elemzése után magyarázatot is adtak a megfigyelt véletlentől történő eltérésekre. Ez a mérést végző zsűritagok saját személyiségét vizsgálta. A magyarázat egyik része azon alapul, hogy a kiválasztott zenemű a zsűri tagjainak is új, nekik is le kell játszani az ismerkedési folyamatot, hogy a versenyzők egyéni értelmezési különbségeire, a játékok eltérésére fel tudjanak figyelni. Ront a helyzetet az a szabály is, amit szintén az objektivitásra törekvés diktál, hogy a pontszámok később nem módosíthatók. A mérést végzők az első néhány esetben még nincsenek tisztában a sokaság jellemzőivel, így biztosabban kritikusabban pontoznak első esetekben. Ahogy egyre több versenyzőt hallgatnak meg, a zsűritagok jobban hallják a zene finomabb szintjeit, és az értékelésben is fejlődnek, és egyre magasabb pontszámokkal merik kifejezni tetszésüket. A kutatók említik a műkorcsolya és ritmikus sportgimnasztika versenyeket, ahol a szereplés sorrendje hasonlóan erősen meghatározza a győzelem lehetőségét azonos képességek és teljesítmény esetén.

Nagy hálózatok kutatásának hatása az életünkre, avagy mire figyeljünk teljesítményértékelés közben

A kutatók megvizsgálták egy első látásra teljesen más mérési helyzetet is, amelynél ugyanúgy sok adat állt rendelkezésre. [5] Spanyolországban a leendő bírót egy szigorú szóbeli vizsga keretében egy hét alatt választják ki. Itt a vizsgázóknak egész pályafutása múlik azon, hogyan szerepelnek. A nagytekintélyű bírálók faggatják a jelölteket, akik hosszú és alapos felkészülés alapján jelennek meg, minden témáról, ami eszükbe jut. Az adatok elemzése itt is azt mutatta, hogy a jelöltek sorsa igazából több héttel a nehéz vizsga előtt eldőlt, amikor kisorsolják, hogy kit mikorra hívnak be. A hét elején vizsgázóknak még 50%-os esélyük sincs a megfelelésre, míg a péntekieknek 75% feletti a megfelelésük. Ehhez a szignifikáns különbséghez nyilván kevés köze van a vizsgázóknak a vizsgán nyújtott teljesítményének, amelyet a felkészültségük alapján érhetnének el. Itt is a vizsgáztatók személyisége a kulcs a megértéshez. Ahogy telik a hét, úgy használnak egyre jobb kérdéseket és merik pozitívabban megítélni a jelölteket.

Ami még érdekes, a kutatók megkérdezték a vizsgáztatókat, hogy mi alapján hozzák meg döntésüket. Visszatérő válasz volt, hogy gyakran apró gesztusok vagy különbségek ragadtak meg bennük. Ha mindegyik jelölt közel egyformán jól szerepelt az interjún, a hosszú nap végén lehetséges, hogy egy váratlan válasz vagy épp egy érdekes, személyes történet, ami végül döntött.

3. Eredmények

A hálózatok pedagógiai alkalmazására alkalmasak a Galois-gráfok, melyek használatával nagyon szemléletessé is tehető az értékelés. A szemléletesség, mely Bruner reprezentációs elméletében is megjelenik, fontos a tanítás-tanulás egész folyamatában.

A Galois-gráfoknak több típusát különböztethetjük meg attól függően, hogy pedagógiai munka mely területén használjuk:

- objektumok és tulajdonságaik
- individuális gráfok: lehet szaktudományi, lehet tanulói gráf
- kollektív gráfok: tanulók-feladatok gráf
- szociometriai gráfok
- kutatási alkalmazásokat jellemző gráfok.

Hogyan készülnek a Galois-gráfok? Van két alaphalmaz, melynek elemei között több-többértelmű kapcsolat van. Ugyanakkor az első és második halmaz részhalmazai között tudunk egy egy-egyértelmű kapcsolatot létesíteni. Az ilyen részhalmazt zártnak nevezzük, ha elemeinek a száma nem bővíthető anélkül, hogy a másik részhalmaz elemeinek száma ne csökkenne, ugyanígy igaz ez a másik részhalmazra is. Ha találunk olyan relációt, mely kétértékű az adott két alaphalmaz elempárjai között, gondolhatunk Galois-gráf használatára. Formálisan: $O(o_1, o_2, \dots, o_n)$ az egyik alaphalmaz és $P(p_1, p_2, \dots, p_m)$ a másik

alaphalmaz, tekintsük az $R \subset O \times P$ relációt, ahol bármelyik $o_i \rho p_j$ lehet, ha $o_i \in O, p_j \in P$, ha $(o_i, p_j) \in R$ és R bináris reláció.

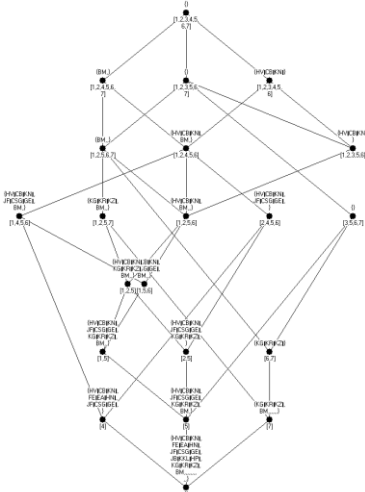
A gráf megrajzolásakor minden zárt részhalmazpárt egy körrel jelölünk, ők lesznek a gráf szögpontjai, a következő módon: rajzoljuk vízszintes vonal mentén egymás mellé az egyelemű zárt részhalmazokat az első alaphalmaz szerint és így tovább felfelé. Az első sort nevezzük a rövideg kedvéért első emeletnek. Az első emelet alá még odarajzoljuk a nulla elemet tartalmazó részhalmazt jelentő kört, a legfelső fölé a minden elemet tartalmazó halmazt reprezentálót. Mi lesz az összekötés szabálya? Válasszunk ki egy tetszőleges szögpontot, ezt összekötjük minden olyan alatta fekvő ponttal, amely a szóban forgónak legnagyobb részhalmazát jelöli. Az eljárást minden szögpontra nézve elvégezzük.

A kapott gráf értelmezésénél célszerű az alaphalmaz elemeinek nevének kiírása, így jobban látható az értelme a kapott struktúrának.

A tanuló-feladat gráf a csoport tanulmányi struktúráját szemléltetheti, optimális út meghatározásával tervezhetjük a tanulás-tanítás folyamatát is.

Az egyes szaktudományi és tanulói gráfok összehasonlítása rámutat azokra a pontokra, ahol a tanulónak hiányosságai vannak és azt is láthatjuk, hogy mely fogalmakat, definíciókat ismer, illetve mely készségeket sajátította el az adott probléma vagy feladat megoldása kapcsán.

Egy tanulmányban foglalkoztam a Galois-gráfok alkalmazhatóságával. Ott arra a következtetésre jutottam, hogy a vizsga feladatsor értékelésénél látható, hogy a kapott Galois-gráfok emeletei és a hagyományos értékelés összhangban vannak, tehát a gráfok használhatók az ismeretanyag mérésére és értékelésre. Az egyes tanulók megszerzett, elsajátított tantárgyi tudásáról viszont a gráfok árulnak el többet, megmutatják a jegyek közti különbségeket.

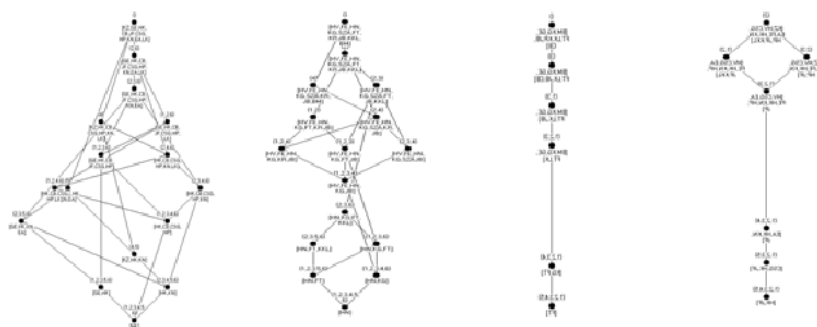


1. ábra

Vizsgaeredmények tanuló-feladatok gráfja

Nagy hálózatok kutatásának hatása az életünkre, avagy mire figyelünk teljesítményértékelés közben

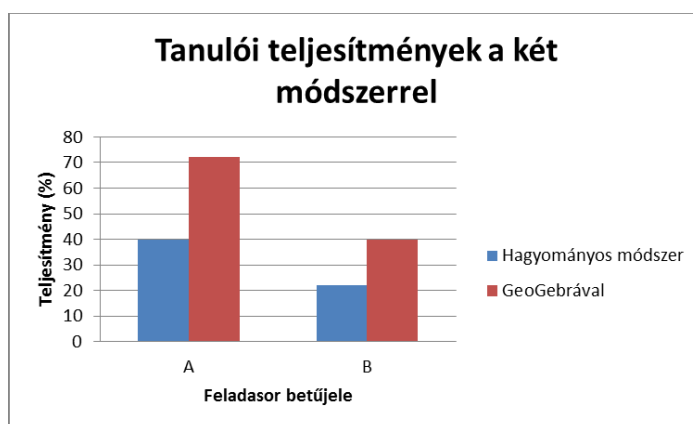
Az évközi dolgozatok ábrái is jól mutatják az egyes tananyagok közötti különbözőségeket, hiszen az első megmértetés feladatai mind más anyagrészekre épülnek, a született megoldások is nagyon különbözőek voltak, míg a második számonkérés anyag teljes egészében a differenciálszámítás alapjainak ismeretére épült. Amelyik hallgató jól elsajátította a deriválás módszerét, szinte minden feladatban tudott jó részeredményt elérni, ezért is mutat olyan lineáris elrendezésű gráfot a csoport tudásanyaga. [7]



2. ábra

Tanulók-feladatok Galois-gráf az első és második zárthelyi dolgozat esetében

Arra is végeztem méréseket, hogy ha a feladatmegoldás során a végrehajtási automatizmusokat, algoritmusokat számológéppel végeztetik el a hallgatók, hogyan befolyásolja az eredményeiket.



3. ábra

Tanulói teljesítmények hagyományos és számítógéppel segített megoldással

A tanulói felmérésekben ugyanazt a feladatsort oldották meg hagyományosan, papír alapon illetve GeoGebrával a diákok. Láthatjuk, hogy amikor a számítógép vagy szoftver elvégzi a műveleteket, a tanulói teljesítmény nő.

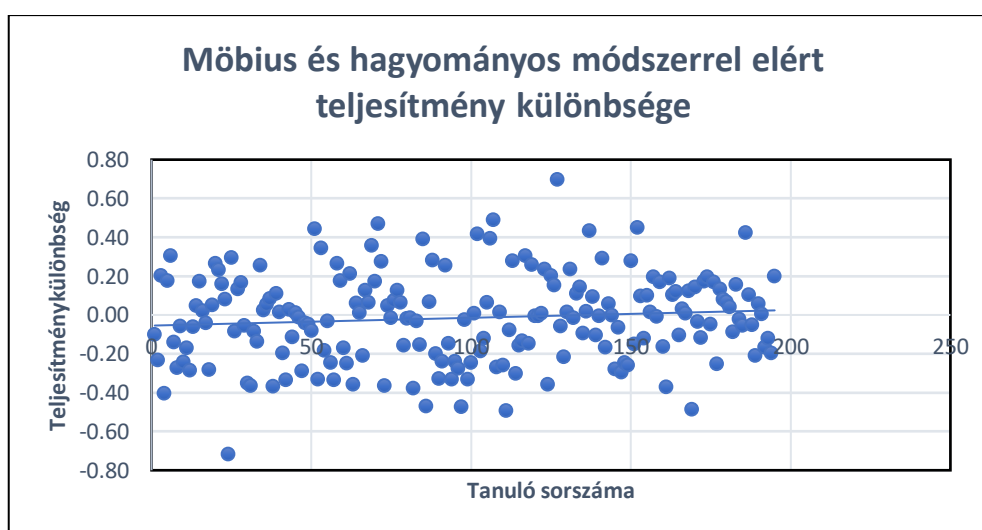
Az „önbeteljesítő jóslatok” vonatkozásában is kísérleteztem. Megfigyeltem, hogy a dolgozatok kiosztásánál mindig azt mondták a hallgatók, hogy ne B feladatsort adjak. Egy ízben rákérdeztem, azt válaszolták, hogy az mindig nehezebb. Következő alkalommal a feladatsor neve ugyan B volt, de ugyanazok a feladatok voltak benne, mint az A-ban, csak más sorrendben. Az eredmény meglepő volt, a B feladatsorban 20%-kal kisebb lett a teljesítmények átlaga. Megoldattam GeoGebrával is a feladatsort, a teljesítménykülönbség megmaradt ebben az esetben is. Figyelnünk kell hallgatóinkra az értékelések során, ne alakuljanak ki hibás értékítéletek bennük, mert rossz irányba mozdíthatja el a teljesítményeiket.

Régebben találkoztam már és vizsgáztattam is a Maple TA web alapú teszt és vizsgarendszerrel, amely azóta fejlődésen ment át és Möbius névre hallgat. 2022 őszén karunk vásárolt 460 licenst, és 196 önkéntes hallgatóval teszteltük a rendszert. A Möbius keretrendszerbe dinamikusan tudjuk bevinni a feladatokat és rá tudunk kérdezni a javítókulcs szerint is pontot érő tananyagelemekre. Tehát itt az automatizmusokat, készségeket „nem kapcsoljuk ki”, azaz nem a számítógép vagy szoftver végzi el a műveleteket a hallgatók helyett. A hallgatóknak kell bevinniük a matematikai formulákat. A Möbiusban 1 héttel később írták a tesztet a diákok, mint a zárthelyi dolgozat és akkor léptek be először a rendszerbe.

Összehasonlítva a 196 hallgató zárthelyi és Möbiusban elért eredményeit, az alábbi átlagértékeket és szórást kapjuk:

	zárthelyi dolgozat	Möbius teszt
Átlag	50,33%	48,77%
Szórás	21,11%	18,02%

1. táblázat
Dolgozat és teszteredmények



4. ábra
A hagyományos és Möbiusban elért teljesítmények különbsége

Mindössze 96 hallgató írt jobb eredményt a Möbiusban, mint hagyományosan. Ha dolgozatok közti különbséget bemutató grafikont vizsgáljuk, láthatjuk, hogy a trendvonal az $y=0$ egyeneshez igazodik. Ha az automatizmusokat a hallgatónak kell elvégeznie, a hagyományos és számítógépes számonkérés eredménye közelít egymáshoz. A Möbius tehát alkalmas a számonkérésre, a hallgatók felkészültségét jól jellemzi, míg az oktatói munkát a javítás szempontjából segíti.

4.Következtetések

A skálafüggetlen hálózatok eredményei tudományos törvények, amelyek segítséget adhatnak a jövőbeli döntések során. Segíthetnek megtalálni és a hallgatóinkkal is megismertetni, hogyan lehet optimalizálni a mérési helyzetekre való felkészülést. Ezen befolyásoló tényezők ismerete fontos a vizsgára felkészülő vagy a zárthelyi feladatssort összeállító és a feltételeket szervező vizsgáztató oktató és a vizsgán részt vevő hallgató számára is. Meg kell érteni, hogy mennyi teljesítmény kell a siker optimalizálásához, milyen egyéb körülmények adódhatnak, amik befolyásolhatják a mérés eredményét és objektivitását. Ha tudományos módszerekkel vizsgáljuk, megtanulhatjuk felmérni, hogy mi felett van hatalmunk és mi az, amit a véletlen szerencsére kell bízunk. Ebben az esetben vizsga szervezőként biztosíthatjuk, hogy az egyenlőség elve minél jobban tudjon érvényesülni. Odafigyelhetünk az önbeteljesítő véleményekre, arra hogyan tudjuk jobban motiválni a hallgatókat, nem törve le a szellemüket egy rosszul megfogalmazott értékeléssel.

A tanszéken figyelünk arra is, hogy lehetőleg egy tárgyból egyidőben legyen a számonkérés akkor is, ha ez nehezebb szervezéssel jár együtt a nagy évfolyamlétszámok miatt. A javításnál is jobb minél több részletet egy automatikus javítórendszerre bízni, még akkor is, ha ez személytelenebbnek tűnik és kevésbé képes szubjektív szempontokat figyelembe venni.

A hallgatókat megtaníthatjuk arra is, hogy mire érdemes egy vizsgaszituációban odafigyelni, amit későbbi pályafutásuk során jól tudnak alkalmazni. Megtaníthatjuk őket arra, hogy a szakmai felkészültségen kívül a szakmai karrier szempontjából mennyire fontos a kapcsolatépítés, a hálózatok lehetőségeinek kihasználása. A kevésbé látható hallgatók kompetenciáját fejleszteni kell, hogy minél több új kapcsolatot tudjanak szerezni. Ha észrevesszük oktatóként, hogy valakit az életkörülményei gátolnak a fejlődésben, akkor meg tudjuk adni a kezdőlökést. A reménybeli kezdőket stratégiai tanácsokkal és gyakorlati példákkal tudjuk segíteni. Azt is fontos alaposan mérlegelni, hogy egy döntésünkkel, értékelésünkkel véget vethetünk egy hallgató karrierjének. Ha állaspályázatról van szó, akkor megtaníthatjuk, hogy a teljesítmény mellé, amit nyilván alapos felkészüléssel tud elérni, milyen egyéb segítő stratégiákat tud használni. Ilyen lehet az időpont befolyásolása, hogy mennyire a vége felé kerüljön sor a meghallgatására, amikor a bizottság

már közeledik a folyamat vége felé, így egyre jobb kérdéseket tud feltenni és jobban tudja értékelni a hasonló válaszokat. Mennyire érdemes odafigyelni a saját megjelenésére, öltözködésére, pozitív megkülönböztetése alkalmas elemek használatára, amellyel kitűnhet az alkalmasak tömegéből és megkaphatja álmai állását.

De a legfontosabb, hogy azt láttassuk a hálózatok vizsgálatának eredményeiből, hogy mivel az értékelési folyamatok tökéletesen sohasem lehetnek objektívek, így bárki a jól felkészültek közül lehet sikeres, de ha tudja, hogy mindent megtett a teljesítményéért és mégsem jön össze a dolog, akkor nem kell hibáztatnia magát. Valószínű, hogy valami esetleges dolgon múltott. Mert a véletlen szerepe megkerülhetetlen és a legjobb módszer a befolyásolására az, ha újra és újra próbálkozunk.

A kutatásunk folytatása lehet annak vizsgálata, hogy a skálafüggetlen hálózatokban elfoglalt helyünk hogyan befolyásolható, milyen az a kisvilág, amelyben a kapcsolatainkat kialakítjuk, milyen stratégiákat tanulhatunk a kapcsolatok kialakítására és használatára a döntési helyzeteinkben. Sikereink vagy sikertelenségeink azoknak a bonyolult hálózatoknak a működésétől függ, amelyekben mi magunk mozgunk és élünk. Megtanuljuk felismerni azokat a hálózati navigációs lehetőségeket, amelyek a sikereinket formálják.

Irodalomjegyzék

- [1] Márton Pósfai, Jianxi Gao, Sean P. Cornelius, Albert-László Barabási, and Raissa M. D'Souza: Controllability of multiplex, multi-time-scale networks, *Phys. Rev. E* 94, 032316, 26 September 2016
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.032316>
- [2] Baruch Barzel, Yang-Yu Liu & Albert-László Barabási: Constructing minimal models for complex system dynamics, *Nature Communications* 6, Article number: 7186 (2015)
doi:10.1038/ncomms8186
<https://doi.org/10.1038/ncomms8186>
- [3] Barabási Albert-László: *A hálózatok tudománya Libri* 2016. ISBN 978-963-310-787-4
- [4] Renato Flores, Victor Ginsburgh: The Queen Elisabeth Musical Competition: How Fair is the Final Ranking, *Journal of the Royal Statistical Society*, 1996. 97-104.
<https://doi.org/10.2307/2348415>
- [5] Barabási Albert-László *A képlet Libri* 2019.
- [6] Robert Merton: The Self-Fulfilling Prophecy. *Antioch Review*, 1948: 193-210. ISBN 978-963-433-191-9
<https://doi.org/10.2307/4609267>
- [7] Klingné Takács Anna, Szigeti Márton: Graphs in the teaching of the analysis and in assesment, *REGIONAL AND BUSINESS STUDIES*, 2009, 57-63, ISSN 2061-2311

Formatív értékelés a statisztikaoktatás gyakorlatában

Bánhalmi Árpád

adjunktus

Budapesti Gazdasági Egyetem, Külkereskedelmi Kar, Társadalomtudományi
Módszertan Tanszék

E-mail: banhalmi.arpad@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_17](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_17)

Összefoglalás: A Budapesti Gazdasági Egyetem Külkereskedelmi Karán a kezdeti időkben a statisztika tárgyak előkészítésekor és tervezésekor kevésbé került fókuszba az értékelés formatív funkciójának a tanulás-szervezés folyamatába való tudatosabb, koherensebb beillesztése és ezáltal ennek az értékelési forma lehetőségeinek a kihasználása. Bevezetése viszont látványos teljesítmény- és attitűdjavulást eredményezett. A tanulmány bemutatja, hogy milyen hatást várhatunk el egy jól működő formatív értékelési folyamattól, és arra hívja fel a figyelmet, hogy a statisztika tárgyak curriculumtervezésénél vegyük figyelembe ezt a lehetőséget.

Kulcsszavak: formatív értékelés, statisztika, teljesítmény, attitűd

Abstract: In the early days at the Budapest Business School Faculty of International Management and Business, the use of the formative function of assessment did not arise in the design of statistics courses. The introduction of formative assessment resulted in a spectacular improvement in performance and attitude. The study demonstrates what effect we can expect from a well-functioning formative assessment process and draws attention to the fact that this possibility should be taken into account in the curriculum planning of statistics courses.

Keywords: formative assessment, statistics, performance, attitude

1. Az értékelés

A felsőoktatásban az egymással szorosan összefüggő tanulási, tanítási és értékelési folyamatok együttesen alakítják a hallgatók tudását [1]. Hétköznapi értelemben többnyire a tudás szummatív értékelésénél merül fel ennek a didaktikai területnek a jelentősége: a szemináriumvezetők, a tantárgyak előadói, a Tudományos Diákköri (TDK) bírálók és bizottságok munkái során, vagy éppen a szakdolgozat bírálók és államvizsgabizottságok tevékenységük során. A pedagógiai és szakmódszertanilag *átgondoltan felépített* esetekben azonban az értékelés szerepe és hatósugara nemcsak az összegzésre koncentrálódik, hanem folyamatosan *tudatosan kialakított* szerephez jut a tanítási-tanulási folyamat teljes kontinuumán [4].

Jelen tanulmányunkban ebből az oktatáselméleti alapvetésből kiindulva megvizsgáljuk, hogy a felsőfokú statisztikaoktatásban az értékelésnek egy sajátos formája, a véletlenszerűen válogatott kérdésekből felépülő gyakorló

feladatsor kitöltései utáni *azonnali visszajelzések* és *oktatóvideók* kombinálása, hathat-e a tanulási folyamatra, és ha igen, akkor milyen módon befolyásolja a tudás alakulását és a teljesítményt.

1.1. Az értékelés funkciói, módjai

Ebben a tanulmányban az *értékelés funkciói* közül elsősorban a tanulás *motiválását*, a *tanulási folyamat irányítását* és a hallgatói *tudás minősítését* szeretnénk kiemelni. Szeretnénk kihangsúlyozni, hogy nemcsak az értékelés szummatív szerepének van jelentősége, hanem a hallgató *metakogníciójának* is (azaz a saját tudásáról való tudásának). A *visszajelzéseknek* fontos szerepe lehet a hallgatók fejlődésében, az adott tárggyal kapcsolatos tudás és attitűdök alakulásában is. Ha azt szeretnénk, hogy mindhárom funkció egy értékelési rendszeren belül töltsen be a feladatát, akkor legalább két *párhuzamos* értékelési folyamatnak kell az értékelés rendszerében működni: egy formatív és egy szummatív részfolyamatnak [3]. Míg a szummatív értékelés a félév végi összegző értékelés és a hallgató – folyamat végi – tudását minősíti, addig a formatív értékelés a tanulási-tanítási folyamat irányításában és a tanulás motiválásában játszhat döntő szerepet, miközben azt is jelzi, hogy a hallgató éppen hol tart a tudás alakulásában. Ezen túlmenően a formatív értékelés *kiválthatja a hallgató reflexióit* arra vonatkozóan, hogy milyen elakadásai vannak, hol érzi azt, hogy nem tud továbblépni egy feladatban, és persze *tartalmazhatja a visszajelzéseket* minderre vonatkozóan és azzal kapcsolatban, hogy a hallgató hibázásai, megtorpanásai milyen jellegűek és azok *hogyan küszöbölhetőek ki*. (Ennél is komplexebb lehet egy formatív értékelési folyamat, például a tanulói, hallgatói kurzusportfóliók esetében.) A jelen tanulmányban taglalt formatív értékelési mód a fentiekhez képest határozottan szűkebb értelmezési keretű, mert adaptívan igazodik a képzés hallgatói létszámához és az oktatói erőforrásaihoz, ezt részletesebben a 2.1.-es alponban fejtjük ki.

2. Az értékelési módok alkalmazásának változásai a Budapesti Gazdasági Egyetem Külkereskedelmi Karán a statisztikaoktatásban

Karunkon a statisztika tantárgyak esetében folyamatosan napirenden lévő cél volt a hallgatók *teljesítményének* javítása és az is, hogy egyik hallgató se juthasson jogosulatlan előnyhöz és ne érje méltatlan hátrány, azaz legyen „igazságos” az értékelésük. Azt, hogy első megközelítésben milyen követelményeket támaszthatunk a „jól működő” értékeléssel szemben, Csapó Benő [2] javaslata alapján a klasszikus tesztelmélet jól bevált kritériumaival adjuk meg. Természetesen szó sincs arról, hogy a felsőoktatásban az egyes kurzusokon a *klasszikus tesztelmélet* módszereivel mérnénk a hallgatók teljesítményét, csak azt használjuk ki, hogy a klasszikus tesztelmélet méréseihez az értékelés jellemzésére is jól használható, közérthető „jóságjellemzőket” dolgoztak ki. Így fontos kritériumok lehetnek az értékelés

kapcsán is az *objektivitás* (miszerint a tárgyyszerű értékelés csak előre meghatározott szempontoktól függhet); a *validitás* (azaz annak érvényessége, hogy ténylegesen azt értékeljük, amit eredetileg szándékoztunk) és a *reliabilitás* (annak a megbízhatósága, hogy ismételt eljárás esetén is ugyanahhoz az eredményhez jutunk). A *jó differenciáló erővel* rendelkező értékeléssel különbséget tehetünk bármelyik két hallgató tudása között, a *pontoság* pedig azt mutatja meg, hogy mi az a legkisebb különbség, amit az értékeléssel még kimutathatunk.

Korábban, amikor a számítógépek használata nélkül folyt az oktatás, és „papíron ceruzával” történt a számonkérés, kizárólag az összegző-lezáró funkció került fókuszba és időnként *sérült* az *objektivitás* (például az utólagos javítási lehetőség felmerülése, elbírálása és kihasználása kapcsán), vagy a *validitás* (például mert valamilyen egyéb statisztikán kívüli terület ismeretére szükség lett volna egy részpontoszám megszerzéséhez vagy esetleg a helyesírás okozott pontlevonást). A számítógépes oktatásra való áttérésnél sem javult ebből a szempontból a helyzet. Sajnos az értékelési módszerek valójában nem fejlődtek, a szemináriumvezetők az elektronikusan kitöltött tesztek egyesével manuálisan javították – továbbra is a lezáró funkcióra összpontosítva. Ebben az értékelési rendszerben tehát egyetlen, *kétes* objektivitású és validitású szummatív értékelési folyamat volt jelen – a formatív értékelési folyamat és azok mozzanatai hiányoztak.

A szummatív értékelés *objektivitásának* garantálása érdekében bevezettük az „önjavító” elektronikus tesztek, amik külső tanári beavatkozás nélkül automatikusan és azonnal kijavítják a hallgatók dolgozatait. Sokáig kétely gyötörte a statisztikát oktató kollégákat, hogy bizonyos tudáselemeket – például az értelmezéseket – nem lehet „önjavító” tesztekkel számonkérni, de szerencsére – kreatív ötletekkel – sikerült megoldást találni erre a problémára is (lásd erre példaként az 1., 2. ábrát). A szummatív értékelés automatizálása az értékelés objektivitásának a kérdését megoldotta, a *validitását* pedig a feladatok szigorú lektorálása, a használat közbeni ismétlődő ellenőrzése, és a hallgatói válaszok monitorozása igyekszik szavatolni. A szummatív értékeléshez létrehozott adatbázis magyar tagozaton közel 150 000, angol tagozaton mintegy 36 000 feladatot tartalmaz (az angol kérdésbankot jelenleg fejlesztjük). A feladatok az egyes témakörökhöz kapcsolódó típusfeladatokból állnak, számos variánssal. A tesztfeladatok többsége valódi adatbázisokra, vagy azok szimulált változataira vonatkozik, ügyelve arra, hogy az alapadatok olyanok legyenek, amelyekkel a hallgatók később a munkahelyükön, vagy a további tanulmányaik során találkozhatnak. Egy, az alapösszefüggések használatát és a helyes értelmezést felmérő kérdést mutat az 1. ábra, a 2. ábra pedig egy nagyméretű, szakmailag releváns adatbázisra vonatkozó kérdést illusztrál.

5. 4 pont

Egy cég két egymást követő év forgalmi adatainak vizsgálata során a következő mutatókat kaptuk:

$$I_V = 1,06$$

$$I_Q^{-1} = 1,01$$

$$I_Q^F = 0,96$$

Elemesse az ár-, érték- és volumenváltozást a tanult módszerekkel!

Megoldás:

% -kal átlagosan
 % -kal együttesen
 % -kal pontosan
 % -kal együttesen

- % -kal az árak;
- bázisidőszaki % -kal az árak;
- tárgyidőszaki % -kal az árak;
- a Fisher-féle indexszel számolva % -kal az árak;
- bázisidőszaki súlyozva % -kal a forgalmazott mennyiség;
- tárgyidőszaki súlyozva % -kal a forgalmazott mennyiség;
- a Fisher-féle indexszel számolva % -kal a forgalmazott mennyiség.

Forrás: Saját szerkesztés

1. ábra

Egyszerű számolást és értelmezést tartalmazó feladat a statisztika feladatbankból

2. 6 pont

*****A mellékelt Excel fájl alapján válaszolja meg az alábbi kérdéseket*****

a) Elemesse 2016. 1. negyedévében Nyugat-Dunántúl régióban a társasházi téglalakások alapterülete és eladási négyzetméterára közti lineáris kapcsolat erősségét és természetét!

$C =$ Az alapterület és az eladási négyzetméterár között

$r =$ Az alapterület és az eladási négyzetméterár között irányú kapcsolat van.

$r^2 =$ Az % -ban határozza meg az .

$\hat{y} =$ - · x

A b_0 mert . A b_1 jelentése: Az m²-rel lakások négyzetméterára e Ft-tal a lineáris regressziófüggvény szerint.

b) Határozza meg és értelmezze az elaszticitást 166 m² alapterület esetén!

$E =$

Az % -kal lakások átlagosan % -kal a 166 m² alapterület környezetében, a lineáris regressziófüggvény szerint.

c) Készítsen tapasztalati regressziót, majd határozza meg és értelmezze a korrelációs és determinációs hányadost! A tényezőváltozó csoportosítását az optimális számú, egyenlő hosszúságú osztályközökbe sorolással végezze!

$\eta =$

$\eta^2 =$

Az alapterület és a négyzetméterár között kapcsolat van;

% -ban határozza meg .

d) Becsülje meg 95%-os megbízhatósággal egy 171 m² területű lakás négyzetméterárát!

95%-os megbízhatósággal egy 171 m² területű lakás négyzetméterára e Ft és e Ft közé esik az alapsokaságban a lineáris regressziófüggvény alapján.

e) Becsülje meg 91%-os megbízhatósággal a 170 m² területű lakások átlagos négyzetméterárát!

91%-os megbízhatósággal a 170 m² területű lakások átlagos négyzetméterára e Ft és e Ft közé esik az alapsokaságban a lineáris regressziófüggvény alapján.

Forrás: Saját szerkesztés

2. ábra

Valószínű adatokat tartalmazó adatbázisra vonatkozó feladat a statisztika feladatbankból

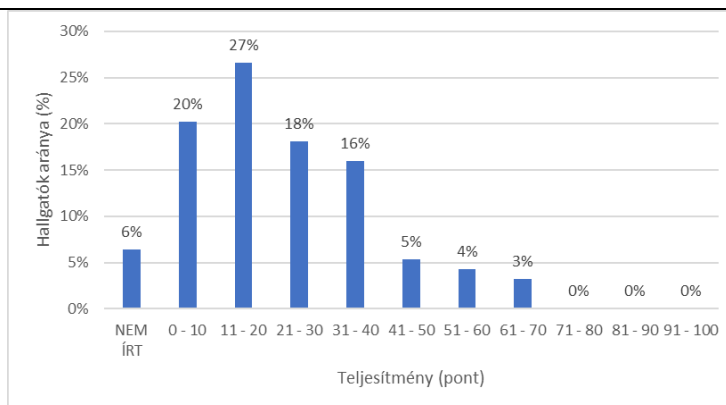
2.1. A tanulási-tanítási folyamat és a formatív értékelési mozzanatok illesztési lehetőségei

A curriculum szerint elvárt tanulási eredményeket kell figyelembe venni a *formatív értékelés* kialakításánál is – nem csak a szummatívnál –, ellenkező esetben *funkciózavarral* számolhatnánk, továbbá *sérülne a formatív értékelés validitása*, azaz, hogy *nem azt értékeljük*, amit a curriculum alapján értékelnünk kellene. A megfelelő, *funkcióját betöltő*, valid formatív értékelés érdekében a teljes feladatbank alapján a félévközi és vizsgadolgozatokhoz gyakorló feladatsorokat állítottunk össze. A gyakorló feladatsor tetszőlegesen sokszor kitölthető, véletlenszerűen tartalmazza az egyes feladattípusok valamelyik változatát, a feladatsoron belül véletlenszerű sorrendben. A gyakorló teszt kitöltése után *azonnali értékelést* kap a kitöltő, és megnézheti a helyes válaszokat; amit nem tudott, annak késlekedés nélkül utánanézhethet egy – a feladatra vonatkozó – rövid oktatóvideóban, *korrigálhatja* a hiányosságait. Az elméleti és a gyakorlati-feladatmegoldó részhez külön gyakorlótesztek tartoznak, és a *tesztre trenírozódást* – szükség esetén bővíthető – nagyszámú feladatvariánssal zárjuk ki. Tapasztalatunk szerint a gyakorlótesztek és a videók együttesen formatív funkciókat töltenek be és *jelentősen növelik* a hallgatói teljesítményt, illetve *nagy mértékben javítják* a hallgatók attitűdjét.

3. Az alkalmazott formatív értékelési eljárás hatása a teljesítményre

Vizsgálatunk szempontjából a legfontosabb annak a megállapítása, hogy a – teljeskörűen – megfigyelt évfolyamok mekkora hányadának volt *50% feletti* a teljesítménye, változott-e a formatív értékelés bevezetésének hatására a *tárgyat teljesítők* aránya.

A 2021-2022-es tanév *angol tagozatos* évfolyamában (3. ábra) jellemzőek voltak az alacsonyabb pontszámok, a hallgatók 94%-a nyújtott legfeljebb 50%-os teljesítményt. Az évfolyam *7%-a teljesítette* a tárgyat.

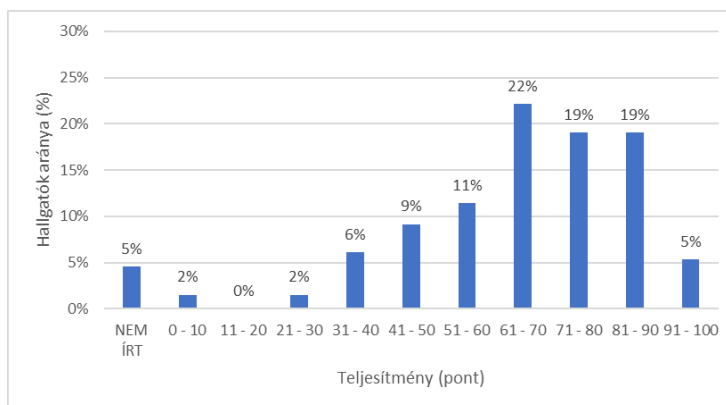


Forrás: Saját szerkesztés

3. ábra

Az angol tagozat teljesítményének pontszám-megoszlása a szorgalmi időszak végén, plusz pontok nélkül. 2021-2022-es tanév, őszi szemeszter, *Statistika és valószínűségszámítás alapjai*

A 2022-2023-as tanévben az angol tagozatos évfolyamban (4. ábra) a hallgatók 23%-ának volt legfeljebb 50%-os a teljesítménye, a hallgatók 77%-a teljesítette a tárgyat.



Forrás: Saját szerkesztés

4. ábra

Az angol tagozat teljesítményének pontszám-megoszlása a szorgalmi időszak végén, plusz pontok nélkül. 2022-2023-as tanév, őszi szemeszter, *Statistika és valószínűségszámítás alapjai*

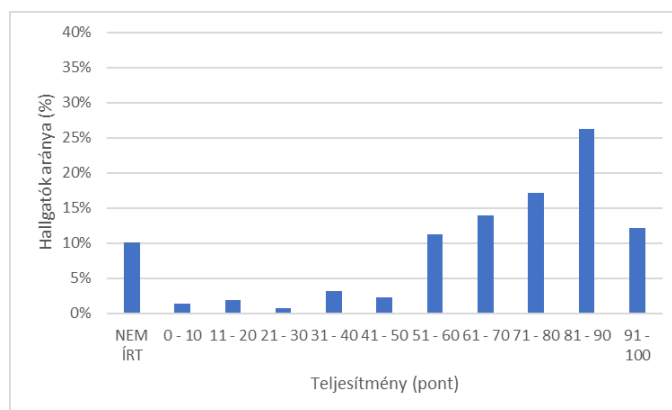
3.1. A teljesítményre ható tényezők elemzése

Az évfolyam teljesítményében bekövetkező *radikális változás* elemzése kapcsán mindenképpen végig kell gondolni a változás hátterének lehetséges *okait*. Fontos megvizsgálnunk, hogy a két évfolyam teljesítményének az eltérése mögött milyen *külső* és *belső* tényezők hatásai állhatnak. *Külső tényezők* alatt a tanulási-tanítási-értékelési folyamaton *kívüli* eseményeket értjük, például – de nem kizárólagosan – a pandémiát, bizonyos demográfiai változásokat és a felvételi rendszer változásait (a felvételhez szükséges minimális felvételi pontokat, a felvételhez szükséges érettségi szintjének és

egyéb feltételek módosulását). *Belső tényezők* alatt pedig az évfolyamok eltérő *összetételét* és a tanulási-tanítási folyamat *szerveződésének* eltérését értjük.

3.1.1. A teljesítményre ható lehetséges külső tényezők elemzése

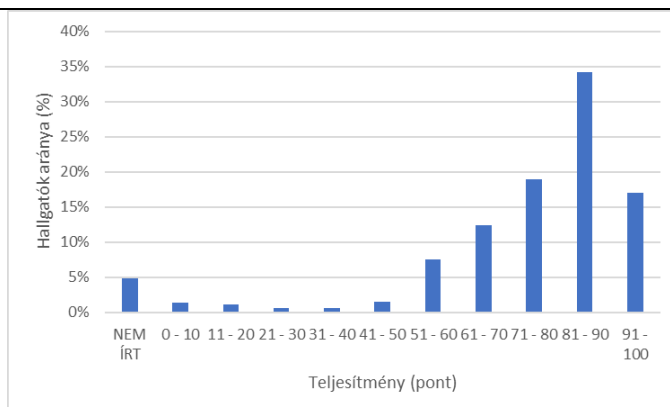
Az összes külső tényezőt, ami a két angol tagozatos *teljes évfolyam* (2021-2022 és 2022-2023) statisztika teljesítményére hathatott, nem tudjuk – és nem is kívánjuk – számba venni. Ezen külső tényezők hatását *együttesen* igyekszünk kimutatni. Ennek érdekében összevethetjük az *angol tagozatos* évfolyamok és a párhuzamos *magyar tagozatos* évfolyamok teljesítményváltozását. Azt feltételezzük, hogy ha volt olyan *külső* esemény, ami jól érezhetően befolyásolta az angol tagozatosok tanulási folyamatát, annak a magyar tagozatosok teljesítményére is hatással kellett lennie. A két *magyar tagozatos* évfolyam teljesítménye között szignifikáns különbség van – például a 2022-2023-as tanévben 13 százalékponttal magasabb volt a 80 pont felett teljesítők aránya, mint az előző tanévben –, de a két megoszlás lényegében azonos alakú, illetve a gyengén, közepesen és jól teljesítők aránya hozzávetőlegesen megegyezik. A magyar tagozaton mindenesetre nem tapasztaljuk, hogy az *50% felett teljesítők* aránya drasztikusan változott volna – amit az angol tagozaton megfigyelhettünk. Ez azt a vélekedésünket erősíti, hogy az *angol tagozat* pontszám-megoszlásának alakja nem külső tényező hatására változott meg.



Forrás: Saját szerkesztés

5. ábra

A magyar tagozat teljesítményének pontszám-megoszlása a szorgalmi időszak végén, plusz pontok nélkül. 2021-2022-es tanév, őszi szemeszter



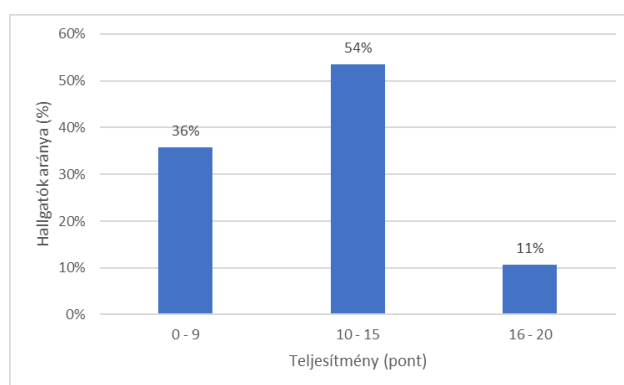
Forrás: Saját szerkesztés

6. ábra

A magyar tagozat teljesítményének pontszám-megoszlása a szorgalmi időszak végén, plusz pontok nélkül. 2022-2023-as tanév, őszi szemeszter

3.1.2. A teljesítményre ható lehetséges belső tényezők elemzése

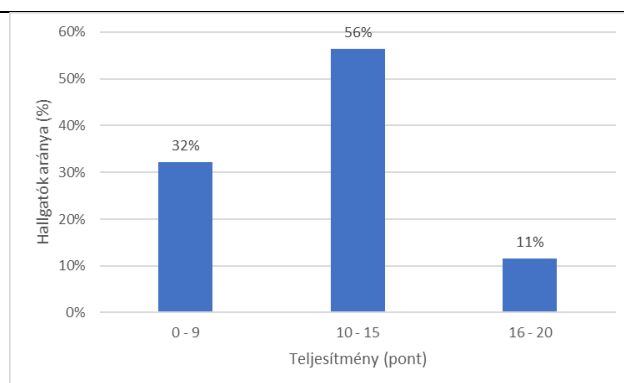
A statisztikát általános és középiskolában a matematika tantárgy keretében tanítják. Mindkét évfolyam közvetlenül az első évfolyamra történő beiratkozása után *szintfelmérő tesztet* írt matematikából, így *egy bizonyos szempontból* ellenőrizhető, hogy a két évfolyam „összetétele” lényegesen eltér-e egymástól. A 2020-ban beiratkozott évfolyam a 2021-2022-es, a 2021-ben beiratkozott a 2022-2023-as tanévben vette fel a Statisztika és valószínűségszámítás alapjai tantárgyat. A két megoszlás hasonló (7. és 8. ábra), a lényeges kategóriákba – gyenge-közepes-erős matematikai előismeretek – a hallgatók megközelítőleg azonos hányada esik. A 2021-2022-es tanévben a gyengébb statisztika teljesítményt nem okozhatta az, hogy abban az évfolyamban a gyenge matematikai előismeretekkel rendelkezők aránya nagyobb – hiszen ez az arány alig változott.



Forrás: Saját szerkesztés

7. ábra

A 2021-2022-es tanév, őszi szemeszter angol tagozat matematika szintfelmérő teljesítményének pontszám-megoszlása



Forrás: Saját szerkesztés

8. ábra

A 2022-2023-as tanév, őszi szemeszter angol tagozat matematika szintfelmérő teljesítményének pontszám-megoszlása

A 2022-2023-as angol tagozatos évfolyam Statisztika és valószínűségszámítás alapjai tárgyánál alkalmaztuk a *formatív értékelést* – a gyakorlósorok visszajelzéseit és az oktatóvideókat –, míg az előző évben még nem. A ZH-k száma megváltozott, a hallgatók tanulási folyamatához jobban illeszkedő rendszert vezettünk be, a félév közepi és félév végi két zárthelyi dolgozat helyett négy zárthelyi dolgozatot írt az évfolyam a félév során egyenletesen elosztva. A tananyag tartalmának változása (a kapcsolatvizsgálat témaköre átkerült a következő féléves Üzleti statisztika tárgyba, ahová a tantárgyleírás szerint tartozik; illetve a területi indexek és az indexsorok számonkérése az elméleti kérdések közé került) önmagában nem indokolja az évfolyam teljesítményében bekövetkező ugrásszerű változást.

4. Következtetés

A jelen tanulmányban feltárt összefüggések a felsőfokú statisztikaoktatás sikeressége szempontjából nagyon fontos *gyakorlati* következménnyel járnak. A tanulási-tanítási-értékelési folyamat jól átgondolt átszervezésével a hallgatók teljesítménye nem várt mértékben növelhető *a tananyag tartalmának csökkentése nélkül*; a teljesítménynövekedéssel párhuzamosan a hallgatók statisztikával kapcsolatos attitűdjének javulása is várható.

Irodalomjegyzék

- [1] Biggs J., Tang C.: Teaching for Quality Learning at University. ISBN 13: 978-0-33-524275-7, ISBN 10: 0-33-524275-8, eISBN: 978-0-33-524276-4, The McGraw-Hill Companies, Glasgow, 2011;
- [2] Csapó B. (szerk.): Az iskolai tudás. ISBN 963 389 246 5, ISSN 1218-9855, Osiris Kiadó, Budapest, 2002;
- [3] Falus I. (szerk.): Didaktika – Elméleti alapok a tanítás tanulásához. ISBN 978 963 19 5296 4, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., Budapest, 2003.
- [4] Walsh, A. (2007) An exploration of Biggs' constructive alignment in the context of work-based learning, *Assessment and Evaluation in Higher Education*, 32, 1: 79-87.
<https://doi.org/10.1080/02602930600848309>

Az előhívási hatás megjelenésének lehetősége Gazdasági matematika előadáson

Erdélyi Éva^{1,2}, Lőrincz Sándor^{1,2}, Mészárosné Boruzs Livia¹, Ittész
András^{1,3}

¹BGE KVIK Üzleti Elemzés Módszertan Tanszék

²MTA-ELTE Matematika Tanulásméleti Kutatócsoport

³MATE MATI Alkalmazott Statisztika Tanszék

E-mail: szaboneerdelyi.eva@uni-bge.hu; lorincz.sandor@uni-bge.hu;
meszarosne.boruzslivia@uni-bge.hu; ittesz.andras@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_18](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_18)

Összefoglalás: A Gazdasági matematika tárgy keretein belül azt vizsgáltuk, hogy az előadás utáni tesztelés milyen hatással van a vizsgaeredményre. Az évfolyamot három csoportra osztottuk, és különböző tesztelési módszereknek vetettük őket alá. A módszer kiválóan működött, amikor a gyakorlatok végén írtunk emlékeztető teszteket. A mostani kísérletben a két kísérleti és a kontrollcsoport vizsga eredményei között nem volt kimutatható különbség.

Kulcsszavak: gazdasági matematika, tesztelési hatás, hosszútávú tudás, oktatásmódszertani kísérlet

Abstract: Within the framework of the business mathematics subject, we investigated the effect of retrieval practice on exam results. We divided the students into three groups and subjected them to different testing methods. The method worked excellently when the tests were written at the end of the practice classes. In the current experiment, it was done in lectures and there was no detectable difference between the exam results of the control and tested groups

Keywords: business mathematics, testing effect, long-term knowledge, educational method experiment

1. Bevezetés

A kognitív idegtudományok tanulási folyamatot érintő egyik legszemléletformálóbb XXI. századi eredménye [2] az, hogy a hosszú távú memóriába való rögzítésnek elengedhetetlen feltétele az előhívás. Az előhívási, vagy más néven tesztelési hatás előidézhető a tanulási folyamatot közvetlenül követő teszteléssel. Az óravégi tesztelés hatékonyságát több ezer kísérlet igazolta, egyre többen alkalmazzák világszerte [1].

A Budapesti Gazdasági Egyetemen (BGE) a Gazdasági matematika tantárgy keretein belül azt vizsgáltuk, hogy az előadás végi tesztelés milyen hatással van a hallgatók zárhelyi dolgozatokon elért pontszámaira. Az évfolyamot három, körülbelül 200 fős csoportra osztottuk, és különböző tesztelési módszereknek vetettük őket alá. A módszer kiválóan működik, amikor a gyakorlatok végén írunk emlékeztető teszteket a diákok [16]. Kísérletünkben utótesztet is

alkalmaztunk, továbbá a szemináriumi oktató hatást is vizsgáltuk. Dolgozatunkban ezt, az egy teljes félévig tartó újszerű kísérletet mutatjuk be, valamint elemezzük a tesztelési hatás hatékonyságát mind előadáson, mind gyakorlaton íratott tesztek esetében.

2. A tesztelési hatás

Teszteléses- vagy előhívásos tanulásnak hívjuk a tanulásnak azt a formáját, amikor az elsajátítandó információ újraolvasása vagy újratanulása helyett azt aktívan előhívjuk a memóriából (angolul test-enhanced learning, retrieval-enhanced learning). A teszteléses elnevezést az indokolja, hogy amikor valakivel előhívjuk a tananyagot, akkor azt teszteljük, hogy mi maradt meg a tanultakból. Ez az elnevezés kicsit megtévesztő, mert magát az előhívást, azaz a tudás-tesztelést tesztekkel, azaz kisebb felmérőkkel, dolgozatokkal idézik elő [10]. Megkülönböztetjük a „normál” és a kumulatív tesztelést. Az előbbi azt jelenti, hogy a tanulási folyamat után közvetlenül, esetleg később is teszteljük a meglévő tudást, kumulatív tesztelésnek pedig azt hívjuk, amikor egy időben elhúzódó tanulási folyamat közben rendszeresen tesztelünk az addigi összes anyagból. Például, a hetedik héten visszakerdezzük a második és a hetedik heti anyagra is.

2.1. Eddigi eredmények

A tesztelési hatás hatékonyságát különféle gyakorlati tesztekkel, sokféle tananyaggal és különböző korcsoportokon bizonyították [6], beleértve a felsőoktatást is [3]. Ezeket a kísérleteket többnyire laboratóriumi környezetben végezték, és a tanulandó anyag általában szövegek vagy szavak memorizálása volt. Csak korlátozott számú kísérlet folyt valós oktatási környezetben [5] [8] [9]. Ezekben a kísérletekben kiderül, hogy a tesztelés nemcsak a szóról-szóra megőrzés hatékonyságát növeli - szemben az újraolvasással -, hanem az újonnan megszerzett tudás alkalmazását is. Smith és Karpicke [12] kimutatta, hogy a tesztekkel tanuló csoportok az adott szövegen belüli információ szintézisét igénylő feladatokban is jobban teljesítenek a kontrollcsoportnál. Azt is igazolták, hogy az előhívási hatás segítségével megszerzett tudás nemcsak a szöveg adott tárgyán belül bizonyul alkalmazhatóbbnak, hanem átvihető más területekre is [3] [14].

Ami a tesztelés formáját illeti, mind a rövid-, mind a feleletválasztós tesztek hatékonyabb tanulási módszerek, mint az újraolvasás. A tesztelési hatással kapcsolatos eredmények alapján kimondható, hogy az előhívással való tanulás az egyik leghatékonyabb tanulási technikának tekinthető [1] [4] [6] [7] [11]. Vannak azonban olyan területek, ahol a tesztelési hatás kimutatása egyelőre ellentmondásos, elsősorban a kisszámú kísérlet miatt. Ilyenek a deduktív következtetéseket igénylő és a matematikai gondolkodást igénylő feladatok [13].

2.2. Tesztelés és matematika

A teszteléses tanulást eddig még kevesen vizsgálták a matematika területén, ahol nem csak lexikális tudás visszaadására van szükség, hanem megértésre is. A matematikában feladatmegoldásoknál, a bizonyításoknál, sőt nem ritkán definíciók, fogalmak esetén is szükség van megértésre. Az egyik első ilyen matematikai kísérlet egy középiskolai kísérlet [15] volt, ahol egy hátrányos helyzetű szakiskola 9. osztályos tanulóit geometriából teszteléses módszerrel tanították négy hétig, tizenegy tanórán keresztül. A kísérleti csoport nemcsak felülmúlta a saját iskolájában lévő kontrollcsoportot, hanem tudásban felzárkózott egy elit gimnázium hasonló osztályához, ahol tizennyolc órában tanulták ugyanazt a tananyagot.

Az ELTE matematikatanár szakos hallgatói körében egy 75 fős kísérletet végeztek [16]. A hatvan perces közös előadásokat kilencven perces 16-18 fős gyakorlatok követték. A kísérleti csoport minden gyakorlat után egy aznapi anyaghoz kapcsolódó, két feladtból álló 5-8 perces kis dolgozatot írt. A kísérleti csoport az első zárthelyin tizenhét, a másodikban harminc százalékkal múlta felül a kontrollcsoport teljesítményét, és fél évvel később ez a különbség nőtt. A különbség a kumulatív és a normál tesztelésnél is megmutatkozott.

3. A kísérlet

Kísérletünket a BGE KVIK elsőéves Gazdasági Matematika tárgyából végeztük a 2021/22 tavaszi félévében, analízis témakörben (ami a tantárgyból megszerezhető összpontszám 84%-át jelenti, a maradék a lineáris programozás témakörhöz tartozik). Elsősorban azokra a hallgatói csoportokra összpontosítottunk, ahol zömében a tantárgyat először felvevő diákok voltak, és ahol a gyakorlatvezető oktatóknak legalább két csoportja volt. A kísérletben 436 diák vett részt, ennyien írták meg ezekben a csoportokban az 1. és a 2. zárthelyi dolgozatot is. A tantárgyhoz három előadás és sok gyakorlati csoport tartozott, az elemzésben 14 gyakorlati csoport vett részt. A gyakorlatok közül 5-öt az „A” oktató, 7-et a „B” oktató, 2-t a „C” oktató tartott. Az előadásokon és a gyakorlatokon részvevő hallgatók száma az 1. táblázatban látható. A három előadás online zajlott. Az 1., 2., 3. előadásokon rendre 125, 145, 144 hallgató vett részt. Az oszlopok az oktatókat jelölik, az „A” oktatónak például a 5 gyakorlati csoportjából rendre 42-an, 49-en és 58-an jártak az 1., 2., 3. előadásokra, és írták meg mindkét zárthelyit.

	A	B	C	Össz
1. előadás	42	68	15	125
2. előadás	49	75	21	145
3. előadás	58	66	20	144

Forrás: saját szerkesztés

1. táblázat

A létszámok (414 fő) eloszlása a gyakorlatvezetők (A, B, C) közt

Az 1. és 2. előadáson a hallgatók minden elméleti óra végén egy két kérdésből álló tesztet töltöttek ki. Az egyiken normál tesztelés volt csak az aznapi anyagból, a másikon kumulatív tesztelést alkalmaztunk. Az óravégi feladatok hasonlóak voltak az előadáson és gyakorlaton vett feladatokhoz, és így természetesen a későbbi zárthelyi feladatok részfeladataihoz is. Például a harmadik előadás végén a normál teszteléses csoportban feladott tesztkérdések az 1. ábrán láthatóak. Mindkét feladat 1-1 pontot ért. A C oktató kontroll előadásán egy meghatározott füzetképet kellett feltölteni a hallgatóknak az előadásról.

Két hipotézist állítottunk fel:

1. A teszteléssel tanuló csoportok teljesítménye jobb lesz a zárthelyiken.
2. A teszteléses csoportok teljesítménye a második zárthelyin még jobban elválík az kontrollcsoport teljesítményétől, mint az elsón.

A feladatok az előadás Coospace felületén voltak elérhetőek, a teszteket a rendszer pontozta. A félév végén a legjobb 5 teszt eredményét vettük figyelembe Ezekre az előadásos feladatokra így maximum 1, pontot lehetett kapni. Ez a pontszám egészítette ki a zh-kon szerezhető maximum 90 pontot, így a megszerezhető pontok 10 %-át jelentette. Mindhárom előadó és mindhárom gyakorlatvezető tapasztalt oktató volt, több éve tanítják a tantárgyat. A gyakorlatokat minden oktató az általa eddig megszokott módon, jelenléti oktatásban tartotta. Ugyanazokkal a feladatsorokkal dolgozott mindenki. Az előadás online zajlott, minden előadó ugyanazokat a diasorokat vetítette. A tananyag követte a tárgy követelményrendszerét.

1.	1 pont
Adja meg a következő függvény elsőrendű deriváltjának helyettesítési értékét az $x=1$ helyen. $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x^3} + 7x$	
2.	1 pont
Adja meg a következő függvény elsőrendű deriváltjának helyettesítési értékét az $x=1$ helyen. $f(x) = e^{4x^2-4}$	

Forrás: Coospace képernyő

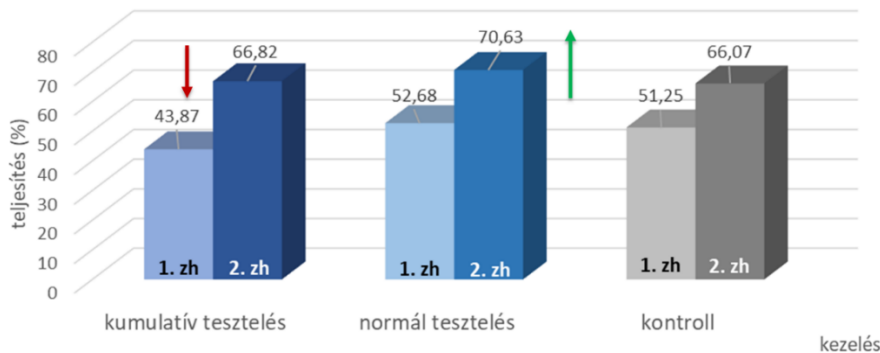
1. ábra

Egy teszt két feladata a differenciálszámítás témakörből a Coospace felületen

4. Eredmények

A kísérletben résztvevő hallgatók két analízis témakörben írt zárthelyi dolgozatának a pontszámát, a félév végi összpontszámát és gyakorlati jegyeit

vizsgáltuk. Összehasonlítottuk a hallgatók dolgozatokon elért eredményeit (átlagos pontszámukat százalékban megadva) előadásonként, és azt tapasztaltuk, hogy nincs szignifikáns különbség a különböző teszteléseken átesett csoportok eredményei között. Az eredmények a 2. ábrán láthatók.



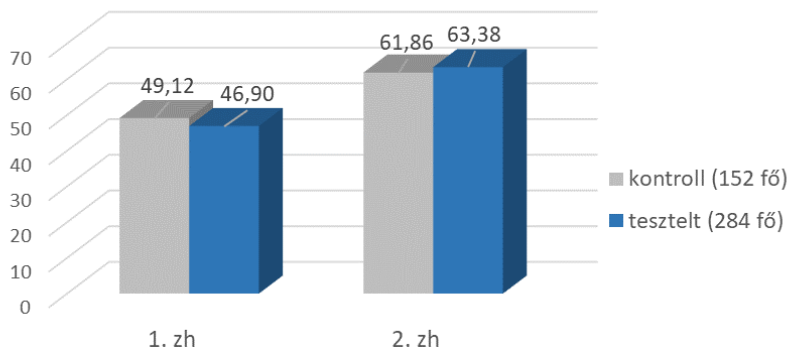
Forrás: saját felmérés alapján

2. ábra

Gazdasági matematika analízis dolgozatainak átlagos eredménye a kísérleti csoportokban, százalékban kifejezve

A szakirodalmi jó tapasztalatok alapján meglepő, hogy az 1. zh-n a kumulatív teszteléses csoport (13,72%-kal) gyengébben teljesített a kontrollcsoportnál. Ha ez szignifikáns lenne, a módszer kontraproduktívására következtethetnénk. A további elemzésekben a kontrollcsoport és a tesztelt hallgatók összevont eredményeit hasonlítottuk össze.

Tesztelés hatása



Forrás: saját felmérés alapján

3. ábra

Gazdasági matematika számonkérések eredménye (százalékos teljesítés)

A 3. ábrán látható az összevont kísérleti és kontroll csoportok átlagos eredménye a két zárthelyi dolgozathoz. A két csoport összesített eredménye közt nem volt szignifikáns különbség. Az első zárthelyin a teszteléses csoport kb. 47%-ot, a kontrollcsoport 49%-ot ért el, a második zárthelyin kb. 63%-ot illetve 62%-ot. Látható, hogy a 2. zh-ra javult a tesztelt csoportok eredménye

a kontrollcsoporthoz képest. Mindkét zárthelyin a csoportok közti eltérés 2,5 %-on belül volt, így ha szignifikáns különbség lenne a csoportok közt, akkor is megkérdőjelezhető lenne a kísérlet hatása.

Kíváncsiak voltunk arra, hogy a hallgatók teljesítményére hatással van-e a szemináriumi oktatójuk (2. táblázat). A féléves összpontszámban és a gyakorlati jegyekben sincs szignifikáns különbség, tehát a kísérletben kiküszöböltük a tanári hatást.

oktató	féléves összpontszám	gyakorlati jegy
A	55,95	2,53
B	55,10	2,77
C	52,51	2,38

Forrás: saját felmérés alapján

2. táblázat

A tantárgyból összesen szerzett átlagos pontszám és a gyakorlati jegyek átlaga, a pontszám eredmények (maximum 100 pont volt elérhető) a százalékot is jelentik

Nagy létszámú csoportokban, előadáson, és online teszteléssel végzett kísérletre nem ismertek eredmények a szakirodalomból. Feltételezhető, hogy a módszer ilyen helyzetben nem működik. Egy másik különbség a [16] kísérlethez képest a tananyag. Ezért ugyanezekkel a feladatsorokkal és módszerrel (azonos oktatói csoporttal) oktatott hallgatókon a tantermi oktatás keretében is elvégeztük a kísérletet. Ugyanennek az évfolyamnak az angol képzésén 213 fővel annyi különbséggel alkalmaztuk a módszert, hogy a gyakorlaton, kis létszámú jelenléti csoportban és papíron írták a hallgatók a „memória versenynek” nevezett, szintén két feladatból álló kisdolgozatokat. Ezek pontszáma nem számított be a féléves összpontszámba. A 4. ábrán látható, hogy mekkora sikerrel járt a módszer alkalmazása szemináriumi körülmények között, ugyanazzal a tananyaggal, ugyanazzal az oktatói közösséggel tanítva. A kontrollcsoport teljesített a leggyengébben (3. táblázat), és a két teszteléses módszer között is szignifikáns különbség volt kimutatható.

	D	E	F	Össz.	gyakorlati jegyek átlaga
kontroll	58	31	0	89	1,74
kumulatív tesztelés	0	28	31	59	2,63
új tesztelés	0	65	0	65	3,25

Forrás: saját szerkesztés

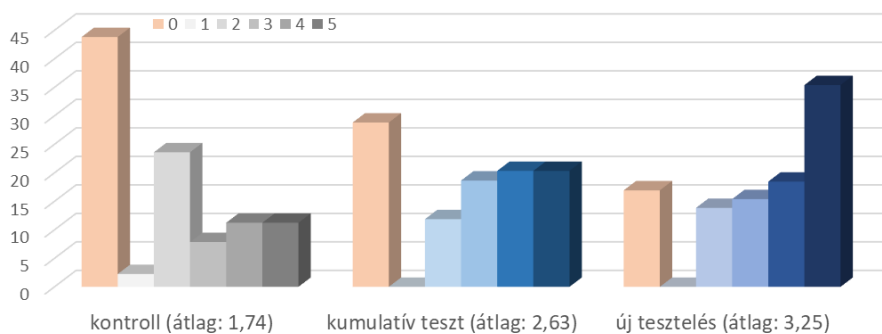
3. táblázat

Az angol képzés csoportjainak létszáma és a gyakorlati jegyek átlaga, a létszámösszetétel oktatónként (D, E, F) adott a kísérleti csoportokra

A kumulatív tesztelési módszerrel oktatott hallgatóknak a félév végi gyakorlati jegy átlaga kb. 0,9-del jobb lett, mint a kontroll csoporté, az ún új teszteléses módszernél (normál, csak az adott órai tananyagból írnak ugyanannak az

órának a végén, amikor tanulták, gyakorolták) a hallgatók átlaga 1,5 jeggyel jobb lett. A kontrollcsoportban nagy a tantárgyat nem teljesítők száma, és a teljesítők közt az elégséges a leggyakoribb gyakorlati jegy. A normál, új tesztelés esetén a nem teljesítők aránya fele a kontrollcsoportban nem teljesítők arányának, és a jeles a leggyakoribb jegy.

Gyakorlati jegyek aránya a teszteléses kísérlet után (évfolyam átlag: 2,45)



Forrás: saját szerkesztés

4. ábra

Gazdasági matematika (angol) félév végi eredmény (a jegyek százalékos aránya, növekvő sorrendben sötétedő, a 0 a megtagadott aláírást jelenti)

5. Következtetések, diszkusszió

A [16] kísérletben a gyakorlatok után írt tesztelés és kumulatív tesztelés hatékony volt, a mi kísérletünkben nem volt kimutatható szignifikáns különbség a kísérleti és kontroll csoportok között az online előadáson, online tesztekkel. A szakirodalom is két irányba mutat, de semmiképp sem tekinthető konklúziósnak. Eddig deduktív következtetéseket igénylő feladatokról nagyon kevés kísérlet szólt, és az idevágó eredmények nem mutattak egységes képet. Tran és társai [13] különböző eseménysorozatok leírását tartalmazó mondatokat tanultattak meg a kísérleti személyek „újraolvasós” és „tesztelős” csoportjával úgy, hogy a mondatok külön-külön, egymás után jelentek meg. A végső tesztben az egyes mondatok felidézésében kimutatható volt a tesztelési hatás, de amikor a mondatok alapján következtetéseket kellett levonni, nem volt különbség a két csoport teljesítménye közt. Ez alapján arra következtettek, hogy az olyan komplexitású feladatokban, ahol deduktív következtetésekre van szükség, a tesztelési hatás eltűnik.

Vizsgáljuk meg, vajon miért nem érvényesült kísérletünkben az előhívási hatás, mik az okai a hatékonyság elmaradásának. A [16] kísérlet nagyon hasonló volt a miénkhez, ezért a tesztelés sikerét vártuk. A két kísérlet közt sok a hasonlóság és vannak különbségek is. Mindkét tantárgy alapozó tantárgy, egyiknek sincs előfeltétele. Mindkettőhöz tartozik előadás és gyakorlat. Az első különbség, hogy a matematikatanár szakos hallgatóknak ez főtantárgy, azaz erősen a szakmájuk profiljába vág, míg a mi karunkon ez módszertani tárgynak számít. Ezt a különbséget elhanyagolhatónak tekinthetjük, hiszen mindkét

tárgy elsőéves tárgy, és ebben a korban még nem alakulnak ki a diákokban erős preferenciák. Egy másik ok lehetne a tanári hatás. A tanári hatást, ahogy az 1., 2. táblázatban is látható, teljes mértékben kiküszöböltük. A kísérletünk teljes kereszt faktor (full factor) kísérletnek tekinthető az 1, 2, 3 előadók és A, B, C gyakorlatvezetők között. Egy felróható hátránya a kísérletünknek, hogy az előadások online voltak. Így a fenti lehetséges okok mellett meg kell vizsgálnunk az online-oktatás hatását is. Egy lehetséges magyarázat lehet az, hogy a tesztelési hatás eléréséhez jelenléti oktatás kell. A jelenléti oktatás hatékonyságának az online oktatás hatékonyságával való összevetése a Covid-járvány időszaka óta reneszánszát éli, az eredmények az előbbi igazolják, ebben a tanulmányban erre nem térünk ki.

Elmondható tehát, hogy ez a tananyag is tanítható teszteléssel. Szerintünk az előhívási hatás online azért nem működött, mert amíg a [16] kísérletben a gyakorlat végén írták az előhívási teszteket, mint ahogyan az angol képzésen is, addig mi az előadások végén. Az előadások és a gyakorlatok anyaga és tematikája szinte azonos mindkét kísérletben. Így egy lehetséges magyarázat az, hogy a tesztelési hatás beindításához nem elég egy előadáson való részvétel, meg kell, hogy előzze azt egy aktívabb gyakorlási folyamat. A gyakorlatokon fontos szerepet kap az interaktivitás, ami elengedhetetlen feltétele az előhívásnak és ezáltal a tananyag hosszú távú memóriába való rögzítésének. Egy lehetséges megoldás lehetne az előadások interaktívvá tétele. A magyarországi egyetemeken a legelterjedtebb előadás forma a frontális előadás, ahol az előadó beszél végig az órákon, a hallgatók pedig csak jegyzetelnek vagy figyelnek. Saját óráinkon az interaktivitással nagy létszámú online környezetben is próbálkozunk, de a hallgatók részvétele a virtuális térben sajnos nem ellenőrizhető, így bizonytalan.

Irodalomjegyzék

- [1] Dunlosky, J., Rawson, K.A., Marsh, E.J., Nathan, M.J., and Willingham, D.T. (2013). *Improving Students' Learning With Effective Learning Techniques: Promising Directions From Cognitive and Educational Psychology*. Psychological Science in the Public Interest, 14(1) 4–58; <https://doi.org/10.1177/1529100612453266>
- [2] Karpicke, J. D. (2017). *Retrieval-based learning: A decade of progress*. In: J. Wixted (Ed.), *Cognitive psychology of memory*, 2 of Learning and Memory A comprehensive reference. (pp. 487-514). <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-809324-5.21055-9>
- [3] Butler, A. C. (2010). *Repeated testing produces superior transfer of learning relative to repeated studying*. Journal of experimental psychology. Learning, memory, and cognition, 36(5), 1118-1133. <https://doi.org/10.1037/a0019902>
- [4] Donoghue, G. M. and Hattie, J. A. C. (2021). *A Meta-Analysis of Ten Learning Techniques*. Frontiers in Education, 6:581216. <https://doi.org/10.3389/educ.2021.581216>
- [5] Fazio, L. K (2019). *Retrieval practice opportunities in middle school mathematics teachers' oral questions*. British Journal of Educational Psychology, 89(2), 653-669. <https://doi.org/10.1111/bjep.12250>
- [6] Karpicke, J. D., and Blunt, J. R. (2011). *Retrieval practice produces more learning than elaborative studying with concept mapping*. Science, 331, 772–775. <https://doi.org/10.1126/science.1199327>

-
- [7] Larsen, D.P., Butler, A.C., Roediger, H.L. 3rd. *Comparative effects of test-enhanced learning and self-explanation on long-term retention*. *Med Educ.*, 2013 Jul; 47(7):674-82. <https://doi.org/10.1111/medu.12141> PMID: 23746156;
- [8] Lyle, K. B., and Crawford, N. A. (2011). *Retrieving essential material at the end of lectures improves performance on statistics exams*. *Teaching of Psychology*, 38(2), 94–97. <https://doi.org/10.1177/0098628311401587>
- [9] Lyle, K. B., Hopkins, R. F., Hieb, J. L., and Ralston, P. A. (2016). *Spaced Retrieval Practice Increases College Students' Short- and Long-Term Retention of Mathematics Knowledge*. *Educational Psychology Review*, 28(4), 853–873. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9349-8>
- [10] Roediger H. L. and Butler, A. C., (2011). *The critical role of retrieval practice in long-term retention*. *Trends in Cognitive Sciences*, 15(1) 20-27. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2010.09.003>
- [11] Rowland, C. A. (2014). *The Effect of Testing Versus Restudy on Retention: A Meta-Analytic Review of the Testing Effect*. *Psychological Bulletin*, 140(6),1432–1463.<https://doi.org/10.1037/a0037559>
- [12] Smith, M. A., and Karpicke, J. D. (2014). *Retrieval practice with short-answer, multiple-choice, and hybrid tests*. *Memory*, 22(7), 784–802. <https://doi.org/10.1080/09658211.2013.831454>
- [13] Tran, R., Rohrer, D., and Pashler, H. (2015). *Retrieval practice: The lack of transfer to deductive inferences*. *Psychonomic Bulletin & Review*, 22(1), 135–140. <https://doi.org/10.3758/s13423-014-0646-x>
- [14] van Eersel, G. G, Verkoeijen, P. P. J. L., Povilenaite, M., and Rikers, R. (2016). *The testing effect and far transfer: The role of exposure to key information*. *Frontiers in Psychology*, 7, Article 1977. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01977>
- [15] Szeibert, J., Muzsnay, A., Szabó, C. et al. (2023): *A Case Study of Using Test-Enhanced Learning as a Formative Assessment in High School Mathematics*. *Int J of Sci and Math Educ* 21, 623–643, <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10264-8>;
- [16] Janka Szeibert, Anna Muzsnay, Csaba Szabó & Csilla Gyöngyvér Bereczky-Zámbó (2023, in press): *Investigating the efficacy of retrieval practice in university mathematics*, *Revista Educacion*.

Az online számonkérés hatása a hallgatói attitűdre és a tanulmányi eredményekre

Kaderják Gyula

mesteroktató

Budapesti Gazdasági Egyetem, Pénzügyi és Számviteli Kar

E-mail: kaderjak.gyula@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_19](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_19)

Összefoglalás: Jelen tanulmány összegezni kívánja az online oktatásra való átállás tapasztalatait általánosan és személyes oktatói környezetben. Vizsgálja az online oktatás és számonkérés hatását a hallgatói attitűdre, az elért eredményekre, saját megfigyeléseket, illetve a Neptun rendszerből gyűjtött tantárgyi eredményekre alapozva, valamint összegzi, hogy az online oktatás, számonkérés milyen új lehetőségeket, illetve kontrollálhatatlan, vagy nehezen kontrollálható visszaélési lehetőségeket jelenített meg.

Kulcsszavak: online oktatás, online számonkérés, hallgatói attitűd, online visszaélés

Abstract: This study aims to summarise the experiences of the transition to online education in general and in a personal tutoring context. It examines the impact of online teaching and assessment on student attitudes and achievement, based on its own observations and on subject results collected from the Neptun system, and summarises what new opportunities and uncontrollable or difficult to control abuses have been introduced by online teaching.

Keywords: online education, online exam, student attitude, online misuse

1. Az online oktatás oktatói aspektusai

A Covid pandémia 2020 márciusában váratlan és gyors online oktatásra való átállást követelt meg az egyetemi oktatóktól és a hallgatóktól egyaránt. Jelen tanulmány egyrészt az online oktatásra, azon belül is elsősorban az online számonkérésekre vonatkozó hazai tapasztalatok összegző áttekintése, saját tapasztalatokkal való összevetése és kiegészítése, valamint egy konkrét tantárgy gyakorlati jegyeinek idősoros vizsgálata, és konklúzióinak ismertetése.

Nemzetközi kutatások bizonyítják, hogy az oktatási intézmények színvonalát, a lokális jellemzőktől függetlenül alapvetően az oktatói munka színvonala határozza meg [1]. Következésképp, az *oktatói attitűd*, az *emberi kvalitások* és *szakmai kompetenciák* jelentik az oktatás hatékonyságának legfontosabb tényezőit, amelyek egy vis-major helyzetben még inkább meghatározók. Láthatjuk, hogy az online oktatásra való átállás során a helyzetekhez való rugalmas és gyors alkalmazkodás jelentette a legnagyobb kihívást, és hogy a

megküzdéshez szükséges faktorok közül a *digitális kompetencia* és a *módszertani felkészültség* volt a két legalapvetőbb.

Az átállás során az oktatókat érintő, egyébként a kiégést is felerősítő terhelések közül a legfontosabbak tényezők a változékony és *kiszámíthatatlan külső körülmények*, a helyzetből adódó folyamatos fizikális és pszichés *túlterheltség*, a *magánszféra és a munkahely határának elmosódása*, a *személyes jelenlétből fakadó pozitívumok ellehetetlenülése*, valamint a *hallgatói és munkatársi visszajelzések elmaradása*, illetve megritkulása volt.

Az oktatókra az online átállás kezdetén számos új, a korábbi munkavégzéshez képest jelentős plusz idő- és energiabefektetést jelentő feladat hárult, melyek közül a legfontosabbak:

- Az online oktatáshoz előírt és alkalmazott új szoftverek (MS Teams, Zoom, Skype, Coospace) használatának és kompetens alkalmazásának gyors elsajátítása.
- A korábban is alkalmazott tanulmányi rendszerek (Neptun, Coospace, Moodle) funkcionalitásának mélyebb megismerése és alkalmazása.
- A helyzethez igazodó új szabályok folyamatos megismerése és adaptálása.
- Saját készítésű videó anyagok és e-tananyagok készítése és rendelkezésre bocsátása.
- A hallgatói kommunikáció formáinak, módszertanának, rendjének és etikettjének önálló, szakmai kompetencián és személyes rátermettségen alapuló kidolgozása és hallgatókkal való folyamatos egyeztetése.
- A hallgatókkal és a kollégákkal való kommunikáció új formáinak megismerése és alkalmazása.
- A jelentősen megnövekedett adminisztrációs terhek (e-mailek megválaszolása, egyéni és csoportos értesítések, tájékoztatások elkészítése, az oktatói és egyéb munkahelyi tevékenységek folyamatos naplózása).
- A korábbi gyakorlathoz képest több online konferencia, fogadóóra, egyéni és csoportos konzultáció a hallgatókkal és a kollégákkal.

A Debreceni Egyetem felméréseiből [2], [3] az derül ki, hogy a pandémia ideje alatt az oktatók egynegyede végzett a szokásos oktatási feladatait meghaladóan napi 8 óránál több munkát. Egyetlen oktató sem tudta elkerülni a hétvégi munkavégzést, és az oktatók egytizede munkaszüneti napokon is legalább 8 órát dolgozott. A megkérdezettek több mint kétharmada jelentős túlterheltségről számolt be. Csökkent a publikációs és egyéb szakmai tevékenység is.

Különösen nagy kihívást jelentett kezdetben az egyöntetűség, illetve annak hiánya. Az eljárás módok, szakmai protokollok, számonkérési és értékelési formák előírása és alkalmazása azóta is folyamatos kihívást jelent a vezetők és az oktatók számára is, tanszéki, kari és egyetemi szinten egyaránt. A pandémia kirobbanása azonnali cselekvést követelt, a szabályozások zöme pedig gyakran csak időbeni késéssel tudott a tapasztalatokhoz alkalmazkodni.

Igazolva látszik [4], hogy kezdetben, illetve a későbbi rapid változások alkalmával, az oktatók saját digitális kompetenciáikra, szakmai tudásukra és tapasztalataikra, személyes kvalitásaikra és moralitásukra, valamint a kollégák és az internet segítségére támaszkodva kényszerültek önálló döntéseket hozni és cselekedni, ami a felelősség-hierarchiában és a felelősségre vonás rendszerébe is átmeneti anomáliákat okozott.

A 2020 március 11-től 2022. június 1-ig tartó, több mint két évnyi veszélyhelyzet elrendelésével a jogszabályi rend átmenetileg „felhígult”, ami megnehezítette a hatáskörök és felelősségi körök konkrét helyzetekre szabását. A munkaköri kötelesség és felelősség köröknek a pandémia tapasztalatain alapuló újra-gondolása a jelen és közeljövő feladata is.

A digitális készségek valamint a szakmai és emberi kvalitások közötti jelentős különbségek –főként a kezdetekben – hatványozottan éreztették hatásukat. Az egyetemről, az egyes tárgyakról, oktatókról alkotott hallgatói kép jóval árnyaltabb lett [11]. Ezek kiegyenlítése érdekében jelentős erőforrásokat mozgósított mind anyagi, mind szellemi értelemben az egyetemi vezetés. A folyamatos informatikai és módszertani képzés, valamint a főként informatikai eszközrendszernek a helyzethez mért fejlesztése, a gyors beavatkozási készség alapvető és folyamatos szükségletté vált.

2. Az online oktatás hallgatói aspektusai

A pandémia tapasztalatait összegző hazai felmérés [4] kiemeli, hogy az online oktatás nem csak a tanulmányok elvégzése terén, de pszichésen is jelentősen növelte a hallgatók terheit. Számukra éppúgy egy gyors alkalmazkodást követelt meg az addig esetleg nem használt szoftverek megismerése és napi alkalmazása, a szükséges otthoni munkakörnyezet megfelelő kialakítása. További kihívást jelentett számukra, hogy az egyes oktatók által alkalmazott szoftverek és módszertani különbségek, kapcsolattartási formák egyedi sokszínűségéhez is alkalmazkodniuk kellett. Az eddigi vizsgálatok és saját tapasztalat szerint ez egyértelműen negatív hatást gyakorolt a hallgatók motivációjára és munkafegyelmére. Ezt csak tovább növelte, hogy az oktatóktól eltérően, kevesebb, vagy semmilyen lehetőségük nem volt saját, izolált, nyugodt otthoni munkakörnyezet kialakítására, a környezeti frusztrációk kivédésére.

A következetes napirend elmaradása révén a hallgatók motiváltsága csökkent, és az általános elbizonytalanodást még erőteljesebben élték meg. A sokszor elhúzódó, súlyos betegségek, veszteségek, a félelem és a féltés időszaka erőteljesen megtépázta lelkesedésüket és kutatószellemüket.

A hallgatóim széles körében végzett személyes kikérdezés igazolta azt a hipotézisem, hogy azokra a hallgatókra, akik eleve könnyebben tanulnak, korábban is élvezték, sőt igényelték az önálló munkát és a szabad időbeosztást, és ilyen módon voltak sikeresek, az online áttérés kifejezetten ösztönzőleg

hatott, és továbbra is jól, vagy még jobban teljesítettek. Ezzel szemben azok a hallgatók, akiknek az önfegyelme gyengébb és jobban igénylik a szigorú határokat és az irányítást, sokkal inkább elveszettnek érezték magukat, romlott a teljesítményük és a tanulmányi eredményük. Ők jellemző módon szívesebben tértek volna vissza a jelenléti oktatási formához, az iskolába való bejáráshoz, annak minden terhével együtt is. A pandémia jelentősen elmélyítette a szakadékot e két hallgatói csoport között.

Nádori szerint [5] az online oktatásból leginkább a tanulás és a tanítás élményszerűsége, vagyis az emberi közvetlenségben való részesülés hiányzott leginkább.

A digitális gazdaság és társadalom fejlettségét mérő EU-s mutató, a DESI (Digital Economy and Society Index) alapján 2022-ben Magyarország a 22. helyen áll az EU 27 tagországok sorában [6]. Humán rangsorban a 23. helyen szereplünk, ami azt jelenti, hogy az egyének mindössze 49%-a rendelkezik legalább alapszintű digitális készségekkel. Ennek ellenére az online oktatásra való átállás alapvetően sikeresen valósult meg, dacára annak, hogy a túlterheltség és pszichés nyomás a hallgatókat és az oktatókat egyaránt érintette. Megfigyelhető volt, hogy a digitális készségek és alkalmazkodás tekintetében a hallgatók – alapvetően a generációs különbségekből adódóan – felülmúlták az oktatókat és pedagógusokat. Könnyebben álltak át a különböző kommunikációs csatornák használatára, jobban tartották egymással a kapcsolatot a különböző szociális médiákon keresztül, a rendelkezésre álló technika használatában mindenképp rugalmasabbnak bizonyultak.

A 2019/20-as tanév végén a BME csaknem ezer BSc-s és MSc-s mérnök, illetve mérnökinformatikus hallgató kérdőíves felmérésén alapuló értékelése szerint [7] a hallgatók csaknem 100%-a számára a videó tananyagokra a legnagyobb az igény.

Annak ellenére, hogy a videó anyagok bármikor visszanezhetők, az órarendhez kötött online órák (és azok felvett videó tartalmai) pozitívan befolyásolják a hallgatói attitűdöt, ami viszont feltehetően a napirend tervezhetőségéből fakad. A heti rendszerességű felméréseket, tesztek, illetve egyéb házi feladatokat kifejezetten csak plusz pontok szerzése végett tartják előnyösnek a hallgatók. Ezen felül, a hallgatók közel fele vélte úgy, hogy az oktatás minősége romlott az online oktatás során, bár fontos, hogy az oktató személye jellemzően befolyásolta ennek a megítélését, és hogy ez inkább vonatkozott az online gyakorlatokra, semmint az előadásokra. Az előadásokat inkább tekintették alkalmasnak és követhetőnek, mint a különböző online gyakorlatokat.

Személyes megfigyelésem, hogy azon tantárgyak esetén, ahol a gyakorlatok jelenléti oktatása számítógéptermin környezetben történik, a termék fizikai méretének, elrendezésének, a kivetítők állapotának és láthatóságának, a fényviszonyoknak, egyszóval a munkakörnyezetnek az anomáliáit remekül hatástalanította az online gyakorlati forma. Feltéve, hogy az oktató tudott élni olyan hardveres és szoftveres eszközök alkalmazásával, mint például a digitalizáló tábla, a szoftveres képernyőnagyítás, „közelebb hozva” a tanár személyét és a tantermi táblát is a hallgató számára a saját monitorán. A

laborfoglalkozásokat igénylő tárgyak kivételével ez minden számítástechnikai tárgyra érvényes megállapítás.

Ugyanakkor a nehézséget e gyakorlati tárgyak esetén épp az együtt-gyakorlás jelentette, hiszen ehhez a hallgatóknak ideálisan két monitorra lett volna szükségük. Egyre, amelyiken az oktató magyarázatait és megoldását követik és egy másikra, amin saját maguk végzik a munkát az oktatóval szinkronban. Az egy monitoros munkakörnyezetben ez csak a képernyő megosztásával lehetséges, ami viszont rontja a láthatóságot, és a követhetőséget. Akik laptoppal kapcsolódtak az online térhez, számukra ez a kihívás még erőteljesebb volt. Amikor egy iskolai szoftver VPN-en keresztül használatára szorítkozhattak csak a hallgatók, ott jelentősen megnőtt a technikai hibák kockázata, illetve a lemaradás esélye.

3. Online számonkérések általános tapasztalatai és konklúziói

A BME felmérése szerint [7] az online számonkéréseket a hallgatók 80%-a korrektnek ítélte meg, annak ellenére, hogy elsődleges negatív tapasztalatként a *csalódottságot* jelölték meg amiatt, hogy a számonkérések alkalmával túl kevésnek találták az időt, vagy túl nehéznek a kiadott feladatokat. Ez persze annak a következménye, hogy az oktatók ezt épp a csalások elkerülése érdekében alkalmazták, feltehetően nem sok sikerrel. Pozitívum, hogy a negatív tapasztalatok rangsorában a technikai problémák álltak a sor végén.

A BME felméréséből az is kiderül, hogy a számonkérésekkel kapcsolatos jellemző hallgatói tapasztalt a *csalódottság* volt. Az oktatók a jelenléti oktatáshoz hasonlóan, többnyire nem engedélyezték segédeszközök használatát, és a csalások megelőzése érdekében vagy a feladatokon szigorítottak, vagy az időkeretet csökkentették, szemben a külföldi gyakorlatban alkalmazott *open-book* vizsgákkal.

Az online számonkérés platformjaként azok a rendszerek jelenthetik a legjobb megoldást, amelyek változatosan segítik a testre szabott, könnyen módosítható és jól ellenőrizhető feladatsorok összeállítását és távoli megoldását.

Az online számonkérés során nagyobb figyelmet igényel, hogy a korábbi feladattípusok egyszerű online replikálása helyett, az online környezethez és a hallgatók megfelelő gondolkodási képesség-szintjéhez adekvátan igazodó feladatsorokkal legyen mérve a felkészültség és az alkalmasság.

Az online vizsgák esetén gyakorlatilag megoldhatatlan problémát jelent a személyazonosság ellenőrzése. Írásbeli vizsgák (teszt, feladatmegoldás) esetén mindenképp, de a szóbeli vizsga esetén a végig bekapcsolt videó és mikrofon, valamint a személyi azonosító bemutatása sem feltétlen kijátszhatatlan megoldás.

Az online tér csalási technikái közül a legjellemzőbbek a *mobil eszközök*, „mikrokütyük” illegális, valós idejű alkalmazása, a *megszemélyesítés*, vagyis a részben vagy teljes egészében idegen segítség általi vizsgázás („bérvizsga”) egy hallgató vagy hallgatói csoport megbízásából, a megoldások vagy azok

részleteinek valós időben való megosztásával, valamint a klasszikus *puskázás online* módja, mely felderíthetlensége miatt szintén népszerű.

Feltételezhető, hogy számos csalás maradt felderítetlenül, bár vannak példák az ellenkezőjére is. A 2021/2022-es tanév 2. félévében a Corvinus egyetemen tömeges csalást lepleztek le [8].

A jelenléti számonkérés online térbe való egyszerű „áthelyezése” nem tekinthető korszerű és jól mérő megoldásnak. Az alacsonyabb szintű gondolkodási képességek számonkérése helyett nagyobb teret kellene, kapjanak az olyan számonkérési formák, melyek a *magasabb gondolkodási képességeket*, a *kreativitást*, az *együttműködési készséget*, az elérhető és megbízható háttérinformációk *magabiztos keresését*, elérését és *okos alkalmazását* kéri számon. Így például a *projekt feladatok*, melyek segítségével *valós módon tesztelhető* a hallgatók tudása, mivel a *plágium ellenőrzés* online számonkérés esetén is alkalmazható.

A csalások megítélése hazánkban sajátos. A Transparency International felmérése szerint [9] hazánk közszférájának korrupciós indexe (CPI) az utóbbi 10 év alatt 55-ről 42 pontra csökkent a 100-as skálán. Míg az EU-polgárok 69%-a korrupciót elítélendőnek tartja, hazánkban ez az arány 38%. E tekintetben az EU-s rangsor utolsó előtti helyén állunk. Ennek tudatában is vagyunk, mivel a magyar lakosság 87%-a szerint széles körben érvényesül nálunk a korrupció. [10]. Ez azt jelenti, hogy hozzászoktunk ahhoz, hogy korrupciós környezetben élünk.

A közmorál a fiatal generáció tagjaira is szignifikáns hatással van. Az online oktatásban elkövetett csalások és visszaélések száma is ezért magasabb, mint az EU többi tagállamában. Magyar és francia közgazdászhallgatók önbevalláson alapuló felméréssel vizsgálták a csalással kapcsolatos attitűdjüket [12]. Az eredmények szerint a normák hatása markánsabb, mint az alkalmazott szankcióké. Így hát nem meglepő, hogy a hallgatók körében a csalás gyakorlatilag egy népszerű és morálisan kevésbé elítélt praxis. A csalás gátló tényezője a lelkiismeret. Minél magasabb valakinek a lelkiismeret-furdalás szintje csalás elkövetése után, annál kevésbé valószínű, hogy csalni fog, ugyanakkor hajlamosító tényező az alacsony közmorál [13].

4. Az online vizsgák hatása a tanulmányi eredményekre - esettanulmány

Magyar egyetemeken prominens oktatóival készített interjúkból [14] egyértelműen az derül ki, hogy az online számonkérések révén a tanulmányi átlagok összességében több, mint egy egész jeggyel lettek jobbak, mint a jelenléti oktatásban megszokott körülmények között.

Ennek egyik oka, hogy az említett bizonytalansági élmény hatására az oktatók is hajlottak az eredmények óvatosabb, elnézőbb megítélésére, valamint hogy a hallgatók a számonkérések alkalmával számos olyan, többnyire nem megengedett lehetőséggel élhettek, melyek kimerítik a csalás fogalmát.

Saját mérésekkel azt a hipotézist terveztem igazolni, hogy a Covid hatására megvalósult online oktatás során a tanulmányi átlagok szignifikánsan javultak a korábbi időszakhoz képest, függetlenül attól, hogy ez érvényes tudástöbbletet jelent-e, vagy inkább más okokra, legfőképp online csalásokra vezethető vissza.

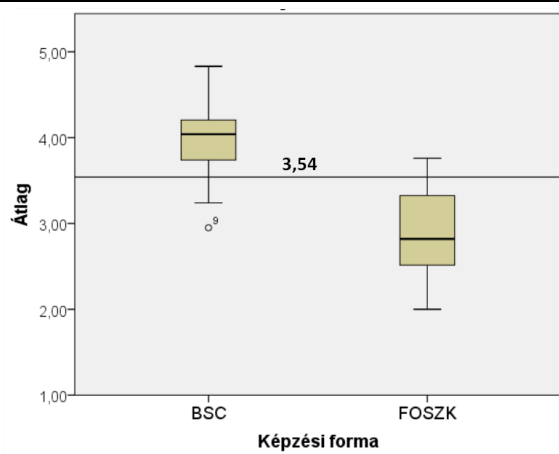
A saját vizsgálódásom eredménye, ugyan viszonylag kevés adatra támaszkodik, *nem egyezik* feltétel nélkül az interjúalanyok tapasztalataival.

A vizsgálat az *Adatautomatizálás* tárgyra korlátozódott, mivel ez az egyetlen olyan tantárgy, melyet a pandémia előtti időktől fogva folyamatosan oktatok, BSc és felsőoktatási szakképzésben (FOSZK), nappali és levelező tagozaton egyaránt. További fontos választási szempont volt, hogy a tárgy tartalma, illetve a számonkért feladatok és tesztek színvonala, nehézségi foka egyenletesnek tekinthető a teljes vizsgált időszakban. Az adatok, vagyis a hallgatónkénti félév végi gyakorlati jegyek: saját gyűjtés a Neptun rendszerből, a 2018/19-es tanévtől a 2022/23-as tanév első félévéig terjedő időszakra vonatkozóan.

A vizsgálat adatai összesen 38 kurzus 905 hallgatójának gyakorlati eredményeiből képződtek. A kurzusok átlagléttszáma 24 fő volt. Az elemzések egy része SPSS-ben, másik része MS Excel-ben történt. A vizsgálataim a tanulmányi eredmények normál eloszlását feltételezik.

A vizsgált időszak összes kurzusának félév végi átlageredményét figyelembe véve elsőként azt vizsgáltam, van-e-e különbség a 27 FOSZK-os, illetve 11 BSc-s kurzus hallgatóinak átlageredményei között. A két független csoport átlagainak szórásazonosságát mellett a kétmintás független t-próba $\text{Sig}=1,2\text{E}-7$ értéke megerősíti, hogy 5%-os szignifikancia szinten *a két csoport átlaga közt szignifikáns a különbség*. A képzési forma és az átlag között mért szóráshányados ($\text{Eta}=0,738$) értéke erős sztohasztikus kapcsolatra utal. A képzési forma 54%-ban magyarázza a kurzus átlagok szóródását ($\text{Eta}^2=0,544$).

A képzési forma szerinti átlagokra vonatkozó optimális osztályköz képzés eredményeként kapott modell entrópia értéke zérustól különbözőre adódott ($e=0,42$). Ez jelzi, hogy az átlagok képzési forma szerint markánsan elkülönnek két osztályközbe. A FOSZK-os hallgatók jellemzően 3,54-es átlag alatt, a BSc-s hallgatók egy kurzus kivételével e fölött teljesítettek a vizsgált időszakban, az (1) ábra szerint.



Forrás: saját szerkesztés

1. ábra – Képzési formák átlageredményei közti különbség

A vizsgálatot levelező és nappali tagozatos bontásban, külön-külön is elvégezve, a fentiekkel megegyező eredmények adódtak. Az alábbi ábrán (2) látható, hogy mindkét klaszterben több, mint egy egész jegynyi különbség mutatkozik a BSc-s és FOSZK-os hallgatói eredmények között:

Átlag	Levelező				Nappali			
	BSC		FOSZK		BSC		FOSZK	
	Mean	Count	Mean	Count	Mean	Count	Mean	Count
	4,04	7	2,88	2	3,98	21	2,90	9

Forrás: saját szerkesztés

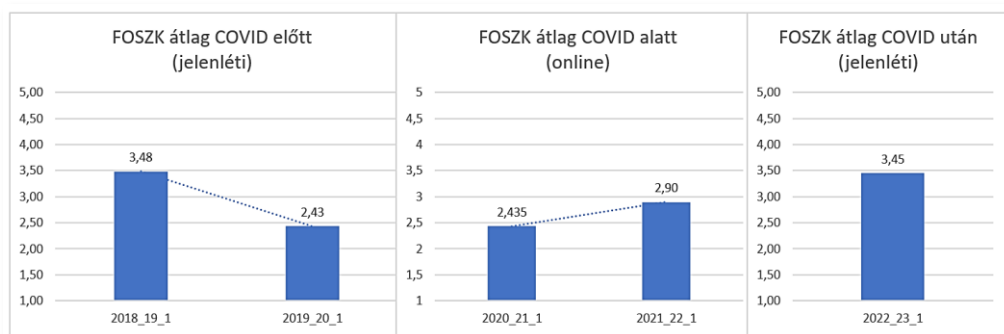
2. ábra – Képzési formák átlageredményei közti különbség tagozati bontásban

A különbségek adódhatnak abból is, hogy a FOSZK-os hallgatók második évükben, a BSc-s hallgatók viszont harmadikos korukban tanulják a tárgyat, s ez jelenthet egy helyzetből fakadó előnyt ez utóbbiak számára. Másrészt viszont igazolni látszik a mérés azt is, hogy FOSZK képzésre jellemzően a kevésbé jó képességű, és/vagy kevésbé motivált hallgatók jelentkeznek.

Ugyanakkor, a teljes időszak minden kurzusának átlageredményét figyelembe véve, a *nappali* és *levelező* kurzusok átlagai között nem mutatkozott szignifikáns különbség. (A két minta azonos szórást mutatott. 5% szignifikancia szinten a kétmintás független t-próba eredménye a két csoport átlagainak azonoságát feltételező H_0 hipotézist igazolta (Sig=0,72 >0,05.) Ez nyilván primer következménye annak, hogy a két csoporton belül a BSc-s és FOSZK-os kurzusok aránya közel azonos volt.

Mivel meghatározó különbség mutatkozott a kurzus átlagokban a képzési jelleg tekintetében, ezért az átlagok időbeni alakulásának további vizsgálatát két

kategóriára bontva (FOSZK és BSc) végeztem el. Praktikusan ezt az is indokolja, hogy a tárgy rendre az egyik félévben csak FOSZK-on, másik félévben csak BSc-n indult idáig. A két kategória átlagainak időbeni alakulását az alábbi ábrák (3), (4) mutatják:

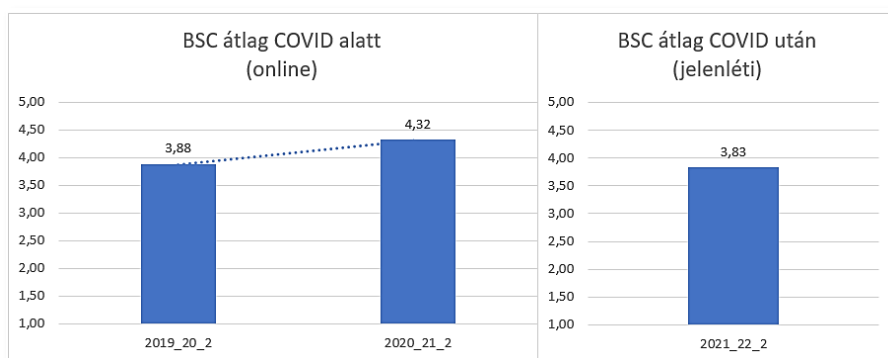


Forrás: saját szerkesztés

3. ábra – Átlagok időbeni alakulása FOSZK képzésben

Látható, hogy a pandémia előtti időszak negatív tendenciája az online időszak alatt megfordult, majd a pandémia előtti időszak átlagával azonos értékre állt vissza a jelenléti számokérésre való visszatérés után.

Mivel a tantárgy 2018-ban indult, BSc-s hallgatóknak COVID előtti adatai még nem léteztek. Ám az egyértelműen látszik, hogy az online időszakot követő jelenléti vizsgák során az online időszakhoz képest romlottak az eredmények.



Forrás: saját szerkesztés

4. ábra - Átlagok időbeni alakulása BSc képzésben

A következtetések levonásakor az alábbi fontos szempontokat is figyelembe kell venni:

- Noha a pandémia után ismét jelenléti formában történtek a számonkérések, a korábbi időszakhoz képest megnőtt a kivételesen engedélyezett online vizsgázó hallgatók száma, akik igazolt betegség, külföldi tanulmány,

egyéni tanrend okán élhettek az online lehetőséggel. Esetükben a család lehetősége a jegyek javulása irányában ható torzító tényező.

- Az online vizsgakörnyezet a pandémia időszaka alatt a hallgatók által kiismerhetőbbé, kiszámíthatóbbá vált, így javultak az vizsgakörnyezethez (CooSpace és Moodle tesztek és feladatok) igazodó csalási technikák, ami szintén pozitív irányban torzíthat az eredményeken.
- Az online számonkérések során lehetetlen megakadályozni a tesztek és vizsgafeladatok kiszivárgását és online megosztását. A feladatok és tesztkérdés-sorok sokkal nagyobb varianciája vált szükségessé, ami jelentős oktatói többletfeladatot igényel, és nyilvánvaló lemaradás tapasztalható ezen a téren, ami szintén az eredmények pozitív irányú torzulását eredményezheti.

A magyar egyetemek oktatói visszajelzéseiből [14] levont azon következtetést, miszerint az online vizsgáztatás egyértelműen a vizsgajegyek javulását eredményezi, a saját méréseim nem igazolták egyértelműen. A technikai és módszertani változtatások révén az online vizsgák eredményeinek relevanciája mindenképp javítható, a torzító faktorok csökkentésével vagy kiküszöbölésével.

5. Összegzés

Az eddigi kutatások összevetése, saját megfigyeléseim és kvantitatív vizsgálatom alapján az online számonkérések hallgatói attitűdre, illetve tanulmányi eredményekre gyakorolt hatásaival kapcsolatban hatások és tendenciák jól körvonalazhatók, ám sok esetben ellentmondásosak az eddigi felmérések eredményei.

Az OpenAI [15] megerősíti, hogy a jelenlegi kutatások eredményei és az adatok a téma tekintetben ellentmondóak és korlátozottak. „Az attitűdre és az eredményekre gyakorolt hatások nem mindig állapíthatók meg egyértelműen és nem is mindig hasonlíthatók össze a különböző intézmények és kurzusok esetében.”

A felsőoktatásban a jelenléti számonkérést felváltó *online számonkérés hallgatói attitűdre és eredményekre gyakorolt* legfőbb pozitív és negatív hatásai azonban megállapíthatók [1].

Pozitív hatások	Negatív hatások
<i>Flexibilitás:</i> A számonkérés nem kötődik helyhez, és sokszor időponthoz sem, ami megkönnyíti a tanulás és a magánélet egyensúlyának megtartását.	<i>Elszigeteltség:</i> Növelheti a hallgatók magányosság érzését. A magáraultság elbizonytalanító hatású lehet.
<i>Kényelem:</i> Lehetővé teszi a hallgatók számára, hogy otthonról, saját környezetükből dolgozzanak a feladatokon, ami növeli a kényelmet.	<i>Motiváció hiánya:</i> A team vizsga, projekt bemutató és más jelenléti vizsga formák interaktivitásának hiánya demotiváló hatású lehet.
<i>Időtakarékosság:</i> Csökken az utazási idő és a költségek, ami időtakarékosabbá teszi a tanulást.	<i>Technikai problémák:</i> A vizsga során adódó technikai problémák megnehezíthetik a feladatok megoldását és csökkenthetik a koncentrációt.
<i>Technikai készségek fejlesztése:</i> Lehetővé teszi a hallgatók számára, hogy megtanulják a digitális eszközök és alkalmazások használatát, ami hasznos lehet a munkájukban és magánéletükben is.	<i>Környezeti hatások:</i> A környezeti hatások (zaj, családtagok) megnehezítheti a feladatokra való koncentrációt.
<i>Növekvő önállóság:</i> Önálló tanulásra és felelősségvállalásra ösztönzi a hallgatókat.	<i>Helytelen módszertan alkalmazása:</i> A konvencionális vizsgamódszerek online replikálása hibásan, vagy nem megfelelő gondolkodási képesség-szinten méri a hallgatók teljesítményét, ami demoralizáló hatású lehet.

Forrás: saját szerkesztés

1. táblázat – Online számonkérés hatásai

További vizsgálódást az online csalások felderítésének, illetve megakadályozásának irányában célszerű folytatni.

Irodalomjegyzék

- [1] McKinsey Report: How the World's Best-Performing School Systems Come out on Top (2007). <http://alamin99.wordpress.com/2008/02/22/mckinsey-report/> Utolsó elérés: 2022. 01. 15.;
- [2] Buda A.; Szabó J.; Erdei G.: *A pandémia helyzet hatása az oktatásra a Debreceni Egyetemen.* Opus et Educatio. Vol. 7 No. 4 (2020): 27. szám. pp. 423-431.; <https://doi.org/10.3311/ope.410>

Az online számonkérés hatása a hallgatói attitűdre és a tanulmányi eredményekre

- [3] Hülber L.; Papp-Danka A.; Dringó-Horváth I.: *A felsőoktatás digitális oktatási kultúrájának korrajza szakértői interjúk alapján*. Opus et Educatio Vol. 7 No. 4 (2020): 27. szám. pp. 302-330.; <https://doi.org/10.3311/ope.401>
- [4] N. Kollár K.: *Az online oktatás tapasztalatai és gyakorlata a pedagógusok nézőpontjából*. Iskolakultúra, 31. évfolyam, 2021/02. szám. pp. 23-53.; <https://doi.org/10.14232/ISKKULT.2021.02.23>
- [5] Nádori, G.: *Hogyan tovább?* TanárBlog, 2021.05.05. <http://tanarblog.hu/cikk/hogyan-tovabb> Utolsó elérés: 2022.01.05.;
- [6] *A digitális gazdaság és társadalom fejlettségét mérő mutató (DESI)*, 2022. <https://ec.europa.eu/newsroom/dae/redirection/document/88750> Utolsó elérés: 2023.01.05.;
- [7] Vik.hk: *BME Hallgatói Képviselő és a VIK Minőségbiztosítási Bizottság: Távoktatási tapasztalati kérdőív* (2020) https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjNul7Ti8z8AhX0gP0HHIE_DWEQFnoECBAQAQ&url=https%3A%2F%2Fvik.hk%2Fwp-content%2Fuploads%2F2020%2F08%2Ftavoktatasi_tapasztalatai_kivonat_oldalra.pdf&usq=AOvVaw0EOvubHdLxnBTW67bHDOoz Utolsó elérés: 2023.01.10.;
- [8] Unicorvinus.hu: *Tömeges tesztcsalás ügyében indult eljárás*. <https://www.unicorvinus.hu/post/hir/tomeges-tesztcsalas-ugyeben-indult-fegyelmi-eljaras/> 2022.09.09. Utolsó elérés: 2023.01.12.;
- [9] <https://www.transparency.org/en/cpi/2021> Utolsó elérés: 2022.01.10.;
- [10] <https://www.transparency.org/en/gcb/eu/european-union-2021> Utolsó elérés: 2022.01.5.;
- [11] Kazainé Ónodi A.: *Online vagy hagyományos tantermi oktatás?* Educatio 30 (3), pp. 508–514 (2021) DOI: <https://doi.org/10.1556/2063.30.2021.3.10> . Online ISSN: 1419-8827;
- [12] Orosz G.; *Csalás a felsőoktatásban: francia és magyar közgazdászhallgatók összehasonlító vizsgálata*. Magyar Pszichológiai Szemle, 2009, 64. 1. pp. 253–284. <https://doi.org/10.1556/mpszle.64.2009.1.9>
- [13] Orosz G.; Farkas D.: *Csalás a középiskolában*. Magyar Pszichológiai Szemle, 2011, 66. 4. pp. 605–630. <https://doi.org/10.1556/mpszle.66.2011.4.3>
- [14] *Online egyetem*. Magyar kémikusok lapja. LXXVI. évf., 2021. október. pp. 298-302.;
- [15] OpenAI mesterséges intelligenciakutató *ChatGPT*. <https://chat.openai.com> Utolsó elérés: 2023.01.20.

Gondolatok (!) a valószínűségelmélet és a statisztika oktatásáról

Kovácsné Székely Iona

habilitált főiskolai tanár

BGE KVIK Üzleti Elemzés Módszertan Tanszék

E-mail: kovacsneszekely.ilona@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_20](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_20)

Összefoglalás: A statisztika alapfogalmainak és módszereinek megértése és helyes alkalmazása elképzelhetetlen valószínűségszámítási alapok nélkül. Nagy jelentőségű a minta és a minta realizáció fogalma, a mintaközép eloszlásának ismerete, a függetlenség és a korrelálatlanság fogalma, továbbá az a „megállapítás”, hogy a kétdimenziós normális eloszlás esetén a regressziós függvény lineáris. Igen hasznos a számítógéppel támogatott statisztika oktatása, de a kellő elméleti megalapozás hiányában, a hallgatóság egy jelentős része lemarad az oktatás folyamatában és önállóan képtelen egy ismeretlen adathalmazt elemezni, pedig a gazdasági szereplők ezt várják el a munkavállalóktól.

Kulcsszavak: valószínűségszámítás, függetlenség, korrelálatlanság, statisztika, oktatás.

Abstract: Understanding the basics of statistics and correctly applying statistical methods requires knowledge of fundamental probability theory. Such basics include the concept of random variables and their realizations leading to a sample of actual observations, the meaning of (in)dependence and (un)correlatedness, the central limit theorem for the distribution of the sample mean as well as the linearity of the regression function for two-dimensional normally distributed random variables. Teaching statistics in a software aided and application-oriented way is useful, but without necessary theoretical backgrounds, many students are facing severe difficulties over the learning process. In particular, students might not be able to analyse new real-life data, while this would be a primary expectation of future employers towards graduating students.

Keywords: probability theory, independence, uncorrelatedness, statistics, teaching

1. Gondolatok a valószínűségelmélet oktatásáról

Korpás Attiláné által szerkesztett ÁLTALÁNOS STATISZTIKA I; II könyvek szakmai lektora Csernyák László volt, aki nagyban hozzájárult a könyvek sikeréhez [1, 2]. Korrekt módon alapozza meg a szükséges valószínűségi háttérrel. Érdekes ma is ezt a két könyvet lapozgatni és használni, mert jelentős segítséget nyújt a statisztika alapfogalmainak és módszereinek megértéséhez, melyek helyes alkalmazása elképzelhetetlen valószínűségszámítási alapok nélkül.

Van néhány fogalom, amelyet a hallgatók nehezen értenek meg és / vagy rosszul alkalmaznak azokat. Mivel külön tantárgyként nem jelenik meg a Valószínűségszámítás a tantervekben, a statisztika megalapozásához fontosnak tartom az alábbi elméleti kitekintés ismertetését előadáson, konkrét példák megmutatásával.

Az alábbiakban a matematikai kitekintést tartom fontosnak, hogy a hallgató lássa a Gazdasági matematikához a kapcsolódási pontot.

1.1 A statisztikai minta és a minta realizációja

X valószínűségi változóra vett minta legyen (X_1, X_2, \dots, X_n) ahol X_i -k független, azonos eloszlású valószínűségi változók

A minta realizációja az (x_1, x_2, \dots, x_n) számértékek ahol $X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_n=x_n$ [3].

1.2 A centrális határeloszlás tétel alkalmazásai

Ha X_1, X_2, \dots, X_n azonos eloszlású független és véges szórású valószínűségi változók és

$$E(X_i)=m \quad D(X_i)=\sigma \quad i=1,2,\dots,n$$

$$\text{akkor } \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - nm}{\sigma\sqrt{n}} < x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (1)$$

$$\text{ahol } E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = nm \quad \text{és} \quad D^2\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = n\sigma^2 \quad (2)$$

1.2.1 A mintaközép eloszlása

Ha az X valószínűségi változó várható értéke $E(X)=m$, szórása $D(X)=\sigma$ létezik és az n mintanagyság elég nagy akkor az X -re vonatkozó (X_1, X_2, \dots, X_n) mintából számított

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (3)$$

mintaközép közel normális eloszlású valószínűségi változó [3].

A mintaközép paraméterei

$$E(\bar{X}) = m \quad \text{és} \quad D(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

1.2.2 Standardizálás alkalmazása a mintaátlagra, Z-próbastatisztika

Legyen (X_1, X_2, \dots, X_n) minta, ahol X_i -k független, azonos eloszlású valószínűségi változók és

$$E(\bar{X}) = m \quad \text{és} \quad D(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

A mintaátlag standardizáltja a z próbastatisztikát adja meg várhatóértékre.

$$Z = \frac{\bar{X} - E(\bar{X})}{D(\bar{X})} \quad (6)$$

$$Z = \frac{\bar{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (7)$$

ahol $E(Z)=0$ és $D(Z)=1$ (8)

1.2.3 Moivre-Laplace tétel

Végezzünk n független kísérletet, amelynek lehetséges kimenetelei az A és az \bar{A} események

$$P(A)=p \quad \text{és} \quad P(\bar{A}) = 1 - p \quad (9)$$

$$Y_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad \text{ahol } X_k \text{ az } A \text{ esemény indikátor változói.} \quad (10)$$

$$E(X_k)=p \quad \text{és} \quad D^2(X_k)=p(1-p) \quad k=1,2,\dots,n \quad (11)$$

$$E(Y_n)=np \quad \text{és} \quad D^2(Y_n)=np(1-p) \quad (12)$$

Y_n binomiális eloszlású valószínűségi változó, ha n elég nagy akkor közelíthető normális eloszlással.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{Y_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} < x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (13)$$

1.2.4 Standardizálás alkalmazása relatív gyakoriságra

$\frac{Y_n}{n}$ változó standardizáltja a Z -próbatesztet eredményezi, arányra.

$$Z = \frac{\frac{Y_n}{n} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \quad E(Z)=0 \quad \text{és} \quad D(Z)=1 \quad (14)$$

ahol

$$E\left(\frac{Y_n}{n}\right) = \frac{1}{n} \cdot np = p \quad \text{és} \quad D^2\left(\frac{Y_n}{n}\right) = \frac{1}{n^2} \cdot np(1-p) = \frac{p(1-p)}{n} \quad (15)$$

1.3 A függetlenség és korrelátlanság fogalma

1.3.1. Példa

Az (X,Y) vektorvalószínűségi változó egyenletesen veszi fel az $(1,1);(1,0);(0,1);(1,2)$ értékeket.

- Független-e X és Y valószínűségi változó?
- Határozzuk meg $\rho(X,Y)$ korrelációs együttható értékét!

X/Y	0	1	2	pi
0	0	0,25	0	0,25
1	0,25	0,25	0,25	0,75
qj	0,25	0,50	0,25	1

$$a. \quad P(X=0, Y=0) \neq P(X=0) \cdot P(Y=0) = 0,25 \cdot 0,25 \quad (16)$$

X és Y valószínűségi változók nem függetlenek.

$$b. \quad E(X)=0,75 \quad E(X^2)=0,75 \quad D^2(X)=0,1875 \quad (17)$$

$$E(Y)=1 \quad E(Y^2)=1,5 \quad D^2(Y)=0,5 \quad E(XY)=0,75 \quad (18)$$

$$\rho(X, Y) = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{D(X)D(Y)} = \frac{0,75 - 0,75 \cdot 1}{\sqrt{0,1875 \cdot 0,5}} = 0 \quad (18)$$

Mivel $\rho=0$ az X és Y valószínűségi változók korrelálatlanok.

1.3.2. A függetlenség és korrelálatlanság fogalma kétdimenziós normális eloszlás esetén

Az (X,Y) vektorvalószínűségi változó normális eloszlású, ha sűrűségfüggvénye

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(x-m_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(x-m_1)(y-m_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y-m_2)^2}{\sigma_2^2} \right] \right\} \quad (19)$$

Ha az X és Y változók korrelálatlanok $\rho=0$

$$h(x, y) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma_1^2} \right\} \cdot \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(y-m_2)^2}{2\sigma_2^2} \right\} \quad (20)$$

$h(x, y) = f(x) \cdot g(y)$ X és Y valószínűségi változók függetlenek

$$X \sim N(m_1, \sigma_1) \quad \text{és} \quad Y \sim N(m_2, \sigma_2) \quad (21)$$

A kétdimenziós normális eloszlás esetén, ha a változók korrelálatlanok akkor függetlenek is. Ha a peremeloszlások normálisak nem feltétlenül következik, hogy az együttes eloszlásuk kétdimenziós normális [4].

1.4 Regressziós függvény kétdimenziós normális eloszlás esetén

A kétdimenziós normális eloszlás esetén a regressziós függvény lineáris. Ismert, hogy az alábbi minimum feladat megoldása a feltételes várhatóérték.

$$E(Y-g(x))^2 = \min \quad (22)$$

$$g(x) = E(Y|X = x) \quad (23)$$

A feltételes várható érték meghatározható a feltételes sűrűségfüggvényből.

$$g(y|x) = \frac{h(x,y)}{f(x)} \quad (24)$$

Az Y változó X-re vonatkozó feltételes várható értéke

$$E(Y|X=x) = m_2 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (X - m_1) \quad (25)$$

$$g(y|x) = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi} \sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)} \left[Y - \left(m_2 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (X - m_1) \right) \right]^2 \right\} \quad (26)$$

A regressziós függvény lineáris $E(Y|X=x) = m_2 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (X - m_1)$ (27)

2. Gondolatok a statisztika oktatásártól

2.1 A statisztika oktatás célja

A statisztika oktatásának célja olyan szakember képzése, aki a gazdasági döntési folyamatban képes alkalmazni a statisztikai módszereket és a vizsgálat eredményeit alkotó módon felhasználni. További lényeges szempont, hogy a tárgy adatfeldolgozó képességeket alakítson ki a hallgatókban, nem pedig egyszerű mechanikus számolási és műveleti képességet.

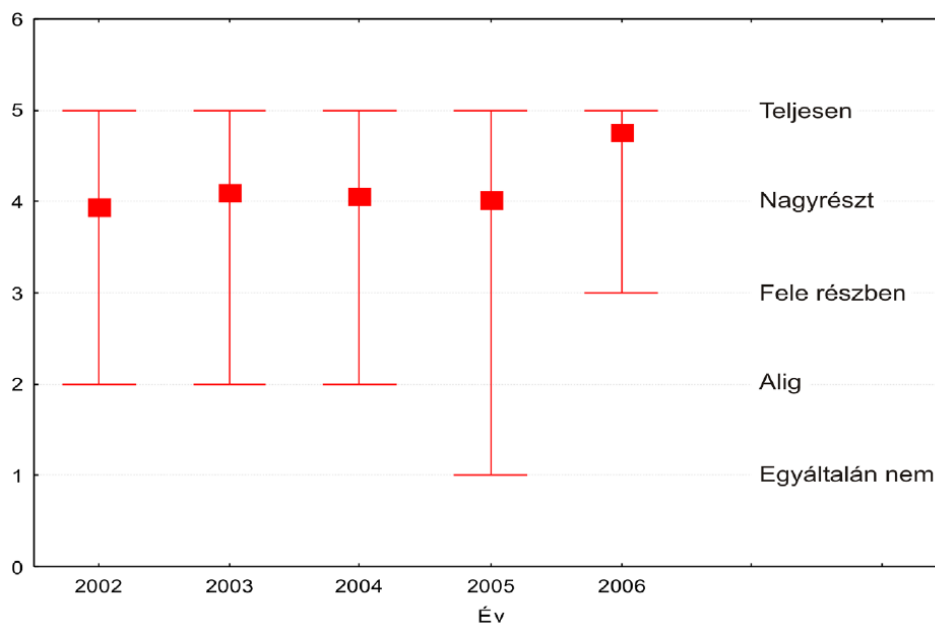
Az előadásokon és a gyakorlatokon a hallgató egy mintát dolgoz fel, melynek alapján nem érzékeli a változékonyság problémáját és fontosságát. Nem tudatosul benne az a tény, hogy a statisztikák valószínűségi változók. A statisztikai módszerek alkalmazási feltételeinek ellenőrzése nem történik meg, ezeket legtöbbször megadják a feladatban. Ennek súlyos következménye van, ugyanis nem alakul ki az a képesség, hogy a sokaságra vonatkozóan, a hallgatók helyes következtetéseket tudjanak levonni. Igen hasznos a számítógéppel támogatott statisztika, de a kellő elméleti megalapozás hiányában, a hallgatóság egy jelentős része lemarad az oktatás folyamatában és önállóan képtelen egy ismeretlen adathalmazt elemezni.

2.2 A statisztika oktatásának módszertanáról

Bármelyik oktató, aki saját maga által kitalált és nem életszerű adatokkal szeretne megértetni, elmagyarázni valamit diákjai számára, a saját diákjait hozza hátrányos helyzetbe [5]. Ahhoz, hogy megtudjuk, mennyire járunk jóúton az oktatás metodikájában, szükség van olyan módszerek kidolgozására [6], amelyek segítségével mérni lehet az adott oktatási folyamat hatását a tanulók megértési és tanulási folyamatair

Az ELTE TTK-n 2003-ban bevezettem a statisztika programcsomaggal támogatott oktatását valós adatokon [7]. Öt éven át mértem az eredményeket. 2002-ben csak hagyományos oktatás volt majd 2003-2005 között kisebb, 2006-ban nagy metodikai módosításokat hajtottam végre.

Tapasztalataim szerint „a hatékony gyakorlatok alapjait körültekintő folyamat során kiválasztott feladatok jelentik. Amennyiben sokféle feladatot szerepeltetünk az órákon, a hallgatónak mindegyik esetében meg kell értenie a szakmai problémát, és rendelkeznie kell a szükséges szakmai ismeretanyaggal. Felméréseim azt bizonyítják, célszerű kevés számú – amennyiben lehet egy – feladatot választani, amely az adott szakterületről való, tudományos igényű, érdekes és rajta szinte minden, vagy lehetőség szerint minél több tanult statisztikai módszer alkalmazható. Ekkor csak egyszer kell a hallgatónak egy ilyen szakmai példának az ismeretanyagát, feltételrendszerét magáévé tenni, így kellőképpen a statisztikai fogalmakra, eszközökre és azok alkalmazásának feltételeire tud koncentrálni” [8]. A 2006-ban bevezetett nagy és összetett adathalmazon történő oktatás sikerességét az 1. ábra szemlélteti a hallgatóknak feltett kérdésre - „Mennyivel tartaná hatékonyabbnak tanulását, megalapozottabbnak tudását, ha a tárgyat szakmai példák alkalmazásán keresztül tanulná?” - adott válasszal.



1.ábra

Mennyivel tartaná hatékonyabbnak tanulását, megalapozottabbnak tudását, ha a tárgyat szakmai példák alkalmazásán keresztül tanulná? *forrás: [7]*

Tanulságos volt megismerni a hallgatók véleményét erről az oktatási formáról. Tekintsünk meg néhányat ezek közül [7]:

„A gyakorlat alapvető hasznának a szakmai problémák statisztikai kiértékelését látom. Ezáltal látásmódunkat, gondolkodásmódunkat a tárggyal és a szakmával kapcsolatban átértékeli, segít mélyebben megismerni. Külön értékének tekintem, hogy a statisztika elmélet fogalmait is a hallgatóság számára szemléletessé, kézzel foghatóvá teszi.”

„A példák nagyon jók, így az igazi egy tantárgyat tanulni, hogy nemcsak a tankönyv fiktív, steril példáit boncolgathatja az ember, hanem hogy végre szembe kerül valami „életszagúval”.

„Kifejezetten jó, hogy az órán szereplő feladatok és adatsorok igaziak, az életből szedett példákon alapszanak. A tárgy sokat segít a szakmai fejlődésben” [7].

Ez a 2003-ban lefolytatott kísérlet is rámutat arra, hogy mennyire fontos az adatok értelmezése, és a kiértékelés módja. Manapság gyakorlatokon Excelben oldunk meg kész problémát, de az eszközhasználat mögött „elveszik” a statisztikai látásmód.

A pandémia idején módszertanunk bővült kis videókkal, melyekben Excellel végezzük a kiértékelést. Ugyanakkor a feljövő generáció Excel készségeit is fejleszteni kell, így a statisztikai gondolkodásmód megintcsak sérül.

2.3 A megvalósítás eszközei és javaslatok

2.3.1. Oktatás

“*KOMBINÁLT*” *oktatási forma*: ami online előadást és hagyományos gyakorlatot jelent. Az online előadások nem sikeresek, a hallgatók figyelme elkalandozik, az oktató számára nincs visszajelzés. A gyakorlatokra teljesen felkészülés nélkül érkeznek a hallgatók.

Hallgatói feltétel: A hallgató rendelkezzen megfelelő számítástechnikai, valószínűségszámítási ismerettel. Ez a feltétel csak részben teljesül.

Személyi feltétel: Ez feltételezi a jól felkészült oktatót, aki vonzóvá tudja tenni a hallgatók által absztraktnak ítélt fogalmakat és módszereket valós feladatok megoldásával, elemzésével képes közelebb hozni a hallgatót választott szakmájához. Az oktatónak szükséges közvetítenie tanítványai felé, azt, hogy ne az legyen a hallgató egyetlen célja, valahogy teljesítse a tárgyat, hanem a tudását gyarapítsa, ismereteit sikeresen tudja alkalmazni és szakmai tovább fejlődéséhez ez adjon egy jó alapot.

Technikai feltétel: jól felszerelt, megbízhatóan működő számítógépes labor.

2.3.2. Tematika

Figyelembe véve a tárgytól elvárt követelményeket és a hallgatóink felkészültségét, hozott alapokat, a tanultak alkalmazásának esélyét, véleményem szerint a BA szakon kevesebbet kellene tanítani, de azt sokkal részletesebben. Az oktatás folyamatában fontos lenne visszatérni a megelőző gyakorlaton megismert módszerekre, visszajelzést kapni a hallgatóktól a tanulási és megértési problémáikra. Lényeges lenne bevezetni minden nagyobb fejezet után egy komplex feladat megoldását és elemzését gazdasági környezetben, azaz egy kisebb kutatást elvégezni. Nagy hangsúlyt kell / kellene helyezni a kapott eredmények szakmai környezetben történő kiértékelésére. Ma az alkalmazott online vizsgáztatásnál ez háttérbe szorul és ezt nagy hibának tartom.

Több olyan paraméteres próbát tanítunk, amelyek nem alkalmazhatók a normális eloszlás hiánya miatt. Ezért olyan nemparaméteres próbák bevezetését javaslom, melyek alkalmazásának nem feltétele a normális eloszlás.

Hibának tartom, hogy idő hiányában nem ellenőrizzük a különböző próbák alkalmazhatóságának feltételrendszerét és a regressziószámításnál a reziduumok vizsgálatát.

Ma már akár Excellel is meghatározható a próbák szignifikanciája azaz a p-érték. Javaslom minden alkalmazott próba esetén a döntést ennek alapján történjen.

A lelkesebb hallgatók a TDK dolgozat megírásánál és/vagy a szakdolgozat elkészítésénél szeretnék alkalmazni a tanult statisztikai módszereket. Ilyenkor kérnek segítséget és szembesülnek azzal, hogy a tanult statisztikai módszereket alig vagy egyáltalán nem tudják alkalmazni. Felmerül a kérdés, ennek mi lehet az oka? Véleményem szerint ilyen esetben nem elegendő csak a hallgatók gyenge tudás szintjére hivatkozni, mert a TDK-ra a jobb képességűek, elhivatottabbak és szorgalmasabbak jelentkeznek.

Hol van a hiba? Melyek azok a tények, feltételek, melyeken változtatni kellene? Ehhez egy közös gondolkodásra lenne szükség. A tematika és tantárgyleírás összeállításánál ezeket is figyelembe kellene venni. Nem kell mindent megtanítani a BA képzésen. A kevesebb lenne a több, de ezzel adhatnánk alkalmazható tudást a hallgatónak. Oktatásunkban azt is lényegesnek tartom, ne csak a lemorzsolódás megakadályozása legyen a cél.

Remélem a statisztika módszertanának folyamatos fejlesztésével, átgondolásával és igényes oktatásával sikerül közelítenünk a 2.1 pontban megfogalmazottakat, a statisztika oktatás céljait.

2.3.3. Idézet a „Könyvszemlé”-ből

Végül felhívnám a figyelmet egy igen értékes könyvszemlére, melynek minden mondatával egyetértek, nem kívánok hozzátenni semmit, csak idézni [9].

„Ez a tankönyv azzal a céllal íródott... Statisztika könnyen, gyorsan, nehézségek nélkül, matematika nélkül, formulák nélkül... A szlogen ismerős, ám a magyar nyelvű szakirodalomban tudomásom szerint ilyen kiadvány még nem jelent meg, ezért talán érdemes egy kicsit részletesebben megismerni a tartalmát.”

„Az oktatónak úgy hiszem nem az lenne a feladata, hogy idomuljon a környezet igénytelenségéhez, hanem oktassa, nevelje, tanítsa meg a hallgatókat tanulni, dolgozni. Ebből az e-book koncepcióból annyi racionális magot természetesen elfogadok, miszerint egy oktatási anyag lehetőleg kerülje az öncélú tudálékoskodást, próbáljon meg világosan, célratorően, tömören, a rendelkezésre álló technika adta lehetőségek maximális kihasználásával magyarázni, de ne sugallja azt, hogy kevés

munkával is el lehet jutni komoly tudásig. Tudomásul kell venni, hogy a tanulás (a hatékony tanulás) igen nehéz (egyések szerint a legnehezebb) szellemi munka. Az egyetemi hallgatóknak a társadalomban elfoglalt kiváltságos helyzete mögött az van, hogy a társadalom tudomásul veszi ezt a nehéz munkát. Félő, hogy az ilyen és hasonló – a tudás látszatát biztosító, valójában áltudást adó – könyvek visszaélnek ezzel, és meggyőződésem szerint hosszú távon jelentős károkat okoznak a fiatal generáció fejlődésében és általában az oktatás társadalmi megítélésében.” [9]

Irodalomjegyzék

- [1] Havasy Gy., Molnár M.né., Tóth M.né., Szunyogh Zs.: *Általános statisztika I.*, Szerkesztette: Korpás A.né, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1996;
- [2] Sándorné Kriszt É., Varga E., Vitézné Kenyeres E.: *Általános statisztika II.*, Szerkesztette: Korpás A.né, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1997;
- [3] Kovácsné Székely I.: *Understanding the spatiotemporal sample: a practical view for teaching geologist students*, Teaching Mathematics and Computer Science, .4/1, 89–99,2006; <https://doi.org/10.5485/TMCS.2006.0104>
- [4] G.S. Maddala: *Bevezetés az ökonometriába*, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2001;
- [5] Bailar, J. C.: *A Larger Perspective*. The American Statistician, 49, pp. 10–11.,1995; <https://doi.org/10.1080/00031305.1995.10476103>
- [6] Mills J. D.: *Using Simulation Methods to Teach Statistics: Review of the Literature*. Journal of Statistics Education [Online], 10(1) 2002; <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910548>
- [7] Kovácsné Székely I: *Programcsomaggal támogatott statisztika oktatása geológus hallgatók példáján*, Doktori (Ph.D.) disszertáció, pp.: 117, 2007;
- [8] Kovácsné Székely I: *Programcsomaggal támogatott statisztika oktatása geológus hallgatók példáján*, Doktori (Ph.D.) disszertáció tézisei, pp.:18 2007;
- [9] Hunyadi L. Könyvszemle Salkind, N. J.: *Statisztika olyanoknak, akik (azt hiszik) gyűlölik a statisztikát Statistics for People Who (Think They) Hate Statistics*. (2nd Edition) Sage Publications, Inc. Thousand Oaks, London, New Delhi. 2004. Statisztikai Szemle, 89. évfolyam 7—8. szám.

Alkalmazzuk a tudományt - egy választható matematika tantárgy sikertörténete

Lőrincz Sándor^{1,2}, Végh Ágnes^{1,2}, Szabó Csaba^{2,3}, Várady Ferenc^{1,2}

¹BGE KVIK Üzleti Elemzés Módszertan Tanszék

²MTA-ELTE Matematika Tanulásméleti Kutatócsoport

³ELTE Eötvös Loránd Tudományegyetem

E-mail: lorincz.sandor@uni-bge.hu; vegh.agnes@uni-bge.hu;
csaba@cs.elte.hu; varady.ferenc@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_21](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_21)

Összefoglalás: A Budapesti Gazdasági Egyetemen 2017-ben bevezetett Döntéselőkészítő kvantitatív módszerek tantárgy a Kereskedelmi, Vendéglátóipari és Idegenforgalmi Karán a fő szakokon is csak kötelezően választható. A szakmai kimenet szempontjainak megfelelően lettek a témakörök meghatározva, hogy a hallgatók versenyképességét erősítse a munkaerőpiacon. A sorbanállás témakörnek egy szintetizáló, tudás és készség frissítő szerepe is lett, és ennek köszönhető a hallgatók fokozott érdeklődése, a tantárgy népszerűsége.

Kulcsszavak: alkalmazásorientált oktatás, projektmunka, sorbanállás, tananyagfejlesztés

Abstract: Quantitative methods for decision-making subject, which was introduced at the Budapest Business School in 2017, belongs to the limited choice elective subjects at the Faculty of Commerce, Hospitality and Tourism. The topics have been chosen in accordance with the professional output aspects to strengthen the competitiveness of the students in the labour market. The topic of queuing has a synthesizing role in refreshing knowledge and skills. The popularity of the subject and the increased interest of the students are due to this.

Keywords: application-oriented education, project work, queuing, curriculum development

1. Bevezetés

A Budapesti Gazdasági Egyetem Alkalmazott Tudományok Egyeteme egyik erőssége és célja a gyakorlat orientált oktatás. Ezt szem előtt tartva történik a tananyagfejlesztés. A 2017-es új mintatanterv keretében került bevezetésre a Döntéselőkészítő kvantitatív módszerek tantárgy, amely karunkon a fő szakokon is csak kötelezően választható. Az oktatott témakörök kiválasztása úgy történt, hogy a szakmai kimenet szempontjából legyen hasznos. A szűkös időkeret miatt az általános problémák ismertetését, az eljárások bemutatását pár alkalmazási példa és néhány gyakorló feladat követi. Ez a felépítés az egyébként is hiányos matematikai elméleti tudásra nem épít, viszont alkalmas a gyakorlati alkalmazások bemutatására, valós problémák tárgyalására a kretás

és táblás tantermet felváltó számítógépes szoftveres környezetben. Célunk volt a tananyagfejlesztési újítás, ami csoportmunkára építsen úgy, hogy a hallgatók egy teljeskörű projektmunkát végezzenek a sorbanállás témakörben, az adatgyűjtéstől kezdve a számítógépes feldolgozáson át a beszámoló készítéséig, befejezve annak prezentációjával.

2. Elméleti megalapozás

Számos kutatás kimutatta, hogy a hallgatók teljesítménye erősen függ az elkötelezettségük mértékétől [2] [4] [7]. Az elkötelezettséget pedig nagyban elősegíti a feladat szakmához, illetve valósághoz való közelsége [6] [15] és a flow-élmény elérése [10] [12]. A flow-élmény felismerését Csíkszentmihályi nevéhez kötjük. A flow-élmény az, amikor teljesen elmerülünk egy tevékenységben, és a lehető legboldogabbak és legelégedettebbek vagyunk, mert úgy érezzük, hogy óriási erőfeszítéseink megtérülnek [5]. Csíkszentmihályi igyekezett feltérképezni, hogy milyen tevékenységekkel élhetjük át a legkönnyebben a flow-élményt: „A játékok nyilvánvaló forrásai a flow-élménynek, és játszani maga a legkiválóbb flow-élmény” [5, old.: 36-37]. Ezzel párhuzamosan a 2000-es évek elején több játékfejlesztő felismerte, hogy az emberek számára mekkora örömet okoznak a játékok, és elkezdtek ezek a fejlesztők azon gondolkodni, hogy hogyan vihetnénk be a játszás örömét a mindennapi életbe [11]. Ezt a folyamatot játékosításnak nevezték el. A játékosítás célja, hogy ösztönözzük a felhasználókat arra, hogy foglalkozzanak egy adott tartalommal és előre haladjanak a cél felé a játékokból kiemelt elemek segítségével [9]. Huotari és Hamari definíciója szerint „A játékosítás az a folyamat, amely egy tevékenységet azáltal javít, hogy játékszerű élmények lehetőségét teremti meg, hogy elősegítse a felhasználó értékalkotását” [12, old.: 25]. Az utóbbi években a játékosításnak a motivációra [1] és az elköteleződésre gyakorolt közvetlen hatását [3] már több kutatással bizonyították. A játékosítás nem egy mindenható eszköz, és nem azonos a játékos elemek használatával [14], de számos játékos elemet használhat.

3. A tantárgyfejlesztési folyamat

A Döntéselőkészítő kvantitatív módszerek tantárgyban az oktatott témakörök kiválasztása úgy történt, hogy a hallgatók versenyképességét erősítse a munkaerőpiacon. Ezek elsősorban a döntési kritériumok, szállítás és hozzárendelés, gráfelméleti alkalmazások, és a sorbanállás elmélete, valamint annak gyakorlata. A tantárgyat oktató tanárok célja a hallgatók sokszínű, komplex felkészítése az egzakt eljárások, szoftverek gyakorlati alkalmazására, hogy minél szélesebb körű betekintést kapjanak a matematikai eljárások gazdasági alkalmazásaiba. Olyan módszerekre fektetik a hangsúlyt, hogy azon keresztül a hallgatók jobban megértsék a lehetőleg saját gyűjtésű, valós adatokkal történő számolások előnyét, az elméleti mutatók és a valóság

összevetésének hasznát. Munkájuk közben a hallgatók valós problémák által generált váratlan körülményekre is tanulnak megoldást, illetve a modern oktatási módszerekkel hatékonyabban sajátítják el a témakört. A hallgatók útmutató alapján részben a tükrözött osztályterem módszerrel dolgozzák fel a sorbanállás témakört, megújítva annak a 1995 óta hagyományos oktatását intézményünkben, aminek a tantárgy mai népszerűsége köszönhető.

Egy kötelező alkalmazott matematika tárgy, az Operációkutatás pótlására és megújításával került bevezetésre a kötelezően választható Döntéselőkészítő Kvantitatív Módszerek tárgy. Az Operációkutatás tárgyat oktató tanárok célja az volt, hogy a hallgatók több gazdasági alkalmazást ismerjenek meg, amelyekhez matematikai eljárások kínálnak megoldást. Minden témakörnek csak egy-két dupla óra időkeret jutott, ezért a kiválasztott témakörökhöz az általános probléma ismertetése mellett a matematikai eljárások, számítási módok bemutatása történik. Ehhez alkalmazási példákat ismernek meg a hallgatók és gyakorló feladatokat oldanak meg. Az alkalmazások érdeklődést felkeltő szakmai példák, de a komoly matematikai módszereket részleteiben nem kell megismertetni, és nem is lehet az időhiány miatt. Nincs is rá szükség a gyakorlati feladatokhoz, amit a hallgatók megoldanak, elegendő az eljárások megismerése és követése. Korábban a tanórák krétás táblás termekben voltak, tehát kisméretű, egyszerű mintapéldákat lehetett feldolgozni. Az új tantárgyban „a kevesebb néha több” elvet követve lecsökkent az Operációkutatás tantárgy tananyagában tárgyalt 6-7 témakör 4-re, mert a tanórák számítógépterembe kerültek, és szükséges, hogy a hallgatók megtanulják a szoftveres számítási eljárásokat is. A megmaradt témák a döntési kritériumok, gráfelméleti alkalmazások, szállítás és hozzárendelés, sorbanállás. Motivációt ad a hallgatóknak az is, ha hallják, hogy olyan módszereket is tanulnak, amire közgazdasági Nobel díjat kapott két kutató is. Egyiküknek például olyan szállítási feladatot kellett megoldani, hogy hogyan szállítson utánpótlást a hadseregnek a második világháborúban, amikor az egyetlen létező útvonal egy befagyott tó jege volt (a számítást befolyásolta sok egyéb körülmény is).

4. A tantárgy témaköreinek bemutatása

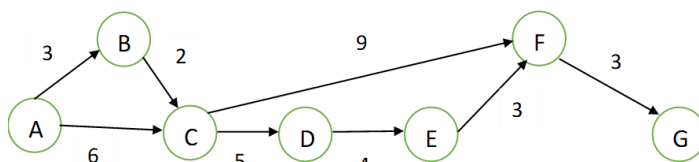
A **döntési kritériumok** fejezetben a hallgatók megtanulják alkalmazni a dominancia elvét, a maximin, maximax, Laplace, minimax, Hurwicz, Bayes és maximum likelihood kritériumok alkalmazását, illetve az Exceles számításokat a minimum, maximum, átlag, szorzatösszeg függvények használatát, a vonal diagram alkalmazását. Újításként olyan feladatok megoldása került bevezetésre, ahol a kifizető mátrix nincs megadva, hanem szöveges feladtból kell azonosítani a döntési alternatívákat, a természeti állapotokat, illetve ki kell számolni az egyes nyereség-értékeket. Itt a hallgatók arra kapnak ötletet, hogy próbáljanak általános képleteket létrehozni, amelyekkel automatizálhatják a számításokat.

Itt a turizmus vendéglátó szakos hallgatók megtanulják például, hogy hogyan és milyen tanácsot adjanak a nyereség-táblázat felírása után a lehetséges alternatívák megfogalmazásával annak a befektetőnek (pl. a szálloda szobaszámára vonatkozóan), aki szállodát szeretne építeni egy nagyon jelentős forgalommal rendelkező útvonalon a minél jobb kihasználtság érdekében.

A **gráfelméleti alkalmazások** fejezetben a szükséges gráfelméleti alapok ismertetése után klasszikus algoritmusok következnek irányítás nélküli és irányított gráfokra vonatkozó feladatokban: legrövidebb út két csomópont között (Dijkstra címkéző algoritmus), minimális feszítőfa (Prim és Kruskal algoritmusok), kritikus út keresése tevékenységi hálóban. Ahol lehetséges és célszerű, ott lineáris programozási modellt és az Excel Solvert használják a megoldáshoz. Újításként olyan problémák feldolgozása került bevezetésre, ahol a gráfot szövegesen vagy táblázatosan megadott adatok alapján először fel kell grafikusan vázolni és azután megoldani a problémát.

A rendezvényszervező szakirány érdeklődéséhez igazodva többek között egy olyan feladat is feldolgozásra kerül, amely egy konferencia szervezéssel kapcsolatos projekt pl. nyolc tevékenysége (1. ábra), a közvetlen előzmények és a várható megvalósítási idők alapján (grafikusan ábrázolva a projektet irányított gráf formájában) adja meg az ún. kritikus utat LP modell felírásával, Excel Solver segítségével annak kiderítésére, hogy ilyen körülmények között hány nap tartalékidejük van az ún. kritikus úthoz nem tartozó tevékenységeknek.

Tevékenység	Közvetlen előzmény	Idő (Hetek)
1	-	3
2	-	6
3	1	2
4	2, 3	5
5	4	4
6	5	3
7	2, 3	9
8	6, 7	3



Forrás: saját szerkesztés

1. ábra

A projekt előzményei és várható megvalósítási idők táblázata, és a hozzá tartozó tevékenységi háló

A **szállítás és hozzárendelés** témakörben a klasszikus szállítási feladat kiegyensúlyozása, LP modelljének felírása, Excelben való rögzítése és Solveres megoldása kerül bemutatásra. A számítógépes környezet előnyei kapnak jelentőséget olyan módon, hogy nagyobb méretű feladatokat, illetve adatokban bekövetkező változásokat is könnyen, gyorsan lehet kezelni. Újdonság a hozzárendelési feladat ismertetése, a redukciók végrehajtása, majd a hatékony magyar módszerrel való megoldása, illetve a megoldás számítógépes ellenőrzése.

A hallgatók kedvenc mintafeladata az, amikor „megismerik”, hogy hogyan osztja szét Hóféherke a házimunkát, hogy minél hamarabb elvégezhető legyen, ismerve a törpék munkavégzési idejét.

A **sorbanállás – tömegkiszolgálás** témakör képviseli a sztochasztikus feladatokat, ahol bizonyos valószínűségszámítási alapokat is tisztázni kell a számítások háttérének bemutatásához. Egy-, és többcsatornás sorbanállási rendszerek paramétereinek megállapítására és állapotmutatóinak kiszámolására van szükség olyan fontos kérdések megválaszolására, mint például, hogy mennyi a várható várakozási idő, vagy a várakozó sor várható hossza. A legfontosabb változtatás ennek a témának a feldolgozásában következett be, ugyanis kiscsoportokban gyűjtött valós adatokkal kell projektmunkában elvégezni a sorbanállási állapot mutatók számítását, az eredmények értelmezését és bemutatását.

A projektfeladat ismertetése

- A projekthez 2-3 fős csoportokat kell alkotni a szemináriumi csoportok hallgatóiból. A csoportok együtt gyűjtenek adatokat, azokat rendszerezik, számításokat készítenek, beszámolót írnak, prezentálnak, közösen kidolgozott munkamegosztás mellett, egyenlő terheléssel.
- Az egyik sor egycsatornás kell legyen (2. ábra), azaz keresni kell egy olyan helyet, ahol egy kiszolgáló állomás (pénztár, pult) van és előtte időben változó hosszúságú sorok alakulnak ki.
- A másik megfigyelt sor többcsatornás kell legyen (3. ábra), azaz egymás mellett két vagy több kiszolgáló állomás, pénztár kell működjön azonos módon. Ebben az esetben fontos a szigorú prioritású kiszolgálás biztosítása (tehát a korábban érkező korábban kerül kiszolgálásra), hogy a képletek érvényben legyenek. Ez olyan helyen tehető meg, ahol a pénztárak előtt egyetlen sor alakul, amelynek első tagja fog az először felszabaduló pénztárhoz járulni.

Megújuló felsőoktatás szekció

Perc sorszáma	Beérkezők száma	Távozők száma	Sor átlagos hossza		
1. perc	8	1	7	Forgalom intenzitása	1,1494 korrigálás 0,8732
2. perc	1	1	7	Várakozók számának várható értéke	6,0102
3. perc	1	3	5	Rendszerben lévők számának várható értéke	6,8833
4. perc	1	0	6	Sorbanállási idő várható értéke	3,6061
5. perc	0	0	6	Rendszerben eltöltött összidő várható értéke	4,13
6. perc	0	1	5		
7. perc	1	0	6		
8. perc	0	1	5		
9. perc	1	3	3		
10. perc	0	1	2		
11. perc	0	2	0		
12. perc	3	0	3		
13. perc	2	0	5		
14. perc	0	2	3		
59. perc	4	4	16		
60. perc	0	3	13		
Átlag:	1,67	1,45	6,88		
Beérkezési ráta		1,667			
Kiszolgálási ráta		1,45			
Sor átlagos hossza		6,8833			
Képletek	$p_0 = 1 - \psi$	Little-formulák	$M(n) = M(v) + \psi$		
	$p_n = \psi^n \cdot p_0, n = 1, 2, \dots$	$M(n) = \lambda \cdot M(t_r)$	$M(t_r) - M(t_s) = \frac{1}{\mu}$		
	$M(v) = \frac{\psi^2}{1 - \psi}, M(n) = \frac{\psi}{1 - \psi}$	$M(v) = \lambda \cdot M(t_s)$			




Forrás: egy hallgató megoldása, részlet

2. ábra

Megfigyelési adatok és számítások, egycsatornás rendszer

- Regisztrálni kell percenként a beérkező igények számát, a távozők számát, illetve a várakozó sor (beleértve az éppen kiszolgálás alatt lévőt is) percen belüli átlagos hosszát.
- A mért adatokat Excel fájlba kell rögzíteni.
- Ha egyszeri kiszolgálásért a sorba többen állnak be, akkor őket egy igénynek kell tekinteni.
- Többpénztáros adatfelvétel esetén fontos, hogy a megfigyelt időtartam alatt a működő pénztárak számát is rögzítsük külön oszlopban. Ha ezek száma változik, pl. 4-ről 5-re, akkor a megfigyelt adatokat két külön adatsorra kell majd bontani, a két kiszolgáló berendezésszám ($S = 4, S = 5$) függvényében elvégezve külön-külön a számításokat.
- A projekt leírása, a beszámoló egy 2-3 oldalas Word fájl, ahol az adatgyűjtés helye, ideje, a körülmények, az adatokból számolt eredmények, azok értelmezése, összehasonlítása, illetve a végső következtetések kerülnek leírásra.

Alkalmazzuk a tudományt - egy választható matematika tantárgy sikertörténete

Beérkezési ráta	0,733		p_0	k	$\psi^k/k!$
Kiszolgálási ráta	1,183		0,526882	0	1
$S =$	2			1	0,619718
				2	0,192025
				3	0,039667
				4	0,006146
				5	0,000762
Forgalom intenzitása	0,620			6	7,87E-05
Várakozók számának várható értéke	0,066	Sorbanállási idő várható értéke	0,090	7	6,97E-06
Rendszerben lévők számának várható értéke	0,686	Rendszerben eltöltött átlagos idő várható értéke	0,935	8	5,4E-07
				9	3,72E-08
				10	2,3E-09
$p_0 = \frac{1}{\frac{\psi^S}{S! \left(1 - \frac{\psi}{S}\right)} + \sum_{n=0}^{S-1} \frac{\psi^n}{n!}}$ $p_n = \begin{cases} p_0 \frac{\psi^n}{n!}, & 1 \leq n \leq S \\ p_0 \frac{\psi^n}{S! S^{n-S}}, & n = S+1, \dots \end{cases}$ $M(v) = \frac{\psi^{S+1}}{S \cdot S!} \cdot p_0 \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\psi}{S}\right)^2}$				$M(n) = M(v) + \psi$ $M(n) = \lambda \cdot M(t_r)$ $M(v) = \lambda \cdot M(t_r)$	

Forrás: egy hallgató megoldása, részlet

3. ábra
Többcsatornás számítások

Mindez részletesen:

- Adatgyűjtés helye, ideje. [esetleg fotó, említés a körülményekről, tapasztalatokról]
- A három adatsor átlagainak ismertetése, értelmezése. [amennyiben a távozők számának átlaga kisebb a beérkezők számának átlagánál, a kiszolgálási rátát újra kell számolni, hogy a forgalom intenzitása 1-nél kisebb legyen]
- A rendszer elméleti teljesítménymutatói $[M(v), M(t_s), M(n), M(t_r)]$ kiszámolt értékeinek ismertetése, értelmezése, és a valóságban tapasztaltakkal való összevetése.
- Feltételezve, hogy a kiszolgáló berendezés [pénztáros] kétszer gyorsabban szolgálja ki a klienseket, írja be az újraszámolt teljesítménymutatókat és hasonlítsa össze az előzőekkel.
- Feltételezve, hogy az eredeti paraméterek mellett beállítanak egy második pénztárost is kiszolgálásra, írja be a kiszámolt új teljesítménymutatókat és hasonlítsa össze a c) pontban kapott eredményekkel.
- Hasonlítsa össze a c), d), e) pontokban a várakozással eltöltött átlagos idő hosszára kapott időket és értelmezze a különbségeket.
- Számítsa ki a teljesítmény mutatók értékét a többcsatornás sorbanállási rendszer adataira is. Amennyiben a vizsgált időszakban a működő pénztárak száma változott, úgy rendezze és csoportosítsa az adatsort a pénztárak száma szerint, és végezze el a számításokat minden egyes kategóriára külön-külön.
- Befejezésképpen írja le végső következtetéseit a projekthez gyűjtött adatokkal és a számított értékekkel, a sorbanállási rendszer működésével

kapcsolatban. Hasonlítsa össze a többcsatornás mutatókat a különböző csatornaszámok esetén, illetve az egycsatornás és a többcsatornás mutatókat is.

- i) Fogalmazza meg végső következtetéseit a kapott eredményekkel, illetve az egész projekt feladattal kapcsolatban.

A hallgatók ezt az útmutatót megkapják, és eszerint dolgoznak, kérdéseket tehetnek fel az oktatóknak. Több hétig tartó folyamatos előkészítés, egyeztetés szükséges a hallgatókkal, viszont megéri, mert rengeteg sikerélmény, vidám visszajelzés érkezik. A projektfeladatra a hallgatók 25 pontot kaphatnak, ami az alábbi részfeladatokra így oszlik meg: adatgyűjtés 7 pont, számítások 8 pont, beszámoló 5 pont, prezentálás 5 pont.

Fontos része a koncepciónak a forgalom intenzitása újra számolásának lehetősége, mert a valós megfigyelések jelentős részében a beérkezések rátája nagyobb a kiszolgálások rátájánál, és ez esetben a képletek az egycsatornás rendszerek esetében nem működnének, azaz meg kellene ismételni a kísérletet mindaddig, amíg ez a feltétel nem teljesülne. Erre az újra számolásra szolgál az adatfelvétel utolsó oszlopa, a teljes várakozó sor hosszának átlagos értéke, aminek segítségével korrigálható a forgalom intenzitásának értéke.

5. A tantárgy sikerének bemutatása, következtetések

A Döntéselőkészítő kvantitatív módszerek tantárgy bevezetésének legnagyobb sikere az, hogy a hallgatók jelentős része (kb. 1/3-a) választja ezt a nem kötelező tárgyat a szakmai tantárgyakkal folytatott versenyben. Már a tantárgy oktatását megelőző félévben, a Gazdasági matematika tantárgy előadásain felhívjuk a hallgatók figyelmét erre a nagyon hasznos és érdekes tárgyra, ahol a módszertani tanáraik segítségével tovább gyarapíthatják kvantitatív számítási készségeiket. Ez a kihívás arra sarkallja az oktatókat, hogy az egyes félévek tapasztalatai alapján folyamatosan módosítsák, fejlesszék a tematikát, támaszkodva a hallgatói visszajelzésekre is. A szorgalmas és tehetséges hallgatók további fejlődésének segítésére tanulmányi versenyre kerül sor minden félévben Felber Mária Modellalkotási Emlékverseny néven, ahol a résztvevők megmutathatják a tanult eljárásokban szerzett jártasságukat, próbára tehetik tudásukat és kreativitásukat komplexebb feladatok megoldásával. A sikeresség egyik nem elhanyagolható fokmérője a hallgatók által szerzett gyakorlati jegyek átlaga, amelyek stabilan a 4-es érték körül alakulnak. Az aláírást nem szerző vagy gyakorlati jegy javítására szorulóknak száma csoportonként legfeljebb egy-két hallgató.

Alkalmazkodva az új feltételekhez; a számítógépteremben tartott tanórák lehetőséget adnak a szoftverek alkalmazására. A már megszerzett számítástechnikai jártasságokra építve, kiegészítve újakkal, teret engednek az egyéni fejlődési lehetőségeknek. Új módszertani eszközök használata történik, egyítve az egyéni és a csoportos feladat kijelöléseket, a kapott és saját

adatokkal való munkát. A hallgatók bátorítást éreznek az önálló gondolkodásra, kreativitásukra támaszkodnak, közelebb kerülnek a gyakorlati alkalmazásokhoz, amelyek megismerése más szerzők tapasztalata szerint is fontos [13] [15]. Az órai mintafeladatok, a gyakorló feladatok és a tesztfeladatok összeállításában is mindig érezhető, hogy azok szövege érdekes, naprakész és változatos, kapcsolódik a tanult szakmához. Az elmúlt félévek tapasztalatai alapján a sorbanállási projekt-feladat beváltotta a hozzá fűzött reményeket. A hallgatók nagy többsége pozitívan áll a rendhagyó feladathoz, amelyen keresztül megértik a saját gyűjtésű, valós adatokkal történő számolások előnyét, az elméleti mutatók és a valóság összevetésének hasznát. Munkájuk közben a valós problémák által generált váratlan körülményekre is tanulnak megoldást, a modern oktatási módszerekkel hatékonyabban sajátítják el a témakört. Bár a tárgy teljesítése a hallgatóknak nem könnyű, de, - és talán épp ezért, - sikerélményt ad nekik.

Irodalomjegyzék

- [1] Anisa, K. K., Marmanto, S., & Supriyadi, S. (2020). *The effect of gamification on students' motivation in learning English*. Leksika, 10(1):22-28;
- [2] Astin, A. W. (1984). *Student Involvement: A Developmental Theory for Higher Education*. Journal of College Student Development, 40:518-529;
- [3] Cahyani, A. (2016). *Gamification Approach to Enhance Students Engagement in Studying Language course*. MATEC Web of Conferences, 58(4):03006; <https://doi.org/10.1051/mateconf/20165803006>
- [4] Chen, J. J.-I. (2008). *Grade-Level Differences: Relations of Parental, Teacher and Peer Support to Academic Engagement and Achievement Among Hong Kong Students*. School Psychology International, 29(2):183-198; <https://doi.org/10.1177/0143034308090059>
- [5] Csíkszentmihályi, M. (1991). *Flow: The Psychology of Optimal Experience*. New York: Harper Collins;
- [6] Erdélyi É., Lovasné Avató J., Jakuschné Kocsis T. 2019. *A new trend in Education and Research at Budapest Business School: Green catering*, Georgikon for agriculture: Multidisciplinary Journal in Agricultural Sciences 23: 2 pp. 16-30 , 15 p;
- [7] Fredericks, J. A., Blumenfeld, P. C., & Paris, A. H. (2004). *School Engagement: Potential of the Concept, State of the Evidence*. Review of Educational Research, 74(1):59-109; <https://doi.org/10.3102/00346543074001059>
- [8] Huotari, K., & Hamari, J. (2017). *A definition for gamification: anchoring gamification in the service marketing literature*. Electronic Markets, 21-31; <https://doi.org/10.1007/s12525-015-0212-z>
- [9] Kapp, K. M., Blair, L., & Mesch, R. (2013). *The Gamification of Learning and Instruction Fieldbook: Ideas into Practice*. San Francisco: John Wiley & Sons;
- [10] Lister, M. (2015). *Gamification: The effect on student motivation and performance at the post-secondary level*. Issues and Trends in Educational Technology, 3(2); https://doi.org/10.2458/azu_itet_v3i2_liste
- [11] McGonigal, J. (2011). *Reality is broken: Why games make us better and how they can change the world*. Penguin Books;

- [12] Sailer, M., Hense, J. U., Mayr, S., & Mandl, H. (2017). *How gamification motivates: An experimental study of the effects of specific game design elements on psychological need satisfaction.* Computers in Human Behavior, 69:371-380; <https://doi.org/10.1016/j.chb.2016.12.033>
- [13] Rendek Cs., Erdélyi É. 2021. *Mi mindenen múlhat a gazdasági alapképzés hallgatóink eredményessége statisztikából?* In: Simonics, I.; Holik, I.; Tomory, I. (szerk.) Módszertani újítások és kutatások a szakképzés és a felsőoktatás területén: X. Trefort Ágoston Szakképzés- és Felsőoktatás-pedagógiai Konferencia Tanulmánykötet, Budapest, Magyarország: Óbudai Egyetem 424 p. pp. 279-291., 13 p;
- [14] Szabó Cs., Szenderák J., Szörényi S. (2021) *A játékosítás lehetőségei a köznevelésben,* Training and Practice (19) 1–2, 141-150 ; <https://doi.org/10.17165/TP.2021.1-2.14>
- [15] Tóth Zs., Erdélyi É., Töröcsvári Zs. 2021. *Motivation dimensions of Business analyses students in the distance learning environment,* In: Načinović Braje, I.; Jaković, B.; Ferjanić H. D. (szerk.) Proceedings of FEB Zagreb 12th International Odyssey Conference on Economics and Business, Zagreb, Horvátország: Faculty of Economics and Business, University of Zagreb pp. 570-587., 18 p.

A pandémia hatása az Üzleti Statisztika tantárgy oktatása, számonkérése, módszertana területén

Dr. Szobonya Réka¹ Héderné Bertók Judit²

¹adjunktus ²mesteroktató

^{1,2}BGE PSZK Alkalmazott Kvantitatív Módszertan Tanszék

E-mail: Szobonya.Reka@uni-bge.hu; Hedernebertok.Judit@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_22](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_22)

Összefoglalás: A Budapesti Gazdasági Egyetem Pénzügyi és Számviteli Karán végzett hallgatók munkaerőpiaci előnye, hogy intézményünk – mint alkalmazott tudományok egyeteme – törekszik olyan tudás, készségek átadására, melyet a frissen végzettek a gyakorlatban kiválóan tudnak alkalmazni. A statisztika tárgyak digitális környezetben való oktatása, számonkérése évek óta fejlődik. Tanulmányunkban az Üzleti statisztika tantárgy teljesítése során elért eredmények alakulását vizsgáljuk a pandémia előtti, alatti és utáni szemeszterekben, figyelembe véve a felsőoktatásba kerülés feltételeiben és az oktatási-számonkérési módszerekben bekövetkezett változások hatásait, valamint a digitális kompetenciák szerepének fontosságát.

Kulcsszavak: digitális kompetencia; oktatás; számonkérés; módszertan

Abstract: The students who graduated in the Faculty of Finance and Accounting of the Budapest University of Economics have an advantage in the labour market, because in our institution - as a university of applied sciences - strives to impart knowledge and skills that recent graduates will be able to apply in practice. In our study, we examine the development of the results achieved during the completion of the Business Statistics subject in the semesters before, during and after the pandemic. In our publication, we considered the effects of the changes in the conditions of admission to higher education assessment methods, furthermore, we emphasised the importance of the role of digital competences.

Keywords: digital competence; education; accounting; methodology

1. Bevezetés

A pandémia meghatározó módon alakította át a felsőfokú tanintézmények tevékenységét is, előtérbe került a tanítás és a számonkérés digitalizációja. Egyetemi oktatásunk során kiemelt célként említett megfelelő digitális kompetenciával rendelkező munkavállalók képzése most még nagyobb hangsúlyt kapott.

Kutatási területünk a Budapesti Gazdasági Egyetem Alkalmazott Kvantitatív Módszertan Tanszék kiemelt tantárgyának, az Üzleti Statisztika tantárgyának elemzése oktatási, tanítási-tanulási, számonkérési módszertani szempontok alapján, a világméretű Covid-19 járvány hatásának tükrében.

Tanulmányunkban az oktatás módszerét és a visszamérés eredményeit négy szemeszteren át vizsgáltuk az egyes időszakok jellemző adottságai alapján.

2. A kutatás háttere

A 2019 végén kitört világméretű Covid-járvány világított rá arra, hogy a mindennapi életünkben és munka során mekkora jelentőséggel bír a digitális eszközök, ismertek jelenléte. A karantén alatt több ország korlátozó intézkedéseket rendelt el, így sok munkahelyen home office-t vezettek be. Egyetemünkön a járvány idejére digitális oktatás lépett életbe, ami a tanszékünk esetében már biztos alapokra épült és ez a digitalizációs folyamat azóta is fejlődik.

2.1. Digitális műveltség, digitális kompetencia

A felsőoktatási intézmények képzései során nélkülözhetetlen a kor követelményeinek való megfelelés annak érdekében, hogy folyamatos megújulásra képes, elegendő tudással rendelkező hallgatókat oktassanak és neveljenek. Kiemelkedő feladat a tudás átadásának, az oktatás módszereinek és eszközeinek kiválasztása. Az adatok feldolgozásához és elemzéséhez használt statisztikai módszerek elméleti és papíron történő gyakorlati alkalmazásának oktatásán túl ma már a számítástechnikai megoldások elsajátíttatása is szükséges. [1]

A digitális eszközök mindennapi alkalmazásához különféle képességekre és készségekre van szükség, melyek nélkülözhetetlenek a digitális környezetben való magabiztos eligazodáshoz.

A digitális kompetencia szerteágazó szakirodalma között Rizza [2] a 2008-ban munkatársaival már közzétett tanulmányát említi, miszerint a kompetenciát magas szintű know-how-ként határozzák meg, ami a komplex helyzetek kezelésekor több kognitív erőforrás összevonását igényli. Álláspontjuk szerint három kompetenciaszint különböztethető meg az informatikai felhasználás szempontjából:

- az IT-től (információs technológiától) elválaszthatatlan technikai kompetenciák operatív szinten;
- transzverzális kompetenciák funkcionális szinten, amelyek mobilizálhatóak olyan összefüggésben is, amelyek nem feltétlenül ~~nem~~ az informatikához kapcsolódnak;
- meta-kompetenciák stratégiai szinten.

Az UNESCO [3] és az Európai Unió [4]) szakpolitikai dokumentumaiban olvasható technikai és gyakorlat-orientált nézet kombinációjáról Godhe [3] ír

szakirodalmi összefoglalójában. Az UNESCO a digitális kompetencia három szintjét vázolja fel:

- a funkcionális készségek szintje: technológiai alapismeretek, technológiához való hozzáférés;
- a középszintű általános készségek szintje: alapvető digitális technológiák észszerű felhasználása, tartalmak létrehozása, biztonsági, kockázati és védelmi kérdések fontosságának felmérése és ismerete;
- szakmai, magasabb szintű készségek szintje: az IKT-szakemberek (IKT: információs és kommunikációs technológia) számára szükséges speciális kompetenciák, mint programozási készség, kritikus gondolkodás és innovációs készség.

A nemzeti politikában, az EU polgárok digitális kompetenciakeretében Carretero és társai [5] és az OECD digitális készségek keretrendszerében [6] kiemelt szerepe van a középszintű általános készségnek. A DigComp2.1 [5] öt kompetenciaterületet foglal magába:

- alapvető információs műveltség;
- digitális kommunikáció és az együttműködés;
- digitális tartalom létrehozása;
- biztonság;
- problémamegoldás

Mind az öt területnek 7 jártassági szintje van, melynek célja az egyes kompetenciaterület mérése, szerkezete, tartalma alapján meghatározott különböző szintek meghatározása és leírása.

2.2. Felsőoktatási környezet

Kutatásunk során fontos volt a felsőoktatási környezet áttekintése. Megvizsgáltuk a felsőoktatásba jelentkezők és felvettek létszámának alakulását 2014 és 2021 között [7], melynek ingadozása magyarázható részben a demográfiai folyamatok alakulásával, részben pedig azon központi oktatási intézkedésekkel, melyek szigorították a képzések bemeneti oldalát:

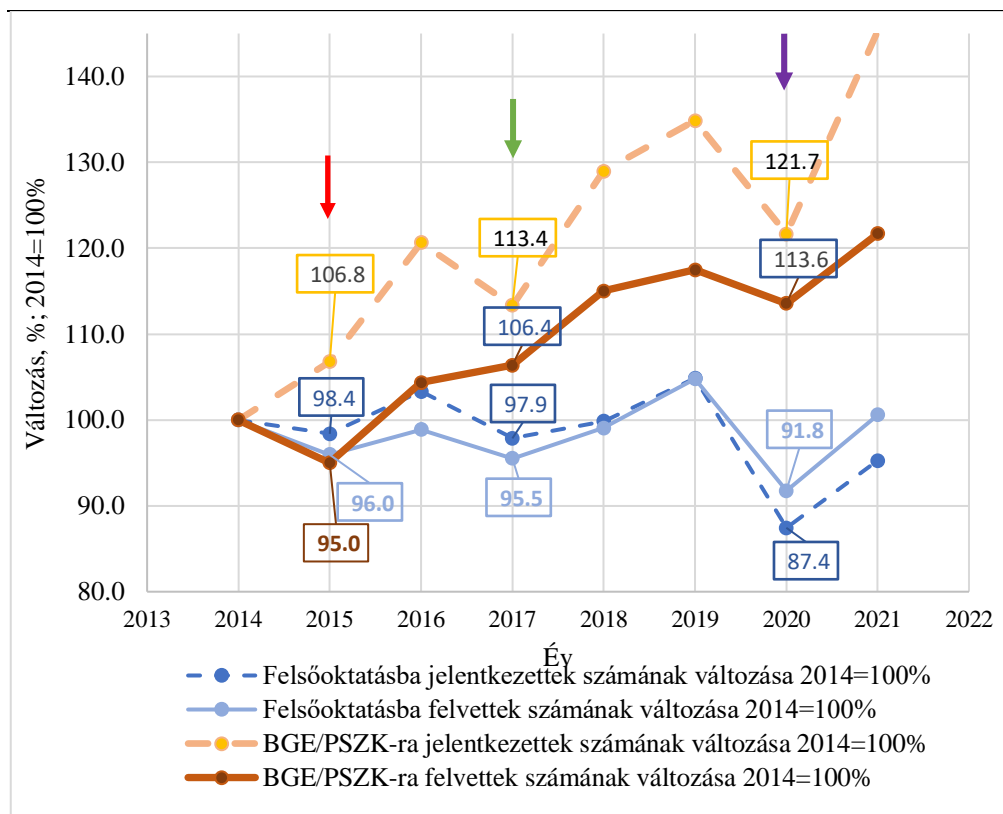
- 2015: Az emelt szintű érettségi bevezetése, központi minimum ponthatárokat meghatározása;
- 2017: A szakok nagy részére csak emelt szintű érettségivel lehet bejutni;
- 2020: Csak az kerülhet be az alap- vagy osztatlan képzésre - néhány kivételtől eltekintve -, akinek legalább egy emelt szintű érettségije van.

A teljes felsőoktatásba az emeltszintű érettségi megkövetelése és a meghúzott felvételi ponthatár következtében 2015-ben az előző évhez képest 1,6%-kal jelentkeztek kevesebben és 4%-kal csökkent a felvettek száma. 2017-ben, az újabb, bemeneti rendszerben bevezetett változás hatására 2,1%-kal esett vissza

a jelentkezők és 4,5%-kal az egyetemekre, főiskolákra bekerülő tanulók száma 2014-hez képest. 2020-as évben a szigorított felvételi rendszer feltételei mellett a Covid 19 járvány megjelenése és terjedése nagy hatással volt a felsőoktatásba jelentkezők és felvettek számának alakulására. Ebben az évben a jelentkezők 12,6%-kal, a felvettek száma 8,2%-kal esett vissza 2014-hez képest, míg a jelentkezők száma 16,2%-kal és a felvételt nyerteké 12,4%-kal lett kevesebb 2019-hez képest, amely a 2020-as évben súlyos hanyatlást jelentett a magyar felsőoktatási rendszerben (20153 fővel alacsonyabb volt az aspiráns a hazai egyetemekre és 10623 fővel apadt az új hallgatói létszám) az előző évhez képest (1. ábra).

A *BGE/PSZK*-ra jelentkezők és felvettek számának alakulása a fent említett 3 mérőidőpontjában eltér bizonyos mértékben az országos trendektől (1. ábra). 2015-ben *BGE/PSZK* esetében is csökkent a felvettek száma 5%-kal, de a jelentkezőké növekedett 6,76%-kal az előző évhez képest. 2017-ben a jelentkezők száma 13,4%-kal, és pontthárok megállapítása után 6,4%-kal nőtt a felvettek száma a 2014-es évhez képest. 2020-ban is nőtt 2014-hez képest a jelentkezők és a felvettek száma, előbbi 21,7%-kal utóbbi 13,6%-kal, de a *BGE/PSZK* adataiban is követhető a kötelező emelt szintű érettségi bevezetésének szigorító hatása, ugyanis a jelentkezők száma 9,8%-kal, míg a felvettek száma 3,3%-kal esett vissza 2019-hez képest, de ez a csökkenés kisebb mértékű a hazai átlagnál (rendre: 16,2 % és 12,4 %). A Budapesti Gazdasági Egyetem Pénzügyi és Számviteli Karára jelentkezők és a felvettek számának alakulásában pozitív tendencia figyelhető meg összeségében (1. ábra).

A pandémia hatása az Üzleti Statisztika tantárgy oktatása, számonkérése, módszertana területén



Forrás: Felvi.hu (2023) [7] alapján saját készítés
1.ábra

Felsőoktatásba és a BGE/PSZK-ra jelentkezők/felvettek összesen, 2014-2021 között, 2014-hez képest

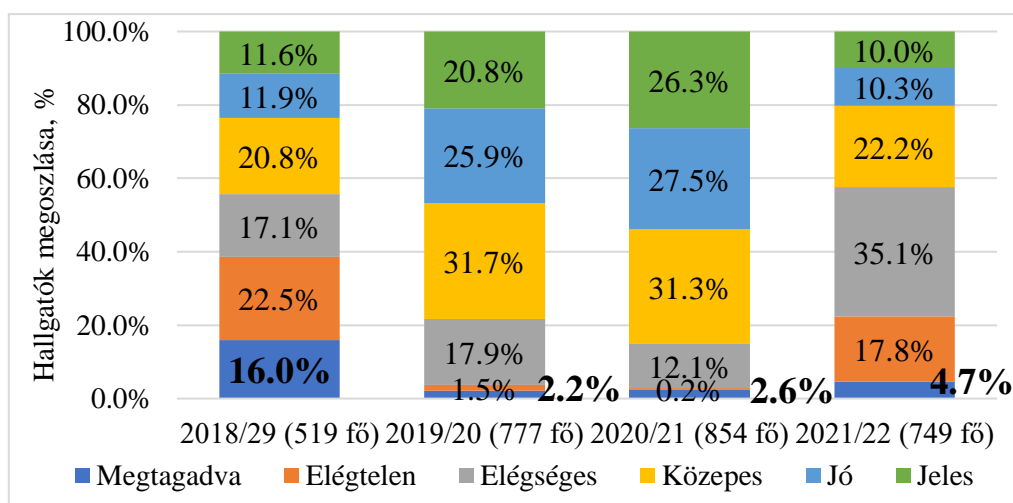
Míg a teljes magyar felsőoktatásban a 2014-es év adatai körül ingadoztak kisebb-nagyobb kilengésekkel az egyetemre pályázók és bekerülők száma, addig a BGE/PSZK esetében a bázis évhez képest csak 2015-ben volt visszaesés.

Fontos megemlítenünk a bemeneti oldal, azaz a felsőoktatás felvételi rendszerének jelenlegi, aktuális változásait, melyek már 2023 szeptemberében életbe lépnek [7]: az alapképzésre és osztatlan képzésekre jelentkezőknek nem kötelező az emelt szintű érettségi vizsga; megszűnik a jogszabályi minimumponthatár (eddig alapképzésen és osztatlan képzésen 280, felsőoktatási szakképzésen 240 és mesterképzésen 50 pont volt).

3. Szemeszterenkénti eredmények Üzleti statisztika tantárgyból nappali tagozaton

A tárgy teljesítésének állandó feltétele a zárhelyi dolgozatok megírása. Ennek elmulasztása az általunk vizsgált első, a még teljes mértékben jelenléti

oktatásban zajló 2018/19-es tanévben fordult elő legnagyobb arányban, emiatt akkora a hallgatók 16%-a aláírás megtagadással zárta a félévet. A következő tanévben a második negyedévben kényszerült mindenki online oktatásra és számonkérésre. A járványra való tekintettel mindenki kapott aláírást; az oktatók úgy döntöttek, hogy a hirtelen átállás okozta esetleges technikai, vagy egészségügyi probléma ne akadályozza a hallgatókat tantárgyuk teljesítésében. A teljes évfolyamnak csupán 2,2%-a nem tett lépéseket annak érdekében a félév vége során, hogy az aláírás mellé szerezzon gyakorlati jegyet is. A teljes mértékig online 2020/21-es tanévben 2,6%-a, a 2021/22-es hibrid tanév második szemeszterében a hallgatók 4,8%-a fejezte be az Üzleti statisztika tanulmányait aláírás megtagadva bejegyzéssel (2. ábra).



Forrás: saját szerkesztés a Coospace-rendszer és a Neptun-rendszer adatai alapján
2. ábra

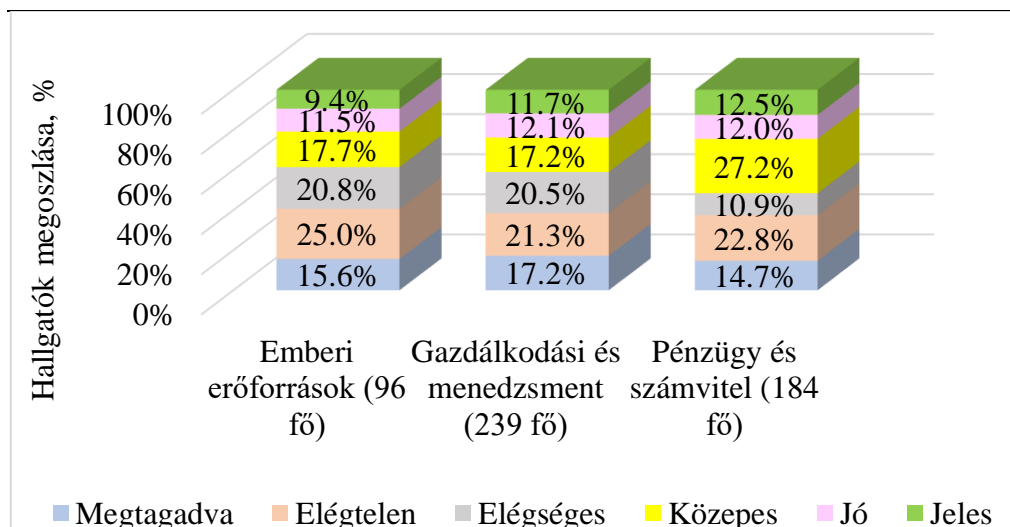
Hallgatók megoszlása nappali tagozaton Üzleti statisztika tárgy végső érdemjegyei alapján

3.1 2018/2019-es félév őszi szemeszter

2018/19-ben az oktatás teljes mértékben jelenléti volt, a számonkérés is az addig megszokott módon történt: az elméleti kérdésekre a Coospace-rendszerben kellett válaszolni, a feladatok megoldását előkészített excelben végezték a hallgatók, miután a kapott dolgozatpapírról elolvasták a kérdéseket. A vizsgált hallgatók – mintatanterv szerint – az előző félévben felvételiztek, amikor a legmagasabb minimumponttal ez emberi erőforrás, legalacsonyabbal pénzügy és számvitel szakra lehetett bekerülni (1. melléklet).

A 2018/19-es év második félévében az érdemjegyet szerzettek esetében a rangsor megfordult – követve az előző évek során tapasztaltakat –, a legjobb átlagot a pénzügy-számvitelen, a legrosszabbat a humán erőforrás szakon érték el a hallgatók (3. ábra).

A pandémia hatása az Üzleti Statisztika tantárgy oktatása, számonkérése, módszertana területén

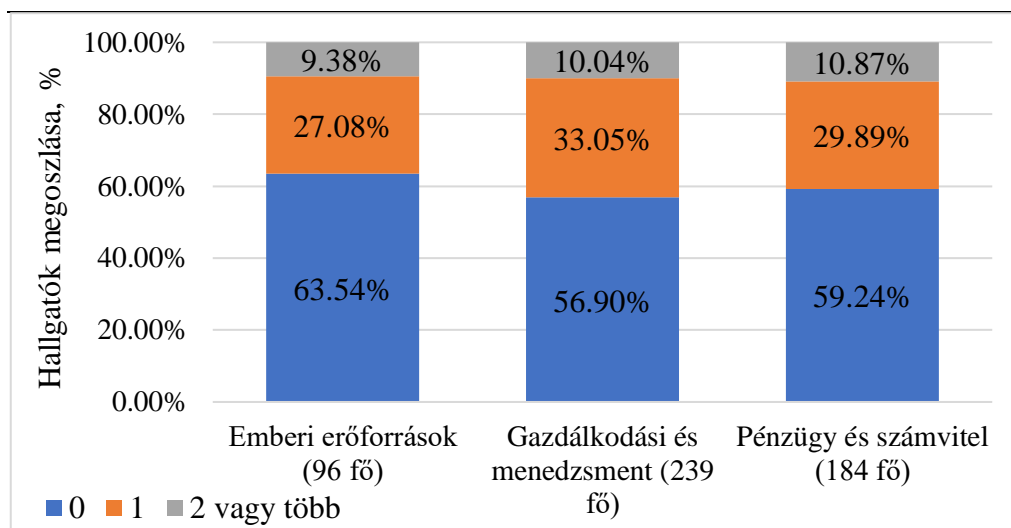


Forrás: saját szerkesztés a Neptun-rendszer adatai alapján
3. ábra

Hallgatók megoszlása a 2018/19 II. félévben végső jegy szerint Üzleti statisztika tárgyból nappali tagozaton

A hallgatókról nem áll rendelkezésre olyan kimutatás, amely tartalmazná, hogy valaki államilag támogatott, vagy költségtérítéssel tanul, így ezen jellemző és az érdemjegyek milyenségének összefüggését nem tudtuk megvizsgálni. A választott szak és a jegy között 5%-os szignifikancia-szint mellett nagyon gyenge kapcsolat ($H=0,0648$) mutatható csak ki.

A zárhelyi dolgozatok hetében megírt dolgozatok eredménye és a félév vége során elért érdemjegy között lehetnek különbségek, melyek a következőkből adódhatnak: az egyik, esetlegesen hiányzó zárhelyi dolgozatot pótolhatták a hallgatók. A félév során szerezhettek pluszpontokat: kizárólag órai munkára a hallgatók több, mint negyede (28,13%), csak beadandó dolgozatra 9,25%, mindkettőre közel ötödük (22,16%) kapott pontot. A vizsgaidőszakban javíthatták elégtelen érdemjegyüket a hallgatók, illetve engedéllyel lehetőség van sikeresen teljesített tárgy javítására is. A végső jegy jobbá tételére a hallgatók közel negyven százaléka vállalkozott (4. ábra).



Forrás: saját szerkesztés a Coospace-rendszer és a Neptun-rendszer adatai alapján
4. ábra

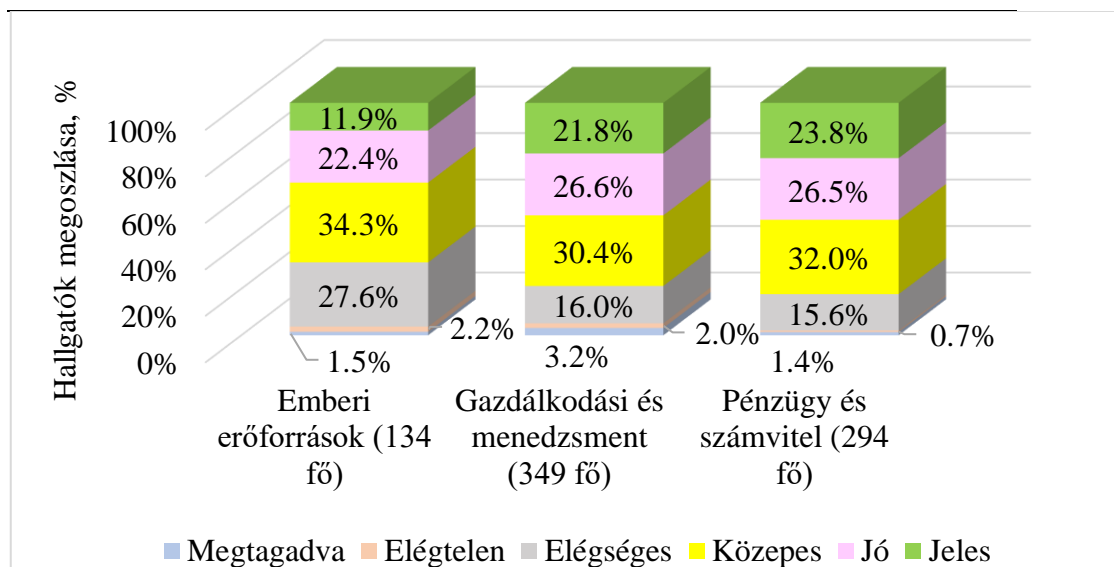
2018/19 2. Üzleti statisztika érdemjegyet a félév során javítók aránya szakonként

3.2 2019/2020-es félév őszi szemeszter

Az Üzleti statisztika tárgyat a 2019/20-as évben felvevő hallgatók felvételi körülményei változtak: egyrészt az államilag támogatott képzésben míg az emberi erőforrás szakra jelentkezőknek 5%-kal alacsonyabb lett a ponthatár, a pénzügy-számvitelre jelentkezőknek 12%-kal, a gazdálkodás-menedzsmentet választóknak 23%-kal emelkedett a limit; és mindhárom képzési területen csökkent – ha nem is nagy mértékben – a költségtérítéses képzésre felvett hallgatók aránya. Vélhetőleg a kedvezőbb bemeneti eredmények is közrejátszhattak abban, hogy a végső eredmények javultak mindhárom szakon (1. Melléklet).

A teljesítmények számszerű változásában a számonkérés módja is szerepet kaphatott. A COVID-19 pandémia a második negyedévben online oktatást és számonkérést hozott. A gyors átállás a dolgozatpéldák számának erőteljes emelését követelte meg az oktatóktól, hogy a feladatsorok véletlenszerű összeállítása megvalósulhasson. A számasság növelése a feleletválasztós feladatok készítésével történt, ami valószínűleg megkönnyítette a hallgatók dolgát a számonkérés során. Az első zárthelyi dolgozat megírására sem volt már lehetőség a járvány miatt. Az első negyedév anyagát a második negyedévben hetenként megírandó rövid tesztek segítségével kértük számon, és a szemeszter végén a második negyedévben tanultakról írtak dolgozatot a hallgatók. Talán a rövidebb tesztek és a feleletválasztós sorok jobb eredményt hoztak Üzleti statisztikából (5. ábra).

A pandémia hatása az Üzleti Statisztika tantárgy oktatása, számonkérése, módszertana területén

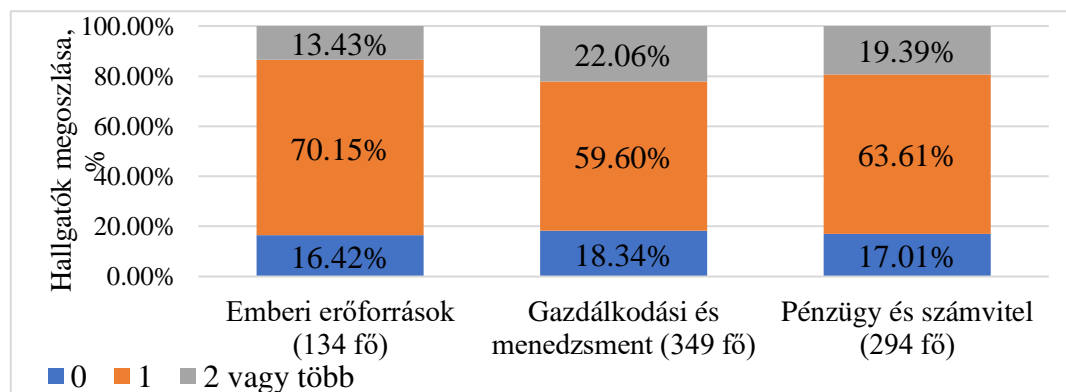


Forrás: saját szerkesztés a Neptun-rendszer adatai alapján
5. ábra

Hallgatók megoszlása a 2019/20 II. félévben végső jegy szerint Üzleti statisztika tárgyból nappali tagozaton

A 2019/20-as félévben a szak és az érdemjegy között nem volt szignifikáns összefüggés.

A zárhelyi dolgozatok eredményeihez képesti nagyobb arányú javítás (6. ábra) ebben a félévben több szempontból is különbözött az előző évitől. Egyrészt minden lehetőséget megkaptak a hallgatók a dolgozatok pótlására, és abban az esetben is megkapták az aláírást, ha nem teljesítették a dolgozat abszolválásának feltételét. A számonkérés feleletválasztásos teszteken keresztül valósult meg, ami eleve jó eredményeket hozott a hallgatók számára, illetve megkönnyítette az elsőként kapott jegy javítását.



Forrás: saját szerkesztés a Coospace-rendszer és a Neptun-rendszer adatai alapján
6. ábra

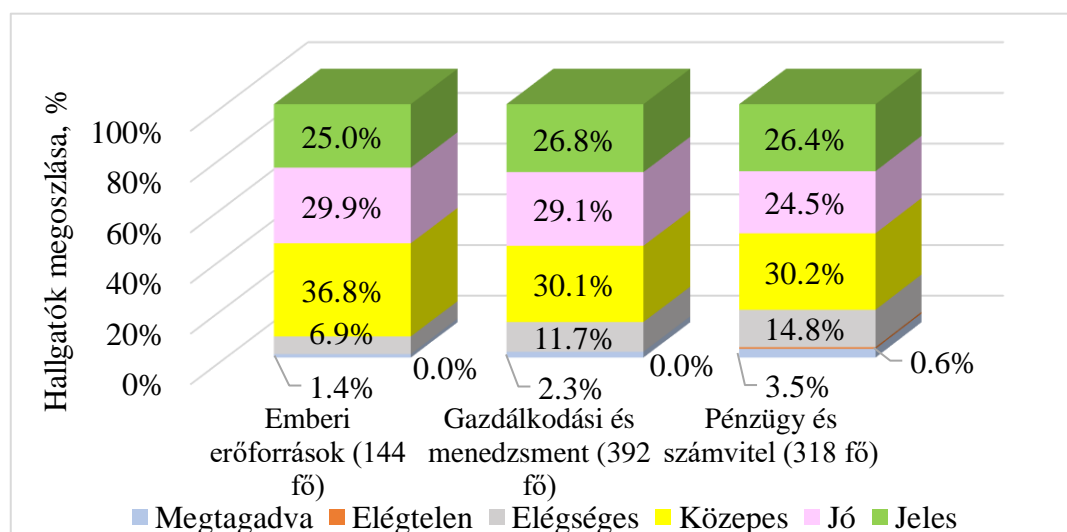
2019/20 2. Üzleti statisztika érdemjegyet a félév során javították aránya szakonként

A pluszpontok szerzése ettől a félévtől az előadás idejében bevezetett tesztek során lehetséges, ami szintén feleletválasztós kérdéseken alapul. A részvételi arány a heti pontgyűjtőkön 67,2 – 78,2% között ingadozott, ami a hallgatók motiváltságának nagyfokú emelkedését mutatta.

3.3 2020/2021-es félév őszi szemeszter

A 2020/21-es tanévben megszakadt a sokéves hagyomány, miszerint a pénzügy és számvitel szakos hallgatók érik el a legjobb eredményeket a statisztika tárgyak teljesítésekor. Talán magyarázható a legkisebb átlaguk, hogy a felvételi ponthatárok ezen a szakon voltak a legalacsonyabbak az előző évben (1. melléklet), és itt a költségtérítési felvettek aránya meghaladja a másik két csoportban tapasztaltét.

A teljes mértékig online szemeszterben az elektronikus tananyag mellett készített videók is támogatták a hallgatók tanulását. Visszatért a két zárthelyi dolgozat írása, ami alapvetően feleletválasztásos elméleti kérdésekből és feladatokból állt. Együttes hatásként a félév során kiemelkedő eredmények születtek mindhárom szakon már a negyedévenkénti dolgozatok alapján is, a tárgyat nem abszolválók aránya alacsony (7. ábra).

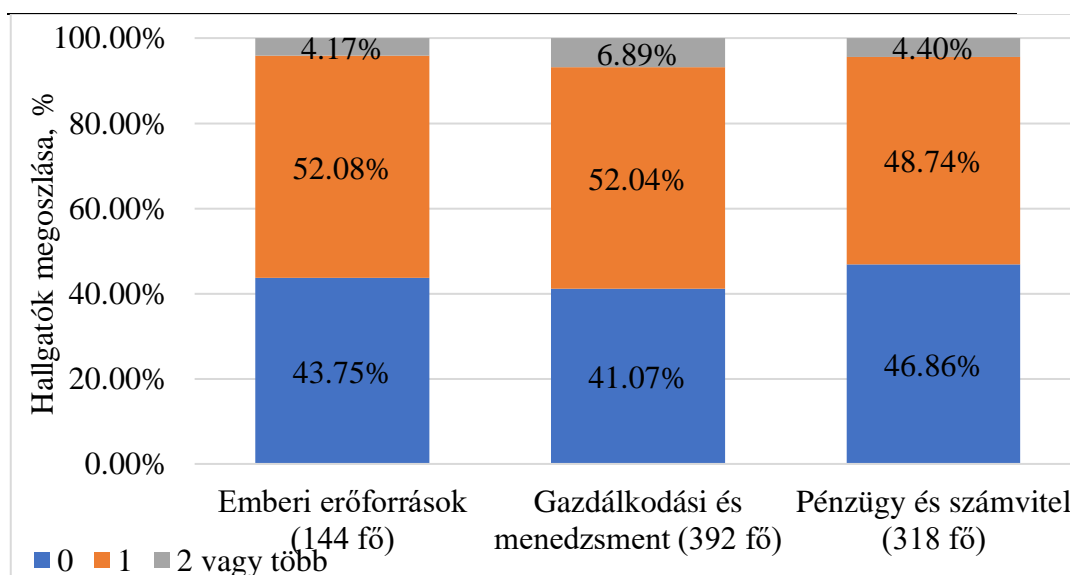


Forrás: saját szerkesztés a Neptun-rendszer adatai alapján
7. ábra

Hallgatók megoszlása a 2020/21 II. félévben végső jegy szerint Üzleti statisztika tárgyból nappali tagozaton

A hallgatók közel kétharmada vett részt minden héten a pontgyűjtő teszteken, így a jól sikerült zárthelyi dolgozatok után a hallgatók több, mint fele javított (8. ábra), és még jobb eredménnyel zárta a félévet.

A pandémia hatása az Üzleti Statisztika tantárgy oktatása, számonkérése, módszertana területén



Forrás: saját szerkesztés a Coospace-rendszer és a Neptun-rendszer adatai alapján
8. ábra

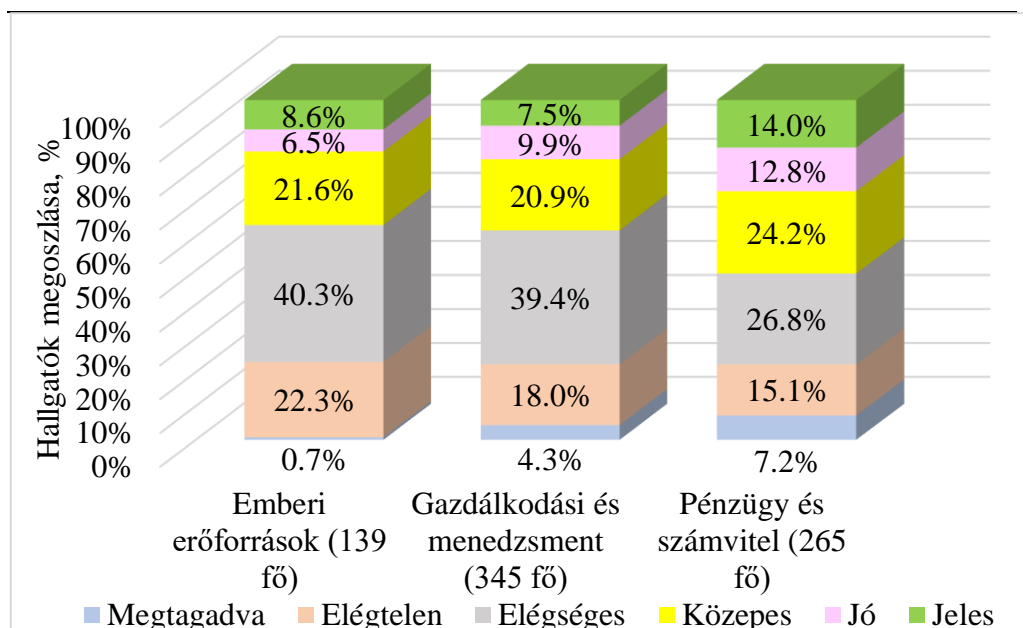
2020/21 2. Üzleti statisztika érdemjegyet a félév során javítottok aránya szakonként

Az érdemjegy és a választott szak között 5%-os szignifikancia-szint mellett nagyon gyenge összefüggés ($H=0,0454$) mutatható csak ki.

3.4 2021/2022-es félév őszi szemeszter

A 2021/22-es tanévben visszatértek a hallgatók géptermekekbe a gyakorlati órákra (az előadás online maradt), és a kurzusokon való részvétel egész félévben meghaladta a pandémia előtti szokásos látogatottságot. A számonkérés a járvány előttieknek megfelelően jelenléti volt, azonban változott a dolgozatok módszere, a követelmények. Míg az online oktatás előtt és alatt az alírás feltétele a két dolgozat megírása és az összpontszámból az elért 20% volt, a hibrid oktatás idejében mindkét dolgozat esetében el kellett érni a 20%-ot. Az elméleti kérdések megegyeztek az előző félévekben alkalmazottakkal, azonban a feleletválasztós példák fele helyett olyan feladatok szerepeltek a dolgozatokban, ahol a hallgatóknak konkrét számértékeket kell beírniuk. A jelenléti dolgozatírás és az újfajta tesztsor eredményei közelítik azt, ami a pandémia előtt volt jellemző. A vizsgált hallgatók felvételi pontjai szakonként ebben az időszakban közelítették meg egymást (akár államilag támogatott, akár költségtérítéses), és a finanszírozási mód szerinti különbségek tovább csökkentek (1. melléklet).

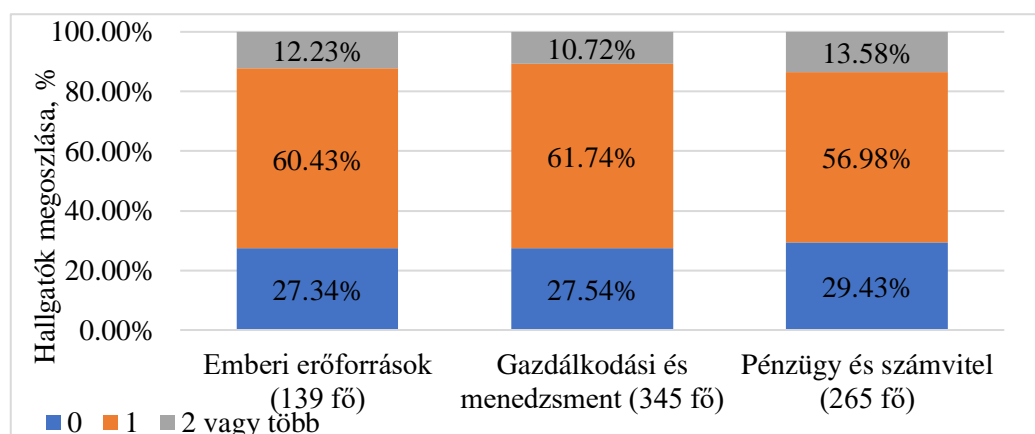
A hallgatók zöme (77%) a 749 főből teljesítette az Üzleti statisztika tárgyat, azonban a teljesítmények elmaradtak az online számonkérésnél tapasztaltaktól (9. ábra).



Forrás: saját szerkesztés a Neptun-rendszer adatai alapján
9. ábra

Hallgatók megoszlása a 2021/22 II. félévben végső jegy szerint Üzleti statisztika tárgyból nappali tagozaton

A szakok közötti sorrend a „megszokotthoz” visszatért, azonban a 2021/22-es félévben a szak és az érdemjegy között nem volt szignifikáns kapcsolat. A félév során született eredmények alakulásában szerepe volt a pluszpontoknak. A hallgatók 72,8 – 78,5% közötti arányban töltötték ki hetente a pontgyűjtő teszteket.



Forrás: saját szerkesztés a Coospace-rendszer és a Neptun-rendszer adatai alapján
10. ábra

2021/22 2. Üzleti statisztika érdemjegyet a félév során javítók aránya szakonként

Mindhárom szakon közel a hallgatók 70%-a javított érdemjegyén a zárthelyi dolgozatokhoz képest (10. ábra).

4. Következtetések és javaslatok

A pandémia lecsengése után a jelenléti oktatásban és számonkérésben elért eredmények közelítik a járvány előtti értékeket, némileg el is maradnak attól, dacára annak, hogy a felvételi minimumpontok nem is kis mértékben megemelkedtek a vizsgált időszak végére (1. melléklet). Nagy szerepe lehetett a nem túl erős eredmények elérésében annak, hogy a hallgatók a középiskola végét online módon fejezték be, és ez a tanulási módszer nem volt számukra megfelelő, kellő alapok nélkül érkezhettek a felsőoktatási intézménybe. A jelenléti oktatásban jellemzően részt vettek a hallgatók, az online előadások látogatottsága alacsony volt, az elektronikus tananyagban rejlő lehetőségeket alig néhányan aknázták ki. A digitális kompetenciák terén is vannak elmaradások (több hallgató visszajelzése, hogy bonyolult a Coospace és az Excel együttes használata; az órai feladatmegoldásokat sokan nehezen követik az Excel-ben).

A felsőoktatási intézményekbe kerülés feltételeinek 2023-ban életbelépő enyhítései vélhetően nem fogják javítani a hallgatók elért eredményeinek javulását. Az egyetemi követelményszint megtartása mellett szükség lesz olyan módszertani elemekre, melyek elősegítik a hallgatók érdeklődésének fenntartását, a folyamatos tanulást a félév során, melyre néhány javaslat:

- óra elején rövid, játékos ismétlés az előző heti anyagból pl. Kahoot-teszt;
- az órán az előkészített excel-file-ban a típusfeladatok megoldása után az óra végén 5-10 percben egy gondolkodtató feladat páros-kiscsoportos megoldása alapján egy probléma megoldása;
- heti gyakorló feladatsorok – Möbius-programban véletlen számokkal generált gyakorló feladatok megoldása.

Ösztönzőként a gyakorlati jegy teljesítéséhez a pontozás esetleges átalakításán is érdemes lenne módosítani:

- a jelenlegi két zárthelyi dolgozat eredményén túl;
- az óra eleji játékos feladatok helyes megoldásának pontozása (legyen minimálisan kitöltött játék!), és a teljesítmény pontozása (pl. negyedévenként a 3-3 legjobb eredmény beszámítása)
- a heti gyakorló feladatok elvégzésére motiválás, valahány feladatsor kitöltésének előírása minimum teljesítésként; és a teljesítmény pontozása (pl. negyedévenként a 3-3 legjobb eredmény beszámítása).

- A jelenleg az előadás idejében szerzett plusz pontok maradhatnak, de a kérdések körét érdemes lenne bővíteni.

Természetesen jó lenne önálló projektek készítése (valamilyen probléma felvetése, statisztikai adatok gyűjtése, elemzése, következtetések levonása) egyénileg, párosan, csoportosan, esetleg előadás formájában prezentálása, de a nagy létszámokra és az alacsony oktatói létszámra való tekintettel ez kivitelezhetetlen.

Irodalomjegyzék

- [1] Ország G.; Sugár A.; Szobonya R.: A statisztika oktatása számítógépes támogatással, Statisztikai Szemle, 94. évfolyam 11–12. szám, pp.1193-1216, https://www.ksh.hu/statszemle_archive/2016/2016_11-12/2016_11-12_1193.pdf letöltés dátuma: 2023. január 05., 2016; DOI: <https://doi.org/10.20311/stat2016.11-12.hu1193>
- [2] Rizza C.; Digital Competences Comp. by: Thamizhvel V Stage: Galleys Chapter No.: 731 Title Name: EQLR Date:11/1/13 Time:07:27:44 pp. 1-7, https://www.researchgate.net/publication/264309994_Digital_Competences letöltés dátuma: 2023. január 06., 2014; https://doi.org/10.1007/978-94-007-0753-5_731
- [3] Godhe A-L.; Digital Literacies or Digital Competence: Conceptualizations in Nordic Curricula Media and Communication (ISSN: 2183-2439) 2019, Volume 7, Issue 2, pp. 1-11, letöltés dátuma: 2023. január 08., <https://doi.org/10.17645/mac.v7i2.1888>;
- [4] Broadband Commision; *Working group on education—Digital skills for life and work*; <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000259013> letöltés dátuma: 2023. január 08., 2017;
- [5] Carretero S.; Vuorikari R.; Punie Y.; *DigComp 2.1: The Digital Competence Framework for Citizens with eight proficiency levels and examples of use*, Publications Office of the European Union; [http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC106281/web-digcomp2.1pdf_\(online\).pdf](http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC106281/web-digcomp2.1pdf_(online).pdf) letöltés dátuma: 2023. január 08. 2017; <https://doi.org/10.2760/38842>
- [6] OECD; *Skills for a digital world: Policy brief on the future of work*. Paris; <http://oecd.org/els/emp/Skills-for-a-Digital-World.pdf> etöltés dátuma: 2023. január 08., 2016; <https://doi.org/10.1787/20716826>
- [7] Felvi.hu, https://www.felvi.hu/felveteli/ponthatarok_statisztikak, 2023.
- [8] BGE PSZK Coospace-rendszer <https://Coospace.uni-bge.hu/CooSpace/>
- [9] BGE PSZK Neptun-rendszer <https://neptun.uni-bge.hu/>

A pandémia hatása az Üzleti Statisztika tantárgy oktatása, számonkérése, módszertana területén

Felvétel éve	Szak	Államilag támogatott		Költségtérítéses		Átlagos minimum pont	Vizsgált szemeszter	Üzleti statisztika érdemjegyek átlaga
		minimum pont	hallgatói arány	minimum pont	hallgatói arány			
2017/18	Emberi erőforrás	446	3,14%	292	96,86%	296,84	2018/19	2,52
	Gazdálkodás és menedzsment	284	5,40%	280	94,60%	280,22		2,67
	Pénzügy és számvitel	280	4,57%	280	95,43%	280		2,77
2018/19	Emberi erőforrás	428	10,98%	280	89,02%	296,24	2019/20	3,14
	Gazdálkodás és menedzsment	350	10,56%	284	89,44%	290,97		3,52
	Pénzügy és számvitel	316	13,27%	280	86,73%	284,78		3,58
2019/20	Emberi erőforrás	400	33,33%	296	66,67%	330,67	2020/21	3,74
	Gazdálkodás és menedzsment	400	46,10%	323	53,90%	358,5		3,73
	Pénzügy és számvitel	281	27,49%	280	72,51%	280,27		3,64
2020/21	Emberi erőforrás	400	45,60%	308	54,40%	349,96	2021/22	2,38
	Gazdálkodás és menedzsment	406	45,39%	320	54,61%	359,04		2,47
	Pénzügy és számvitel	411	46,23%	280	53,77%	340,56		2,58

Forrás: saját szerkesztés a felvi.hu és a Neptun-rendszer adatai alapján

1. melléklet

Felvételi ponthatárok, a felvett hallgatók megoszlása, érdemjegyek átlaga szakonként néhány kiemelt évben

Az Üzleti elemzés tantárgy (FOSZK) hallgatói megítélésének elemzése

Töröcsvári Zsolt¹, Tóth Zsuzsanna², Lovasné Avató Judit³

¹főiskolai tanár, ²főiskolai docens, ³főiskolai docens

Budapesti Gazdasági Egyetem Kereskedelmi, Vendéglátóipari és
Idegenforgalmi Kar

Emailcím: torocsvari.zsolt@uni-bge.hu, toth.zsuzsanna@uni-bge.hu,
lovasneavato.judit@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_23](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_23)

Összefoglalás: Az „Oktatói Munka Hallgatói Véleményezése” központi lekérdezés nem biztosít elég információt ahhoz, hogy lássuk, mely területeken célszerű változtatnunk a tantárgyak felépítését, oktatási, számonkérési módszereit. Oktatási módszereink és bizonyos tantárgyi elemek fejlesztését a BGE KVIK felsőoktatási szakképzésén Üzleti Elemzés tantárgyból láttuk szükségesnek. A sikeres fejlesztés érdekében összeállítottunk egy kérdőívet. Tanulmányunkban e kérdőív elemzéséből levonható következtetéseinket és javaslatainkat ismertetjük.

Kulcsszavak: Tantárgyfejlesztés, Tanulási nehézségek, Tanulási motiváció, Statisztika, Excel.

Abstract: The usual "Student Evaluation of Teaching Work" query does not provide enough information to see where we can - and should - change the focus, structure, teaching and assessment methods of the subject. We saw/see a need to improve our teaching methods and certain elements of the subject from the Business Analysis subject taught at the BBS FCHT higher-level vocational training. In order to ensure successful development, a short questionnaire has been prepared. In our paper we present our conclusions and recommendations based on the analysis of this questionnaire.

Keywords: Subject development, Learning difficulties, Learning motivation, Statistics, Excel.

1. Bevezetés

Tanulmányunk a felsőoktatási szakképzés egyik – egyúttal egyetlen módszertani – tantárgyának hallgatói megítélésével, az abból levont következtetésekkel és az ezek alapján kivitelezett kurzusfejlesztéssel foglalkozik. E cikk megírására az motivált minket, hogy oktatói munkánk során kiemelt figyelmet fordítunk a felsőoktatási szakképzés Üzleti elemzés tantárgyának oktatásmódszertani kérdéseire, hiszen szemeszterről-szemeszterre egyre több akadályba ütközünk, melyek a kissé elzárkózó, gondolkodásra kevésbé nyitott hallgatói attitűdből és az egyre jellemzőbb hallgatói készségdeficitből fakadnak. E problémára próbálunk megoldást

keresni, hiszen sem a hallgatók, sem a tantárgyat oktatók számára nem elfogadható eredmény, ha a tantárgyat sikeresen teljesítők aránya alacsony, illetve félévről-félévre csökken. A megoldási javaslatok terén korlátot jelent a tananyag tartalma, ami nem, vagy csak kismértékben változtatható, hiszen a tananyag részek az 18/2016. (VIII. 5.) EMMI rendelet kompetenciaelvárásaihoz illeszkedő módon kerültek kialakításra. Az Üzleti elemzés tantárgy jelenleg alkalmazott tematikája teljesen alkalmas arra, hogy fejlessze a képzési- és kimeneti követelmények által meghatározott hallgatói képességeket, attitűdöt, illetve autonómiát és felelősséget [1].

A tananyag méretének és mélységének csökkentése szakmai-pedagógiai szempontból sem támogatandó, ez ellentmondana az egyetem célkitűzéseinek és tanítás-tanulás funkciójának: a készségek fejlesztésének és az ismeretek gyarapításának.

A tananyag főbb elemei a Kereskedelem és marketing, illetve a Turizmus-vendéglátás Felsőoktatási szakképzések igényének megfelelően:

1. Kérdőívkészítés elméletben, gyakorlatban,
2. Statisztikai alapok: viszonyszámok, középértékek, szóródás, kapcsolatvizsgálatok.
 - Órai munka: egy teljeskörű kérdőíves felmérésen adatelemzés, ábrázolás Excelben, a kapott eredmények értelmezése
 - Házi feladat: a teljeskörű felmérésen további kérdésekre gyakorló elemzés, illetve
 - csoportfeladat (projektmunka) saját szakhoz kapcsolódó kérdőíves, illetve KSH (stb.) adatait felhasználó kutatáson belül a tanultak alkalmazása.
3. A csoport kutatásából PPT beszámoló megtartása, 4-6 oldalas Word beszámoló készítése.

Amennyiben a tananyag tartalmát nem akarjuk módosítani, akkor az oktatásmódszertan módosítása szolgál eszközként számunkra, amihez olyan információkra van szükségünk, melyekből megtudhatjuk, hogy melyek azok a tényezők, amelyek nehézséget okoztak a hallgatók számára, melyek azok az elemek, amelyeket hasznosnak vagy érdekesnek tartanak. Az erre vonatkozó információk részben rendelkezésre állnak: egyrészt a tanórákon tapasztaltak szolgálnak segítségül, illetve az Oktatói Munka Hallgatói Véleményezése (továbbiakban: OMHV) adhatna visszajelzést a változtatás szükségességéről. A Budapesti Gazdasági Egyetem a hallgatói visszajelzések felmérésére hozzáadott érték típusú modellt alkalmaz. E modell lényege, hogy a hallgatók 1-től 5-ig terjedő skálán osztályozzák minden egyes tantárgyból, különböző szempontok alapján a tantárgyat magát, illetve az oktatót. A hozzáadott érték alapú felmérés előnye, hogy az oktatói-oktatási hatékonyságot bár több dimenzió alapján közelíti, ezek segítségével egy számmal írja le azt (ez a vezetői döntések meghozatalát egyszerűsíti) [2]. Számos hátránya is közismert, például: az oktató hatékonyság értékelésében inkonzisztens, függ az oktató

által adott értékeléstől [3], inkább a visszafogott oktatásra ösztönöz, „elinfálja” az érdemjegyeket [4]. A mi szempontunkból e mérés legfontosabb hiányossága, hogy konkrétumokat nem ismerünk meg. A BGE által alkalmazott OMHV a következőkre terjed ki:

1. A tanórákon való részvétel arányára (0-25%, 25-50%, 50-75%, 75-100%),
2. az oktató órai munkájának értékelésére (1-től 5-ig terjedő skálán, ahol 1 jelenti a legrosszabb eredményt), ezen belül: az oktató felkészültségére és előadasmódjára.
3. Kiterjed még az oktató attitűdjére (szintén 1-5-ös skálán), ezen belül: az oktató korrektségére és viselkedésére.
4. Tartalmaz még tantárgyi jellemzőkre vonatkozó szintén ötfokozatú kérdéseket, melyek a tantárgy érdekességére és hasznosságára, a tananyagok minőségére, illetve a tantárgyi követelmények teljesíthetőségére vonatkoznak. [5].

A felsorolásból látható, hogy a BGE OMHV-je összeségében az oktató személyére koncentrál. Amennyiben azzal a céllal olvassuk és elemezzük hallgatóink visszajelzését, hogy az ő tapasztalataikat is figyelembe véve fejlesszük a tantárgyat, akkor csupán a 4. pont első kategóriájára támaszkodhatunk, illetve néhány esetben a hallgatók szóveges válaszai nyújthatnak támpontot. E hiányosságok miatt és a tantárgy, a tananyagok és a didaktikai módszereink fejlesztésének érdekében egy külön kérdőív összeállítását láttuk szükségesnek, melyben részben követve az OMHV kategorizálását felmértük a hallgatók véleményét a tantárgy érdekességéről és hasznosságáról, csak részletesebben, továbbá kiterjesztettük a felmérést a tantárgy nehézségeire és a hallgatók tanulási motivációjára is.

2. Módszer

Kérdőívünket a 2020/2021-es tanév őszi félévének hallgatói töltötték ki 2021 februárjában. Az Üzleti elemzés tantárgyat ebben a félévben összesen 328 hallgató vette fel, 74 fő levelezős és 254 fő nappalis hallgató. A kérdőívet összesen 117 fő töltötte ki, az adattisztítás után 116 kitöltő válaszaival tudtunk számolni, ebből 88 nappali tagozatos (az összes nappali tagozatos hallgató 34,65%-a) és 27 levelezős hallgató (az összes levelező tagozatos hallgató 36,49%-a). Így az Üzleti elemzést a vizsgált félévben tanulók több mint harmada adott választ kérdéseinkre. A kitöltők 7,76%-a válaszolta, hogy aláírás megtagadás az utolsó bejegyzése, 10,34%-a jelölte az elégtelen választ, 12,07%-a kapott elégséges érdemjegyet, 18,97%-a középezt, 25,00%-a jó érdemjegyet, végül 25,86%-a jelest. Ez a megoszlás nem tükrözi az egyes félévekben tapasztalható és a vizsgált félévre is jellemző érdemjegyeket: magasabb a tantárgyat nem teljesítők aránya és lényegesen kevesebb hallgatóknak sikerül jó vagy jeles eredményt elérni, mindenesetre az elemzést

pontosítja, hogy a kitöltők között ötödreszt megjelentek az aláírás megtagadást vagy elégtelen érdemjegyet kapott hallgatók is.

A kérdőívet összesen öt részre bontottuk:

1. A tantárgy érdekességére vonatkozó kérdések: a kitöltőknek 0-tól 5-ig tartó skálán kellett értékelniük a tantárgy egyes elemeire vonatkozó állításokat aszerint, hogy ezeket milyen mértékben tartotta érdekesnek.
2. A tantárgy hasznosságára vonatkozó kérdések: szintén 0-tól 5-ig tartó skálán kellett értékelni a tantárgy egyes elemeire vonatkozó állításokat aszerint, hogy ezeket milyen mértékben tartotta hasznosnak.
3. A tantárgy nehézségére vonatkozó kérdések: az előző két kérdéstömbbel analóg módon felépített állítások tartoztak ide.
4. A Vallerand-féle motivációs kérdőív: fontosnak tartottuk annak megismerését, hogy hallgatóink mennyire motiváltak és milyen szintű az önmeghatározásuk, ennek felmérésére a Vallerand-féle kérdőívet és tipológiát alkalmaztuk. Az elemzés, értékelés módszeréről és eredményeiről lásd részletesebben Tóth, Erdélyi és Törösvári 2021-es munkáját [6].
5. Háttér adatok: ezek a kitöltők Üzleti elemzés tantárgyból való sikerességére, szakirányára, tagozatára, nemére vonatkoztak.

Az elemzés során megoszlás-vizsgálatokat alkalmaztunk, ezek mellett kontingenciatáblák és a Cramer-féle asszociációs együttható segítségével vizsgáltunk kapcsolatokat a kérdőív ismérvei között. A számításokhoz Microsoft Office 2211 verziójú Excel alkalmazását használtuk.

3. Eredmények

3.1. A tantárgy érdekessége

A kérdőív első kérdésköre arra vonatkozott, hogy az adott tantárgyi elemet mennyire tartotta érdekesnek a hallgató. Az eredmények meglepőek: amennyiben összegezzük a „nem érdekes irányba” mutató válaszlehetőségeket, illetve az „*érdekes irányba*” mutatókat, akkor azt tapasztaljuk, hogy minden elem esetében ez utóbbiak felé súlyoznak a válaszok. A következő ábra azt mutatja, hogy a kitöltők hány százaléka tartotta inkább érdekesnek, érdekesnek vagy nagyon érdekesnek a kérdésben felsorolt tantárgyi elemeket:



Forrás: kérdőív alapján saját szerkesztés

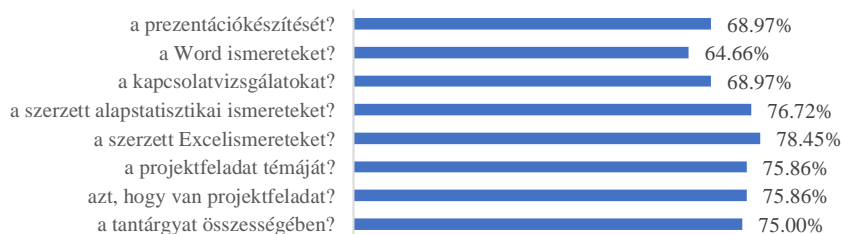
1. ábra

A tantárgyi elemeket tanulás közben legalább „inkább érdekesnek” értékelők aránya

Pozitív eredményként jelent meg számunkra, hogy a kitöltők az Excel ismereteket kiemelkedően magas arányban értékelték 3-asra, 4-esre vagy 5-ösre (összesen 81,03%-uk). A megszerzett statisztikai ismereteket is 75,86%-uk tartotta érdekesnek vagy nagyon érdekesnek. A kitöltők számára a projektfeladat is érdekesnek bizonyult (a kérdőívünkben erre több kérdés is vonatkozott. A projekt feladat témáját – amit a hallgatók választottak ki (!) – a kitöltők 80,17%-a tartotta érdekesnek).

3.2. A tantárgy hasznossága

A következő ábra azt mutatja, hogy a tantárgy egyes részeit a kitöltők mekkora hányada ítélte meg utólag inkább hasznosnak, hasznosnak vagy nagyon hasznosnak:



Forrás: kérdőív alapján saját szerkesztés

2. ábra

A tantárgyi elemeket utólag legalább „inkább hasznosnak” értékelők aránya

Az eredmények e kérdések esetében is meglepetéssel szolgáltak: *a tantárgy egyes elemeit a kitöltők összességében hasznosnak találták*. Kiemelkedően hasznosnak értékelték a megszerzett Excel ismereteket, és a statisztikai ismereteket. Az előző – a tantárgy érdekességére vonatkozó – állításokhoz hasonlóan a projektfeladat elkészítését és az ehhez kötődő egyéb elemeket (prezentáció és beadandó dolgozat elkészítése, önálló témaválasztás) válaszadóink szintén hasznosnak értékelték.

A pontosítás érdekében e kérdéskörnél azt is megkérdeztük a kitöltőktől, hogy konkrétan mely területeken, illetve mit tudtak használni az Üzleti elemzés tantárgyból. E kérdésnél egy felsorolásból többet is választhatott a hallgató. A leggyakrabban előforduló válasz itt is az *Excel ismeretek megszerzése volt, melyeket a válaszadók munkahelyükön vagy gyakorlati helyükön tudnak alkalmazni*. A válaszok között a második leggyakoribb elem a *csoporthelyzet tanulásának alkalmazhatósága* volt. A tantárgy érdekességére és hasznosságára vonatkozó kifejtős kérdésekre adott válaszokból (ezeket terjedelmi okból most nem áll módunkban részletesen ismertetni) az is kiderült, hogy a Word szerkesztéssel kapcsolatos ismereteket és a csoportmunka során tapasztalt nehézségeket vagy annak előnyeit a válaszadók jellemzően *más tantárgyak teljesítése során* tudták jól alkalmazni. *További hasznos információt jelentett számunkra, hogy a kitöltők nagy arányban jelezték, hogy a diagramkészítést érdekesnek és hasznosnak is találták.*

3.3. A tanulás nehézségei

A tantárgy elsajátításának nehézségére vonatkozó állítások esetében a következő ábra mutatja a kapott válaszok megoszlását. Látható, hogy a tantárgy „puha elemeit”, mint például a prezentáció és a beadandó dolgozat elkészítése, csoportmunka, kérdőívösszeállítás a válaszadók könnyen teljesíthetőnek ítélték. Egyrészt a statisztikai számítások eredményének értelmezése és értékelése okozott gondot a kitöltőknek, másrészt a kiinduló hozzáállásuk.



Forrás: kérdőív alapján saját szerkesztés

3. ábra

A tantárgyi elemeket legalább „inkább nehéznek” értékelők aránya

A kitöltők 57,76%-a jelezte, hogy félt ettől a tantárgytól. Ez az attitűdhöz köthető jelenség indokolta azt, hogy megkíséreljük felmérni, hogy milyen jellemvonásokkal bírnak hallgatónk. A kognitív készségek megismerésére nem volt lehetőségünk, ezért döntöttünk úgy, hogy a hallgatók tanulási motivációját próbáljuk behatárolni. A Vallerand-féle kérdőív és tipologizálási módszer segítségével azt az eredményt kaptuk, hogy:

1. a kitöltőink 8,04%-a rendelkezik negatív önmeghatározási index-szel (továbbiakban SDI – Self Determination Index). Ők olyan hallgatók, akik jellemzően demotiváltak vagy külső beavatkozás (büntetés, jutalom) segítségével motiválhatóak,
2. a válaszadók 35,71%-a rendelkezik alacsony SDI-vel, ezek a hallgatók jobbra külső motivációs tényezőkkel bírnak, de az ő esetükben már kismértékben megjelennek a belső motivációs tényezők is,
3. a kitöltők 55,36%-a bír közepes SDI-vel, őket már belső motivációs tényezők hajtják (például: az ismeretszerzés, a jó teljesítmény elérésének öröme),
4. a kitöltők 0,89%-a ért el magas SDI-t, ők csak belső motivációs tényezőkkel rendelkeznek (céljuk általában az ismeret- és tapasztalatszerzése örömeinek megtapasztalása).

Először azt vizsgáltuk, hogy van-e kapcsolat az egyes kitöltők elért eredménye és SDI szintje között. E két ismérv között gyenge kapcsolatot találtunk ($C=0,2318$), az egyes motivációs típusok érdemjegy alapján való megoszlását mutatja a következő táblázat (a felülreprezentáltságot jelentő megoszlásokat sárgával jelöltük):

Érdemjegy*	Kitöltők önmeghatározási szintje				
	Demotivált	Alacsony SDI	Közepes SDI	Magas SDI	Összesen
Aláírás megtagadás vagy elégtelen	23,81%	42,68%	33,33%	0,00%	100%
Elégséges vagy Közepes	6,25%	28,13%	65,63%	0,00%	100%
Jó vagy Jeles	3,39%	37,29%	57,63%	1,69%	100%
Összesen	8,04%	35,71%	55,36%	0,89%	100%

Forrás: kérdőív alapján saját szerkesztés

*Az összevonásokat a gyakoriságok túl alacsony értéke indokolta
1. táblázat

A tantárgyi elemeket legalább „inkább nehéznek” értékelők aránya

A táblázatból látható, hogy a tantárgy sikertelen teljesítése (aláírás megtagadás bejegyzés vagy elégtelen érdemjegy) a demotivált és az alacsony SDI-vel bíró kitöltőkre jellemző. A közepes SDI-vel rendelkező válaszadóink jellemzően „közepesen” (elégségesre vagy közepesre), míg a magas SDI-vel rendelkező kitöltők jól (jóra vagy jelesre) teljesítették a tantárgyat. Vélhetően nem jelent újdonságot és más tantárgyak esetében is kimutatható, hogy *ha sikerül motiválttá tenni a hallgatót, javul az elért eredménye is*. Annak érdekében, hogy javítsuk hallgatóink teljesítményét, figyelembe kell vennünk, hogy *hallgatóink legalább harmada demotivált vagy jobbra külső ráhatással motiválható. Ezt a problémát a számonkérés és értékelés keretrendszerében, illetve kontaktidőigényes ráhatással tudjuk kezelni*.

A továbbiakban vizsgálatunkat a tantárgy szakmai részére szűkítettük le, vagyis azt vizsgáltuk, hogy a gyengébben, közepesen és a jól teljesítő hallgatóknak mekkora nehézséget okoztak a statisztikai számítások, illetve az

Excel kezelése. Az első esetben a kapcsolat elemzése során a következő megoszlásokat kaptuk ($C=0,2856$):

Mennyire találta nehéznek a statisztikai számításokat?	Érdemjegy						
	Aláírás megtagadás	Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles	Össz.
jellemzően nem (0 vagy 1 pont)	10,53%	0,00%	0,00%	21,05%	52,63%	15,79%	100,00%
közepesen (2 vagy 3 pont)	5,88%	15,69%	13,73%	13,73%	15,69%	35,29%	100,00%
jellemzően igen (4 vagy 5 pont)	8,70%	8,70%	15,22%	23,91%	23,91%	19,57%	100,00%
Összesen	7,76%	10,34%	12,07%	18,97%	25,00%	25,86%	100,00%

Forrás: kérdőív alapján saját szerkesztés

2. táblázat

A statisztikai számítások nehézségére vonatkozó értékelések megoszlása a kitöltők eredményessége alapján

A megoszlások és a Cramer alacsony értéke alapján nem találtunk egyértelmű összefüggést az érdemjegy és a statisztikai számítások nehézségének megítélése között, de a táblázat *érdekessége, hogy az aláírást nem megszerző kitöltőink azt jelezték, hogy számukra a statisztikai számítások jellemzően nem okoztak kihívást*, a számításokat túlnyomórészt azok a kitöltők találták legalább közepes szinten nehéznek, akik a tárgyat elégséges vagy közepes érdemjeggyel teljesítették. Hasonló jelenséget tapasztalunk a számítási eredmények értelmezése és az érdemjegy közötti kapcsolat vizsgálata esetében is ($C=0,2453$): a tantárgyat nem teljesítő kitöltők relatív magas aránya jelezte kérdőívünk kitöltése során, hogy a számítások értelmezését maximum közepes szinten találták nehéznek. Felmerül a kérdés, hogy amennyiben *magát a statisztikát nem találták nehéznek ezek a kitöltők, akkor miért nem sikerült teljesíteniük a tárgyat?*

Csupán részben adhat erre magyarázatot a következő számítás, amely a kitöltőink által szerzett érdemjegy és az Excel ismeretek elsajátítása közötti kapcsolatot kísérli feltérképezni ($C=0,2394$):

Mennyire találta nehéznek az Excel ismereteket?	Érdemjegy						
	Aláírás megtagadás	Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles	Összesen
jellemzően nem (0 vagy 1 pont)	7,69%	5,13%	5,13%	23,08%	30,77%	28,21%	100,00%
közepesen (2 vagy 3 pont)	10,64%	12,77%	10,64%	10,64%	25,53%	29,79%	100,00%
jellemzően igen (4 vagy 5 pont)	3,33%	13,33%	23,33%	26,67%	16,67%	16,67%	100,00%
Összesen	7,76%	10,34%	12,07%	18,97%	25,00%	25,86%	100,00%

Forrás: kérdőív alapján saját szerkesztés

3. táblázat

Az Excel használat nehézségére vonatkozó értékelések megoszlása a kitöltők eredményessége alapján

4. Összegzés, javaslatok

E rövid elemzés alapján azt tapasztaltuk, hogy várakozásainkkal ellentétben a kitöltők összességében érdekesnek és hasznosnak találták a tantárgyat.

Bár a kitöltők válaszai alapján a statisztikai számítások nem okoztak számukra gondot, e véleményüket tanári szempontból opponáljuk: a számítások nehézségét inkább alul becsülték kitöltőink, az Excel kezeléssel kapcsolatos aggályainkat viszont a hallgatók is osztották. Továbbá hasznos információként szolgált annak felismerése, hogy a kitöltők jellemzően külső beavatkozással motiválható hallgatók. Összefoglalóan azt állapítottuk meg a kitöltők válaszai alapján, hogy több időt és energiát kell fordítanunk az Excel kezelésére és ezen belül a diagramok megfelelő minőségű készítésére, továbbá fontos, hogy a hallgatók hétről-hétre rendszeresen gyakoroljanak, jelenjenek meg oktatásunkban pluszpontok és „büntetések”. A hallgatók összességében nyitottak a rendszeres foglalkoztatásra (lásd projektmunka tapasztalatai). E megállapítások alapján a 2021/2022 őszi félévétől a következő módosításokat hajtottuk végre:

1. a félév végi nagy zárthelyi dolgozat mellett minden hétre kis dolgozatok bevezetése, több idő diagramok szerkesztésére,
2. gyakorlófeladatok számának növelése,
3. rövid feladatmegoldó videók készítése,
4. több idő a beadandó dolgozat és prezentáció technikai és szakmai magyarázatára és technikai előkészítésére.

Az elmúlt egy év tapasztalatainak felmérése jelenleg is folyamatban van, de a jelenlegi oktatási tapasztalataink alapján úgy gondoljuk, hogy a bevezetett változtatások buktatókat is rejtenek magukban: egyrészt a módosításokat csak egy későbbi évfolyam esetében tudjuk alkalmazni, aggályos, hogy a megoldás, amely működhetett volna valamely évfolyam esetében, nem működik az azt követő kurzusoknál. További kockázat, hogy az alacsony kontaktóraszám és a nagy mennyiségű gyakorlófeladat ugyan az eredményt javíthatja, de erősíti az „algoritmizálást”, vagyis a hallgató bevési és nem megérti a tananyagot. Ezek mellett tapasztaljuk, hogy a rendszeres munkát igénylő és szakmai szintézist is segítő tantárgyi elemek (önálló kutatás, csoportfeladat) túl komplexszé teszik a tantárgy teljesítését: a hallgatók nehezen értik meg, hogy miből áll össze a végső érdemjegy, emellett nem tudják felmérni a tantárgy sikeres teljesítéséhez szükséges idő és energia mennyiségét, nem tervezik megfelelően tanulási stratégiájukat.

Irodalomjegyzék

- [1] 18/2016. (VIII. 5.) EMMI rendelet, „*A felsőoktatási szakképzések, az alap- és mesterképzések képzési és kimeneti követelményeiről, valamint a tanári felkészítés közös követelményeiről és az egyes tanárszakok képzési és kimeneti követelményeiről szóló 8/2013. (I. 30.) EMMI rendelet,*” 2020. [Online].
<https://njt.hu/jogszabaly/2016-18-20-5H> [Hozzáférés dátuma: 12. január 2023.].
- [2] Nira Hativa és Alona Raviv, „*Using a Single Score for Summative Teacher Evaluation by Students,*” *Research in Higher Education*, Vol. 34 No. 5, pp. 626-646., 1993.
<https://doi.org/10.1007/BF00991923>
- [3] Linda Darling-Hammond, Audry Amrein-Beardsley, Edward Haertel és Jesse Rothstein, „*Evaluating teacher evaluation,*” *The Phi Delta Kappan*, Vol. 93 No. 6, pp. 8-15., 2012.
<https://doi.org/10.1177/003172171209300603>
- [4] Wolfgang Stroebe, „*Student Evaluations of Teaching Encourages Poor Teaching and Contributes to Grade Inflation: A Theoretical and Empirical Analysis,*” *Basic and Applied Social Psychology*, Vol. 42 No. 4, pp. 276-294., 2020. <https://doi.org/10.1080/01973533.2020.1756817>
- [5] BGE Szervezeti és Működési Szabályzata, „*A Budapesti Gazdasági Egyetem Szabályzata az Oktatói Munka Hallgatói Véleményezéséről,*” Budapest, 2020.. [Online].
https://uni-bge.hu/hu/dokumentumok/szabalyozo-dokumentumok/szenatus-altal-elfogadott-szabalyzatok/egyeb-szabalyzatok/bge_omhv_szabalyzat_20200801
.[Hozzáférés dátuma: 12. január 2023.].
- [6] Zsuzsanna Tóth, Éva Erdélyi és Zsolt Töröcsvári, „*Motivation Dimensions of Business Analyses Students in the Distance Learning Environment,*” *Proceedings of FEB Zagreb International Odyssey Conference on Economics and Business*, 3. (1), pp. 570-587, 2021.

Az online előadás hatékonyságvizsgálata a Gazdasági matematika tárgy példáján

Várady Ferenc^{1,2}, Erdélyi Éva^{1,2}, Végh Ágnes^{1,2}, Ittész András^{1,3}

¹BGE KVIK Üzleti Elemzés Módszertan Tanszék

²MTA-ELTE Matematika Tanulásméleti Kutatócsoport

³MATE MATI Alkalmazott Statisztika Tanszék

E-mail: varady.ferenc@uni-bge.hu; szaboneerdelyi.eva@uni-bge.hu;
vegh.agnes@uni-bge.hu; ittesz.andras@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_24](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_24)

Összefoglalás: A pandémia alatt nagyban megnőtt, és utána is részben megmaradt az online oktatás elterjedtsége, hatásvizsgálata széles platformot kapott. Tanulmányunkban a karunkon, online módon megtartott előadások hatékonyságát vizsgáljuk. Erre, - a szakirodalom alapján hatékony módszerrel - kidolgoztunk egy nagylétszámú kísérletet, majd a tapasztalatokat kiegészítettük a hallgatók véleményének elemzésével. Tanulmányunkban ezek eredményeit ismertetjük.

Kulcsszavak: online oktatás, gyakorlati jegyek, oktatásmódszertani kísérlet, hallgatói visszajelzés

Abstract: The prevalence of online education increased during the pandemic and remained partially afterward, and its impact assessment has been given a wide platform. In our study, we examine the effectiveness of online lectures at our faculty. We developed a large-scale experiment for this, – based on literature, an effective method, - and additional analyses were done about the opinion of students. In this study, we present and analyse the experiment and its findings.

Keywords: online education, practical marks, teaching methodology experiment, student opinion

1. Bevezetés

A pandémia alatt nagyban megnőtt az online oktatás elterjedtsége. Mindenkinek alkalmazkodnia kellett egy helyzethez, amely kikényszerítette, hogy diákok és oktatók online órákon vegyenek részt. Megfigyelések történtek és elemzések születtek különböző szempontokra vonatkozóan. Ezek között oktatástechnikai, didaktikai, pszichológiai, társadalmi és más egyéni tényezők mellett ott szerepel az oktatás hatékonysága is. A járvány után a legtöbb helyen visszatértek a hagyományos oktatási formák, általában a pandémia alatt gyűjtött tapasztalatokkal megfűszerezve. A hallgatók és oktatók véleménye az online módon megtartott órákról különböző. Ugyanazt a tantárgyat sem oktatjuk teljesen egyformán pl. a Budapesti Gazdasági Egyetemen sem, ahol a tematika 75%-ban minden karon és szakon azonos, de különböző oktatásmódszertani eszközöket alkalmazunk. Az oktatás hatékonysága sem mondható tantárgyanként azonosnak. A szakirodalomból ismert számos tapasztalat szerint hatékony, előhívásos tanulási módszer alkalmazásával arra

kerestük a választ, hogy a Gazdasági matematika előadáson ugyanolyan jól működik-e ez a módszer online körülmények között is. Az eredmények és okok jobb megértéséhez a hallgatók véleményét fókuszcsoportos interjú keretében tártuk fel, illetve ehhez társul még a járványhelyzet alatt, az online oktatás megjelenésekor megvalósított kérdőíves felmérés. A három elvégzett vizsgálat alapján elemezzük, mi a hallgatóink véleménye az online oktatásról és számonkérésről.

2. Elméleti háttér

2.1. Az online oktatás tapasztalatai, nemzetközi kitekintés

A 2020. évi covidjárvány alatt és azóta nagyban megnőtt az online oktatás elterjedtsége. Az online órákról különbözőek a vélemények, az online oktatás hatásvizsgálata széles platformot kapott. Howard et al. [5] egy olyan, a covidjárvány előtti írországi kutatásról számol be, amelynek során egy Maths for Business kurzuson a hallgatók maguk választhattak, hogy személyes jelenléttel, online videók tanulmányozásával vagy a két lehetőség kombinálásával vesznek-e részt a tanulásban. Az a hallgatói csoport ért el átlagosan jobb eredményt a kurzus teljesítése során, amelyben az órák látogatottsága magasabb volt. Mishra & Raina [13] egy indiai egyetem két karán, oktatók válaszai alapján elemezték az online oktatás hatékonyságát az oktatás előtt, közben és után elvégzendő feladatok szempontjából. A covidjárvány miatt kényszerből hirtelen bevezetett online oktatás során tapasztalt pozitívumok mellett a válaszadók nagy részének kétségei voltak a hallgatókkal való órai kapcsolattartással („classroom management”) és a hallgatói teljesítmények értékelésével kapcsolatban is. Az online órákon a valódi jelenlét kevésbé ellenőrizhető. Érdekes lenne ezt a hallgatók szempontjából is elemezni, hogy ugyanúgy látják-e ezt, mint az oktatók.

Az online oktatás hatékonyságát valószínűleg a világ sok táján befolyásoló alapvető problémákra mutatott rá egy Ománban, felsőoktatási oktatók és adminisztratív munkakörben dolgozók között végzett kvalitatív kutatás [7]. Szerintük ezek a hallgatók részvétele, gyenge elköteleződése; alacsony motiváció a felhasználók körében; hálózati, technikai problémák; az online platformok használatára vonatkozó megfelelő képzés hiánya stb. lehetnek. Az órákon való részvétel mellett a hallgatók esetleges technikai nehézségeinek feltárása, vagy a matematikával kapcsolatos attitűdjének vizsgálata is segíthet az online órák hatékonyságvizsgálatának értelmezésében.

Egy norvégiai vizsgálat [11] az oktatásban személyes jelenléttel, illetve online módon részt vevő hallgatók – teljesítményükkel és a számonkéréssel kapcsolatos – nézeteit, véleményét hasonlította össze egy Business School ökonómia kurzusának résztvevői között. Egyebek mellett azt is megállapította a szerző, hogy a középiskolai, illetve az előző évi átlagos matematikaeredménye is jobb volt a személyes jelenlétű oktatást választók csoportjának, mint a másoknak. Az online oktatás különböző tanulócsoportok

számára eltérő hatékonyságú is lehet. Ilyenek a hallgatók korosztálya, szakja, vagy neme is. Alkabaa [1] szaúd-arábiai mérnökképzésből gyűjtött, a Blackboard távolról oktatási (online) platformmal kapcsolatos adatok alapján arra hívja fel a figyelmet, hogy a nemek és a különböző szakterületek között is eltérés lehet a „virtuális tanulás” percepciójában, az online oktatás előnyeinek és hátrányainak megítélésében. Kutatások egy része az új oktatási módszerek bevezetése mellett is vizsgálta az online oktatás hatékonyságát. Mohandas et al. [14] mérnökképzésben online oktatási tapasztalatokkal rendelkező interjúalanyok válaszai alapján 8 fő témát/faktort azonosított, amelyek befolyásolják az online oktatás hatékonyságát: tanórák felvétele/rögzítése; kurzusszervezés; együttműködés; elköteleződés; vizsga, feladatok és „kvízek” értékelése/osztályozása; játékok; értékes tananyag/tartalom; időbeli visszajelzés és válaszadás. Ezeknek a vizsgálatát érdemes alkalmazni a hatékonyság elemzésekor. Lawrance et al. [15] a játékosítás online és hagyományos oktatási forma melletti alkalmazását vizsgálta Business Mathematics felsőoktatási keretei között, Indiában. Az eredmények azt mutatták, hogy hatékonyabb a hagyományos oktatási mód a játékosító eszközökkel történő tanításban és tanulásban is, mint az online oktatás. Gilbert et al. [8] a matematika- és statisztikaoktatás támogatását szolgáló, a brit felsőoktatásba egyre inkább beépülő MSS rendszer posztcovid perspektíváit vizsgálta. A résztvevők általános véleménye szerint az MSS visszatér a dominánsan személyes formába, de az online forma előnyei miatt a szolgáltatás egy jelentős része megmarad ezen a területen.

Vannak olyan tantárgyak, - a szakirodalom alapján nem valószínű, hogy köztük van a matematika - amelyeknél az oktatók és kutatók tapasztalatai alapján legalább olyan jó az online vagy hibrid forma, mint a pusztán személyes jelenlét. Érdemes átgondolni, melyek azok a tantárgyak, vagy témakörök, ahol kombinált oktatási formát érdemes alkalmazni.

2.2. A teszteléses tanulás és hatékonysága

Összefoglaló tanulmányok igazolják, hogy a teszteléssel, vagy másnéven előhívással való tanulás az egyik leghatékonyabb tanulási technikának tekinthető [2] [3]. A folyamat lényege, hogy elérjük a tesztelési hatást: tanulás közben a tananyag újraolvasása helyett az anyagot kérdésekkel, tesztekkel előhívjuk, tulajdonképpen kikérdezzük magunkat az addig olvasottakból, hallottakból. A tesztelési hatás hatékonyságát számos körülmény közt igazolták. Minél többet tesztelünk, annál jobban fogunk emlékezni az anyagra, és minél hamarabb kezdjük a tesztelést a tanulási folyamat közben, annál hatékonyabb a módszer. Ez a tanulási forma hatékony szavak tanulásánál [10], szöveg memorizálásánál [16] és összetett tananyag esetén [18] egyaránt. Igazolták azt is, hogy az összefüggések megértését is hatékonyan elősegíti a módszer, és hatékony a következtetést igénylő feladatok esetén is [4]. Az előhívásos tanulás hatékony továbbá a tudástranszfert igénylő feladatok megoldására is [18], az előhívással megszerzett tudás átvihető más területekre. Bár az első kísérletek egyetemi vagy laboratóriumi környezetben zajlottak,

kimutatták, hogy a tesztelés hatásos középiskolai matematika órán is [17]. Egyetemi matematika órán a tesztelés hatékonysága nagyon nagy [9]. Első évben a lemorzsolódást 66 %-kal csökkentheti, és hosszútávú tudást biztosít. Az eddigi valós körülmények közti kísérletekben az előhívást óravégi rövid, 5-8 perces dolgozatokkal érték el. Iskolai keretek közt értelmes vizsgálni a kumulatív tesztelést is, amikor a félév folyamán az óravégi teszteken nem csak az aznapi anyagból kérdezzük, hanem a félév teljes addigi anyagából választjuk a tesztkérdéseket. Az egyetemi kísérletekben mindkét módszer sikeres volt a szakirodalom szerint. A tesztelés minden formája hatékony, legyen az feleltválasztós, rövid kifejtős vagy hosszan kifejtős [12] [16]. A tesztelés hatékonysága általában nem függ a visszajelzéstől. Nem fontos a pontozási rendszerbe sem beépíteni, viszont, ha a tanulók megtudják, hogy a válaszuk helyes volt-e, akkor a rövid válaszü kérdések hatékonyabbak, ha nem, akkor a feleltválasztós tesztek.

3. A kísérlet leírása és eredményei

Teszteléses tanulás módszert alkalmaztuk a Gazdasági matematika online előadáson. Az évfolyam 662 hallgatójának 4 előadása volt ebből a tantárgyból, az egyik kis létszámú, és többségében nem első tantárgyfelvétellel, ők a kísérletben nem vettek részt. Az egy napon lévő előadások létszáma rendre 197, 202 és 195 fő. Az első előadás hallgatói alkották a kontroll csoportot, a másik kettő a tesztelés csoportokat. Az egyikben kumulatív tesztelés történt, de mivel a két kísérleti csoport eredményei között nem volt kimutatható különbség, tesztelés és nem tesztelés hallgatói csoportokat különböztetünk meg. A hallgatók 10 alkalommal kaptak kérdéseket az óra végén a friss tananyaggal kapcsolatban, ami egyszerű, az előadáson is bemutatott, rövid feladatmegoldás volt (a kumulatív csoportban az egyik feladat egy korábbi hét tananyaga volt, ami témában kapcsolódott az aznapihoz). A hallgatók a tesztet az Intézményünkben rendszeresített Coospace felületen írták (1. ábra bal oldala), ahol lehetőség van a feladatok szerkesztésére és az eredmények automatikus adminisztrálására. A kontrollcsoportok hallgatóinak a Coospace rendszerbe feladatbeadásához egy adott füzetképet kellett feltölteniük az előadás végén. A félév végi eredményeket tekintve a statisztikai elemzések nem mutattak ki a kísérleti csoportok és a kontroll csoport között különbséget, ami meglepő volt a szakirodalmi adatok alapján. Az eredmények az 1. ábra jobb oldalán láthatók, a félév végi gyakorlati jegyek megoszlásával szemlélítve. A gyakorlatvezető oktatókat tekintve sem volt igazolható különbség a csoportok között, így további vizsgálatokat végeztünk, a hallgatói visszajelzések elemzésével.

Feladatok

10 ea feltöltés

Vizsgatesztek

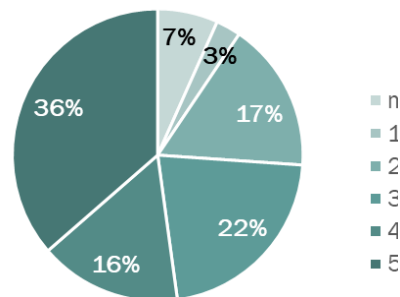
- 1. ea teszt (rejtett)
- 2. ea teszt (rejtett)
- 3. ea teszt (rejtett)
- 4. ea teszt (rejtett)
- 5. ea teszt (rejtett)
- 6. ea teszt (rejtett)
- 7. ea teszt (rejtett)
- 8. ea teszt (rejtett)
- 9. ea teszt (rejtett)

Határidő

2022. 05. 02. 13:00 | 11

Helyszín | Kötötté

- | 2022. febr. 07
- | 2022. febr. 14
- | 2022. febr. 21
- | 2022. febr. 28
- | 2022. márc. 07
- | 2022. márc. 21
- | 2022. márc. 28
- | 2022. ápr. 04
- | 2022. ápr. 11



Félév végi gyakorlati jegyek

Forrás: Coospace képernyő

Forrás: saját felmérés alapján

1. ábra

balra: az egyik kísérleti csoport (202 fő) coospace színtere
 jobbra: az évfolyam félév végi eredménye Gazdasági matematikából
 (jelölés: megt=aláírás megtagadva, nem vizsgázhatott)

4. Okok keresése, személyes tapasztalatok és a hallgatói vélemények alapján

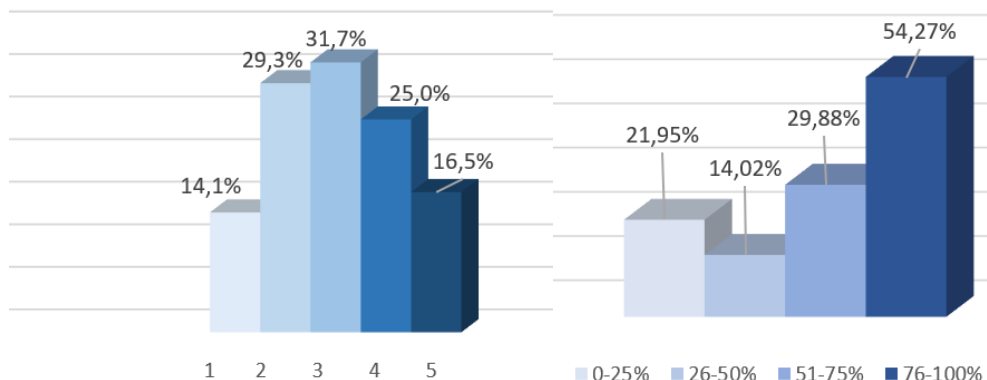
Meglepő, hogy a számos szakirodalmi forrástól eltérően, az ún. tesztelés kísérleti csoportoknál nem mutatható ki jobb eredmény, mint a kontroll csoportnál. Az okok feltárására egy korábbi hallgatói megkérdezés válaszait elemeztük, amelyben többek között rákérdeztünk az online oktatásról alkotott véleményre, az online órákon való részvételre.

Kiderült, hogy az online oktatás során a korszerű, hosszú távú tudást biztosító módszer hatása nem azért nem jelentkezik, mert a hallgatók technikai nehézségekkel küzdenek. Válaszaik alapján ez a probléma csak a hallgatók 3,175%-át érinti. A szakirodalom a hallgatók attitűdjére is felhívja a figyelmet. Ugyanennek az évfolyamnak vizsgáltuk az attitűd változását (Erdélyi et al, 2023) és azt tapasztaltuk, hogy a vizsgált hallgatók matematikához való viszonya, attitűdje szignifikánsan, 6,523%-kal javult és ez minden tudásszinten teljesítő hallgatóra igaz volt. A hallgatók egységesen, a félév során javuló hozzáállása nem okozhatta a teszteléses hatás hiányát. Feltételeztük, hogy az okok a számonkérés formájában is kereshetők. A hallgatók egyértelmű visszajelzése alapján látható, hogy az online számonkérési forma általában kb. ugyanannyi hallgató számára nehezíti, mint könnyíti a teljesítést. A 2. ábra bal oldalán az 1-től 5-ig terjedő növekvő skálán adott válaszok arányai láthatóak, a kisebb értékekre halványabb, a nagyobbra sötétebb színnel jelölve. Vizsgáltuk azt is, hogy a hallgatók az online órák hány százalékán vesznek részt és esetleges hiányzásuknak mi az oka. A 2. ábra jobb oldalán látható, hogy

Az online előadás hatékonyságvizsgálata a Gazdasági matematika tárgy példáján

a hallgatók saját bevallása szerint több, mint 50%-uk részt vesz az előadások legalább háromnegyedén, és további majdnem 30% is több mint a felén. Az előadók tapasztalata azonban az, hogy a hallgatók ennél sokkal kisebb számban jelennek meg a Teams felületen, bár a tesztekét annál mindig többen töltik ki az óra végén, mint ahányan az órán részt vettek.

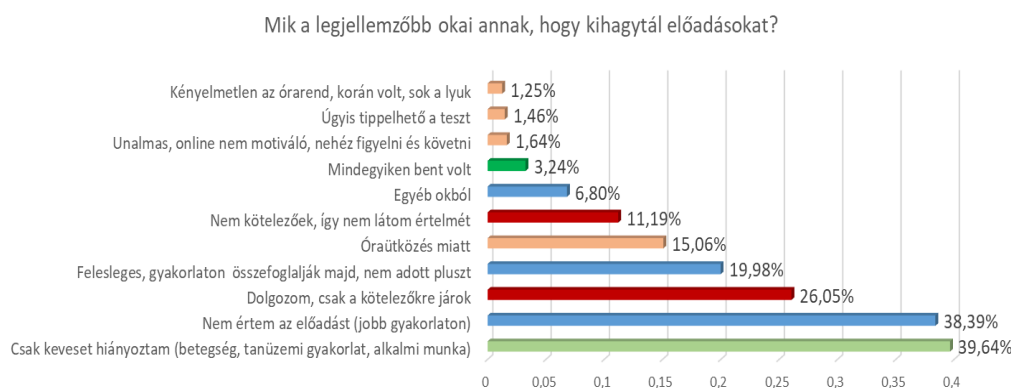
Online számonkéréssel könnyebb vagy nehezebb telji: Az előadások hány százalékán vettél részt



Forrás: saját szerkesztés a kérdőíves kutatás alapján
2. ábra

balra: Online számonkérése nehézsége a jelenlétihez képest
(jelölés: 1=szinte lehetetlen, 5=sokkal könnyebb)
jobbra: Az előadáson való részvétel

Megkérdeztük, hogy mi az előadásokról való távolmaradás oka. A válaszok alapján itt már csak kb. 40% jelezte, hogy minden órán részt vesz, vagy alig hiányzik (a 3. ábrán zölddel jelölve). Többen megjelöltek órarendi nehézségeket (15%-nak ütközik más órával), sokan dolgoznak, és nem látják értelmét bejárni, mert nem kötelező. Az előadás számukra unalmas, és követhetetlen, az ott megírt online tesztek tippelhetők. A gyakorlatokat sokkal jobban szeretik, azok hatékonyabbak. A kérdőívben több válasz volt jelölhető, a válaszok a 3. ábrán láthatók.



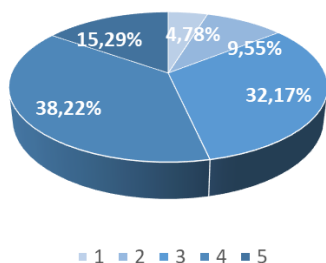
Forrás: saját kérdőíves kutatás alapján

3. ábra

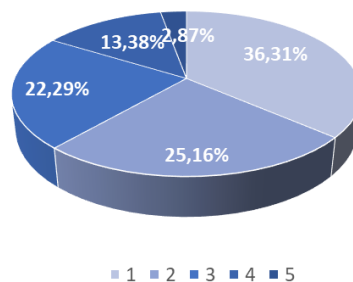
Az online előadásról való távolmaradás oka

Ez után az online módon történő számonkérésben kerestünk további lehetséges magyarázatot. A hallgatók általában szeretik ezt a számonkérési formát (4. ábra balra, minél sötétebb a körcikk, annál jobban kedvelik), de matematikából sokkal kevésbé (4. ábra jobbra). Az 1-től 5-ig tartó skálán a kisebb értékek jellemzőbbek, amelyekhez a halványabb körcikk árnyalat társul.

Milyennek tartod a Coospace-es számonkéréseket általában? (314 fő)



Mennyire tartod/tartanád alkalmasnak a Coospace-es számonkéréseket matekból? (314 fő)



Forrás: saját kérdőíves kutatás alapján

4. ábra

Az online számonkérés kedveltsége általában (balra) és matematikából (jobbra)
 (jelölés balra: 1=nagyon rossz módszer, 5=maximálisan elégedett vagyok,
 jelölés jobbra: 1=egyáltalán nem alkalmas, 5= maximálisan alkalmas)

Ezek után megkérdeztük a hallgatóktól, hogy ha választanának, akkor hagyományosan, papíron vagy számítógépes felületen írnának-e szívesebben dolgozatot matematikából. Nagy arányban, 77,71% azt válaszolta karunkon, hogy papíron, csak 7.96% írta inkább számítógépen a dolgozatot, és 14,33%-nak mindegy. Ez a mai generációtól váratlan, tehát megfontolandó.

5. Következtetések, javaslatok

Az oktatók tapasztalatai, a hallgatók visszajelzése és az eredmények alapján átgondolandó, érdemes-e a továbbiakban is az órák felét online tartani Gazdasági matematikából, vagy nem. Véleményünk szerint ez utóbbi, és ezt a hallgatói vélemények is alátámasztják.

A fókuszcsoporthoz interjú a következő állítások hangzottak el: „A matematika egy olyan tárgy, ami nagyfokú odafigyelést és precizitást igényel ahhoz, hogy meg tudjuk érteni az összefüggéseket a különféle problémák között. Ezért nem mindegy, hogy élőben vagy az online térben hallgatjuk az előadást, vagy veszünk részt a szemináriumon.” „A járvány előtt az előadás és a szeminárium is jelenléti oktatási formában zajlott, igen ajánlatos volt az előadásokat is látogatni, segítve saját magunkat.” „Online órákon általában csak a tanárnak van bekapcsolva a kamerája, és a diákok kb. 99%-a nem jelentkezik, sokszor azt gondolják, hogy csak nekik nem megy.” „Tetszett, hogy lehetett kérdezni.” „Gyakorlaton sokszor követhetőbb, csak a minitesztek és pontok miatt léptem be.” „Hatékonyság: online 3/10, gyakorlaton 9/10.”

Kérdőívet is kitöltöttek a vizsgált félévben a hallgatók. A nyitott kérdésekre adott válaszok alapján (a vizsgálatban részt vevő hallgatók kb. negyede töltötte ki) csak 4 hallgató (4% alatti arány) említette az online matematika oktatás előnyeit, a többi válaszban különböző negatív észrevételeket olvashatunk.

A hallgatók szavaival fogalmazzuk meg következtetéseinket és javaslatainkat, három csoportra bontva. Az első ilyen az IKT alkalmazására és az online oktatásra és számonkérésre vonatkozik.

„Szerintem a matek tanításához semmilyen interaktív kütyü megflancos dolog nem kell.” „A -mindenki hozzon saját eszközt, majd azon dolgozunk- módszer nem működik.” „Úgy gondolom, nem elvárható, hogy minden diák rendelkezzen lappal, amit be tud hordani matematika órára, előfordulhat, hogy nincs rá pénze, ami 100%-os hátrány.” „Szerintem abszolút nincs értelme a tesztelés számonkérésnek, hiszen akkor ugyanaz van, mint közgéből. Nincs részpont.”

„A coospaces matematikai számonkérésnél az oktató nem látja, hogy vezetjük le a feladatot. Lehet csak egy apró hibát vétettünk és így nem tud részpontszámokat adni.”

„Szerintem fontos lenne, ha visszahoznák a papíralapú feladatmegoldást, mivel az órán elhangzottak előismeretek nélkül egy ponton túl inkább egy mechanikus tevékenység, mint átgondolt. Az ember megtanulhatja a képleteket beírni, összekattintgatni, de nem fogja érteni, mit csinál.”

Néhány olyan választ is kiemelünk, ami részben az online órák hatékonyságára, részben az órák számára és a csoportlétszáma vonatkozik. Láttuk, hogy az online órákon a többség különböző okokból nem vesz részt. Az alábbi válaszok azt támasztják alá, hogy nem csupán lustaságból, mert ha több jelenléti óra lenne, szívesen járnának a hallgatók órára:

„Számomra az okozza a legnagyobb nehézséget, hogy egy teljesen új, idegen anyag elsajátítására nagyon kevés a heti egyszeri 90 perc. ... Szívesebben járnék heti kétszer szemináriumra, minthogy otthon, egyedül „szenvedjek” eredménytelenül.” „Saját véleményem szerint hatékonyabb lenne, ha legalább 2 gyakorlati óra lenne hetente a tantárgyból.” „Ha több óraszámban oktatnák, es gyakoribb számonkéréssel, akkor lehet jobb jegyek születnének es több tudás maradna a hallgatók fejében.” „Nem érdemes olyan napra ilyen órát rakni, ami sokszor elmarad ünnep miatt.” „Sokkal jobb lett volna, ha kisebb csoportokba lettünk volna beosztva.”

Hallgatói vélemények az attitűd meglétét is javulását is bizonyítják: „Sokkal komolyabban kéne venni a matematika oktatást, több, nehezebb "matekos tárgyat" kellene adni, a coospace tippelős hülyeségei teljesen alkalmatlanok a számolást igénylő tananyagok számonkéréséhez (a többihez is). Azzal az alapszinttel, amit elvártak tőlünk, semmit nem lehet kezdeni.” „A KVIK MITO tanszék tanárai a legjobbak országban. Szakmailag nem tudom bizonyítani, de a “diákokhozértésük” átlagon felüli! Úgyhogy kérem ne adják fel!” „Sokat tanultam és megszerettem a matematikát.”

A szakirodalom és a hallgatói vélemények összecsengenek az oktatók szakmai véleményével. Az eredmények azt mutatják, hogy az online oktatás nem hatékony, ilyen formában a tanulást segítő új oktatási módszerek sem működnek. A szakirodalom említi különböző hallgatói csoportok esetén az eltérő hatékonyságot. Ez esetünkben sem a hallgatók nemére, sem a szakokra, sem a hallgatók korosztályára (megkérdeztük, hogy mikor érettségiztek és mikor kezdték meg felsőoktatási tanulmányaikat) nem mutatható ki ebben a formában. A hallgatók hozzáállása a matematikához jó, a félév során javul. Ebben a tantárgyban a hagyományos oktatási és számonkérési módszerek lennének a leghatékonyabbak.

Irodalomjegyzék

- [1] Alkabaa AS. (2022). *Effectiveness of using E-learning systems during COVID-19 in Saudi Arabia: Experiences and perceptions analysis of engineering students*. Educ Inf Technol (Dordr). 2022;27(8):10625-10645. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11054-z>
- [2] Donoghue, G. M., & Hattie, J. A. C. (2021). *A meta-analysis of ten learning techniques*. Frontiers in Education, 6, 581216. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.581216> letöltve: 2023.01.12;
- [3] Dunlosky, J., Rawson, K., Marsh, E., Nathan, M., & Willingham, D. (2013). *Improving students' learning with effective learning techniques*. Psychological Science in the Public Interest, 14(1), 4–58. <https://doi.org/10.1177/1529100612453266>
- [4] Eglinton, L. G., & Kang, S. H. K. (2018). *Retrieval practice benefits deductive inference*. Educational Psychology Review, 30(1), 215–228. <https://doi.org/10.1007/s10648-016-9386-y>
- [5] Emma Howard, Maria Meehan & Andrew Parnell (2018). *Live lectures or online videos: students' resource choices in a first-year university mathematics module*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 49:4, 530-553, <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1387943>

Az online előadás hatékonyságvizsgálata a Gazdasági matematika tárgy példáján

- [6] Erdélyi Éva, Várady Ferenc, Végh Ágnes, Tánczos Dániel (2023, in press): *A gazdasági alapképzés hallgatóinak matematikához fűződő szorongásvizsgálata*, XI. Neveléstudományi és Szakmódszertani Konferencia, Marcelová, Szlovákia;
- [7] Hesham Magd, Shad Ahmad Khan (2022): *Effectiveness of using Online Teaching Platforms as Communication Tools in Higher Education Institutions in Oman: Stakeholders' Perspectives*. Journal of Content, Community & Communication, Vol. 16
- [8] Holly Gilbert, Mark Hodds, Duncan Lawson (2021). *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, Volume 40, Issue 4, December 2021, Pages 296–316, <https://doi.org/10.1093/teamat/hrab019>;
- [9] Janka Szeibert, Anna Muzsnay, Csaba Szabó & Csilla Gyöngyvér Bereczky-Zámbó (2023, in press): *Investigating the efficacy of retrieval practice in university mathematics*, Revista Educacion;
- [10] Keresztes, A., Kaiser, D., Kovács, G., & Racsmány, M. (2014). *Testing promotes long-term learning via stabilizing activation patterns in a large network of brain areas*. Cerebral Cortex, 24(11), 3025–3035. <https://doi.org/10.1093/cercor/bht158>
- [11] Leiv Opstad (2022): *Business Students Have Different Views about Their Performance and Approach to Study in Relation to Exam Formats, Depending on Attitudes Towards Digital Teaching*. International Educational Research; Vol. 5, No. 1, <https://doi.org/10.30560/ier.v5n1p1> letöltve: 2023.01.12
- [12] McDermott, K. B., Agarwal, P. K., D'Antonio, L., Roediger, H. L., III., & McDaniel, M. A. (2014). *Both multiple-choice and short-answer quizzes enhance later exam performance in middle and high school classes*. Journal of Experimental Psychology: Applied, 20(1), 3–21. <https://doi.org/10.1037/xap0000004>
- [13] Mishra, L., & Raina, R. (2021). Online teaching effectiveness in higher education: Faculty perspectives in India. Journal of University Teaching & Learning Practice, 18(8). <https://doi.org/10.53761/1.18.8.6>
- [14] Mohandas, L. et al. (2023). Identifying factors that impact online teaching effectiveness during COVID-19. Quality Assurance in Education, Vol. 31 No. 1, pp. 44-59. letöltve: 2023.01.12. <https://doi.org/10.1108/QAE-02-2022-0031>
- [15] Paul Joseph Lawrance, António Moreira, Carlos Santos (2022): *Online and Conventional mode of teaching and learning Business Mathematics using Gamification tools in Higher Education*, Portugal;
- [16] Roediger, H. L., III., & Karpicke, J. D. (2006). *Test-enhanced learning: Taking memory tests improves long-term retention*. Psychological Science, 17(3), 249–255. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2006.01693.x>;
- [17] Szeibert, J., Muzsnay, A., Szabó, C. et al. (2023): A Case Study of Using Test-Enhanced Learning as a Formative Assessment in High School Mathematics. Int J of Sci and Math Educ 21, 623-643, <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10264-8>
- [18] van Gog, T., & Sweller, J. (2015). Not new, but nearly forgotten: The testing effect decreases or even disappears as the complexity of learning materials increases. Educational Psychology Review, 27(2), 247-264. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9310-x>.

Önálló gyakorló feladatsor hatékonyságának elemzése a vizsga eredményére az Informatika és a világ tárgy esetén

Vidor Róbert¹ - Dr. Czinege Monika²

¹ mesteroktató, ² főiskolai docens

Budapesti Gazdasági Egyetem

E-mail: vidor.robert@uni-bge.hu, czinege.monika@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_25](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_25)

Összefoglalás: A kutatás célja annak kiderítése, hogy egy próba zh mennyiben segíti elő a hallgatók eredményeinek javulását. Arra keresi a választ, kimutatható-e szignifikáns különbség az eredmények között azoknál a hallgatóknál, akik kitöltötték ezt a feladatsort, illetve azoknál, akik nem éltek ezzel a lehetőséggel.

Kulcsszavak: Informatika és a világ, eredményesség, próba ZH, hatékonyságelemzés.

Abstract: The purpose of the research is to find out to what extent a test promotes the improvement of students' results. It seeks the answer to whether a significant difference can be demonstrated between the results of those students who completed this set of tasks and those who did not take advantage of this opportunity.

Keywords: Information technology and the world, effectiveness, trial test, efficiency analysis.

1. Milyen szakmai és pedagógiai tényezők vezettek a kutatás megszületéséhez?

A szerzők egyetemi oktatók, akiknek az elsődleges feladatuk az egyetemi hallgatók minél sikeresebb oktatása. Ez alatt természetesen nem csak a kitűzött anyag fizikai átadása értendő, hanem annak bemutatása is, hogy miért gondolják az előadók illetve a gyakorlatvezetők a témákat fontosnak, miért lesz ez hasznos a hallgatóknak egyetemi tanulmányaik során, illetve azok végeztével a munka világában. Szintén fontosnak gondolják a szerzők, hogy a hallgatók a tanulást örömmel végezzék és az eredményt sikerként éljék meg. Ennek nyilván egyik fontos mérőeszköze a tesztek, ZH-k, vizsgák eredményei. A kutatásuk egyik fontos motivációs tényezője éppen ezért az, hogyan lehet a hallgatókat segíteni abban, hogy minél jobb eredményt érjenek el a tárgy elvégzése során. Ez nyilván azt is jelenti, hogy minél jobban elsajátítsák az

anyagot, ami egy gyakorlati tárgy esetén főleg készség szintű alkalmazást jelent, ugyanakkor azt is fontosnak tartják, hogy a félév végén azt az érzést is meg tudják adni a hallgatóknak, hogy a kemény munkának meg lett az eredménye. Egy olyan eredmény elérése a cél, amit minden hallgató a befektetett munkájának és képességeinek megfelelően pozitívan tud értékelni önmaga számára. Így elsősorban a cél pedagógiai természetű volt, melynek elemzése hozta magával a publikáció megszületését.

2. Milyen eszközök állnak rendelkezésre az hallgatói eredmény javításához az oktatók számára?

A fenti kérdés megválaszolásához először is azt kell végiggondolni, miért is fontos az, hogy a hallgatók minél jobb eredményt érjenek el. Vannak oktatók, akiknek ez a kérdés nem jelent motivációs tényezőt, mert az anyag átadása számukra kimerül az egyirányú információáramlatból. Én elmondtam, amit tudni kell, bemutattam mintafeladatok megoldását, innen már a hallgató dolga, mit tesz vele. Az ő egyedüli feladata a megértés és a begyakorlás.

A publikáció szerzői azonban úgy gondolják, hogy a szakmai tartalom átadása után is segítséget kell az oktatóknak nyújtania abban, hogy a hallgató az új anyagot megértse, a feladatokat pedig ne sablonként, hanem valós problémaként megélve, tetszőleges élethelyzetben, jól alkalmazva tudja megoldani. Ennek elősegítésére nyilván vannak módszertani eszközök, ugyanakkor a publikáció elsődleges célja nem ezen eszközök bemutatása, hanem konkrétan egy ilyen eszköz elemzése.

3. Miért jó egy próba ZH és mennyiben tudja elősegíteni a jobb hallgatói eredményeket?

A módszertani eszköz, melyet a publikáció szerzői alkalmaztak és elemeztek, a vizsga előtti próba ZH használata volt. Korábban is tettek kísérleteket minta ZH bemutatására és publikálására, melyekkel pozitív és negatív tapasztalatok is voltak. Ezen tapasztalatok eszenciájaként született a publikációban bemutatásra kerülő próba ZH.

Egy minta feladat elkészítésekor az oktatókat az az elképzelés vezérelte, hogy a hallgatókat segítse egy olyan mintával, ami többé-kevésbé bemutatja azt, hogy a közelgő vizsgán mire lehet számítani. A korábbi tapasztalatok két hibalehetőséget tártak fel a publikáció szerzői számára:

1. Ha a minta nagyon hasonlít az éles vizsgára, akkor a vizsga eredményessége a sablon memorizálásáról szól, ami nyilván nem a kitűzött célt szolgálja.

2. A minta feladat megoldással való publikálása nem önálló feladatmegoldásra ösztönözi a hallgatókat, hanem a megoldás áttekintésére, mely azt a hamis képzetet keltheti bennük, hogy meg tudnak ők is oldani egy ilyen feladatot önállóan, pedig csak a kész megoldás megértésében lehetnének biztosak.

Ezen tapasztalatok alapján a publikáció szerzői olyan próba ZH megalkotására törekedtek, mely nem egy, hanem sok feladatból áll, lefedve a teljes szamon kérendő anyagrészt, továbbá előre megtekinthető megoldást nem tartalmaz, ugyanakkor a kitöltött próba ZH-t értékeli és felfedi a helyes megoldásokat is [5].

A publikáció szerzői fontosnak tartották továbbá, hogy a próba ZH feladatmegoldása önállóan történjék, lehetőleg olyan körülmények között, mint ami a vizsgán is várható lesz. Egy tanteremi gyakorlati óra erre kiváló lehetőséget tud nyújtani, de ha erre nem volt lehetőség, akkor akár otthon is kitölthető volt a feladatsor, melyet az oktatók Coospace / Moodle rendszerben publikáltak a hallgatóknak [6].

A fent leírt körülmények két, módszertani szempontból fontos pozitív hozzáadékkal rendelkeznek a hallgatók számára:

1. A hallgató vizsgadrukk nélkül szembesülhetett azzal, milyen is lesz a közelgő vizsga, mely így már sok meglepetést nem tartalmaz számára sem tartalmilag, sem formailag.
2. A hallgató önmaga előtt szembesülhetett azzal, hogy a pillanatnyi tudása milyen eredményt fog várhatólag hozni a vizsgán. Ennek függvényében egy pontos kép alakulhatott ki benne, kell-e még és ha igen, milyen mértékben és tartalomban átnéznie az anyagot és gyakorolni a feladatokat, a kívánt eredmény eléréséhez.

A pilot fázisban a próba ZH kitöltése nem volt kötelező, ami azt eredményezte, hogy összehasonlíthatóvá vált az azt kitöltők és ki nem töltők vizsgaeredménye, ami a mérés és elemzés fontos részét alkotja a publikációnak.

4. A mérés módszertana és eredménye

A próba ZH publikációja a Coospace / Moodle rendszerben történt. Ezen rendszerekből az eredmények gyorsan és kényelmesen kinyerhetők táblázatos formában.

A hallgatók száma a vizsgált időszakban 420 fő volt. A próba ZH-t 319 fő írta meg, míg 101 fő nem élt ezzel a lehetőséggel. A vizsgát 392 fő írta meg, 28 fő ismeretlen okból nem jött el vizsgát írni.

A mért változások (a vizsga és a próba ZH százalékos eredménye közti különbség százalékpontban) a következőképpen alakultak:

Változás mértéke (százalékpontban)		Darab
-100%	-75%	0
-75%	-50%	4
-50%	-25%	10
-25%	0%	147
0%	25%	107
25%	50%	20
50%	75%	12
75%	100%	16

Forrás: Saját mérés eredménye.

1. táblázat

A táblázatban megfigyelhetjük azt a furcsa jelenséget, hogy sok hallgatónak rosszabbul sikerült a vizsgája, mint a próba ZH-ja, pedig nyilván nem ezt az eredményt vártuk volna. Ennek az okát nehéz kinyomozni, valószínűleg a vizsgadrukk, a túlzott elbizakodás, vagy egyéb, nem belátható okok is közre játszhattak.

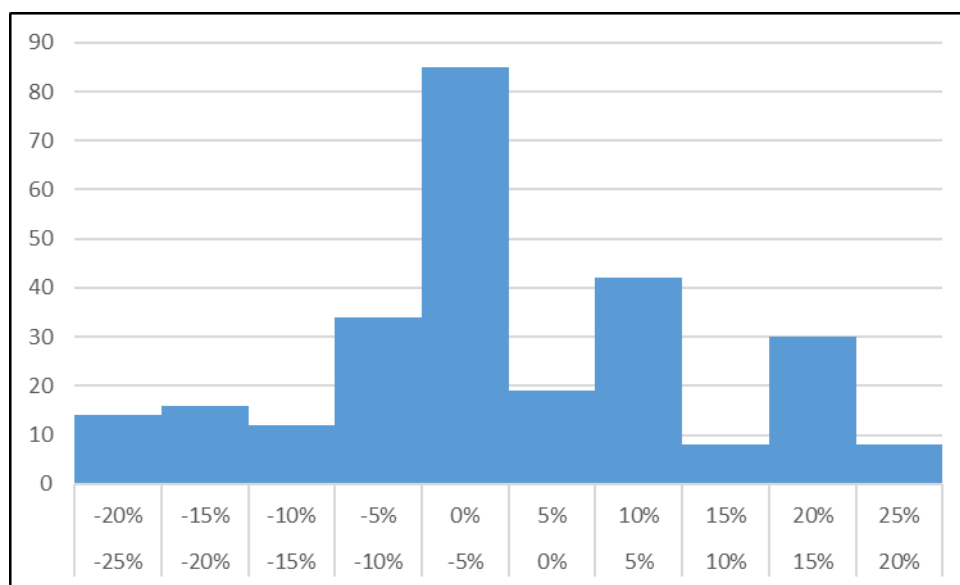
Az is látszik, hogy a többség eredménye a -25% és +25% sávba esik, így érdemes ezt nagyobb felbontásban is megvizsgálni, hogy pontosabban lássuk, mennyire is térünk el lefelé és felfelé is a nullás szinttől. Ebben segít a következő gyakoriság táblázat:

Változás mértéke (százalékpontban)		Darab
-25%	-20%	14
-20%	-15%	16
-15%	-10%	12
-10%	-5%	34
-5%	0%	85
0%	5%	19
5%	10%	42
10%	15%	8
15%	20%	30
20%	25%	8

Forrás: Saját mérés eredménye.

2. táblázat

Első ránézésre itt nem látszik semmiféle tendencia, ezért érdemes grafikusán is megtekinteni az eredményt:



Forrás: Saját készítésű hisztogram.

1. ábra

A hisztogram egyértelműen azt mutatja, hogy a többség vizsgaeredménye egy picivel rosszabb lett, mint a próba ZH eredménye, ugyanakkor az első táblázat adatai ezt azzal egészítik ki, hogy a próba ZH-hoz képest nagyon gyengén vizsgázók száma (14 fő) jelentősen alacsonyabb, mint a sokkal jobb eredményt produkáló hallgatók száma (48 fő).

A próba ZH-t megírt hallgatók a próba ZH kitöltésekor 82%-os átlagos eredményt értek el. A fenti adatok első ránézésre más eredményt sugallanak, de a vizsga átlaga 88% lett, azaz 6 százalékponttal nőtt az átlagos eredmény. Azon hallgatók, akik a próba ZH-t megírták, a vizsgát átlagban 90%-os eredménnyel zárták, míg a próba ZH-t ki nem töltőknél ez az érték 83% volt. Ez azt mutatja, hogy a próba ZH-t kitöltő hallgatók a vizsgán átlagban 7 százalékponttal jobb eredményt értek el, mint akik nem töltötték ki a próba ZH-t.

5. Konklúziók, javaslatok és szakirodalmi áttekintés

Az eredmények azt mutatják, hogy már a próba ZH időpontjában is magas százalékos eredmények keletkeztek, melyek a vizsgán tovább nőttek. Ez előrevetíti azt, hogy a feladatok mennyiségén és/vagy nehézségén felfelé változtatni érdemes, mert a hallgatók ennél nagyobb terhelést is elbírnak.

Az eredmények továbbá azt is mutatják, hogy a próba ZH pozitív hozadéka mérhető, ugyanakkor jelentősége elmaradt a várakozásoktól. Valószínűleg a próba ZH kitöltésének lehetőségét érdemes a jövőben is fenntartani, ugyanakkor módszertani szempontból a jelentőségét nem szabad túlértékelni. Pszichésen valószínűleg negatív hatása is lehet, sokan valószínűleg a kitöltés után úgy érzik, nincs már szükségük készülni a vizsgára, így mire oda jutnak, tudásuk és gyakorlatuk némileg csökkenhet.

A jelen egyetemi hallgató korosztálya kedveli az online kitölthető tesztfeladatokat [1]. Ennek előnye a helyszíntől és az időponttól való függetlenségen túl az is, hogy a hallgató számára azonnali visszajelzést szolgáltat az elért eredményről, míg az oktatót nagyrészt tehermentesíti a nagymennyiségű javítási feladatok alól [2], csupán az esetlegesen felmerülő reklamációkkal és bizonytalanságokkal kell foglalkozniuk.

A hagyományos tesztfeladatokhoz képest, ahol az oktató szorgalmának függvényében néhány csoportnyi feladatsor szokott készülni, az online tesztek alkalmával a részfeladatok véletlenszerű keverésével gyakorlatilag minden hallgató egyedi, a többiekétől lényegesen különböző, ugyanakkor strukturálisan és nehézség szempontjából azonos feladatsort kap. Ez az „individualizált lehetőség” [3] nem csak a vizsga alkalmával garantálja az önálló munkát, de a felkészülés során (lásd próba ZH) is egy értékes feladatsor elpazarolása nélkül tudja a vizsga körülményeit szimulálni.

A fenti eredményekből azonban az is kitűnik, hogy a próba ZH elkészítésekor könnyen bele lehet futni hibákba (túl sablonos feladatokhoz szoktatás, eredmények önálló megoldás előtti publikálása), illetve téves önértékelési képzetet is nyújthatnak a hallgatóknak, mely a vizsgaeredmény romlásához és nem javulásához vezethet.

Vitathatatlan pozitív hozadékaik is vannak azonban a próba ZH-nak, ugyanakkor nem szabad rá mint olyan különleges eszközre gondolni, mely a hallgatói eredmények javulásában csodákra képes. Egy jól elkészített és időzített próba ZH mérhető javulást tud a hallgatók eredményeiben elérni, de pszichológiai aspektusai további kutatást igényelnek, melyre ez a publikáció csak a figyelmet tudja felhívni, a felmerülő kérdésekre, problémákra választ nem ad.

A publikáció szerzői fontosnak látják, hogy az oktatók a kor kihívásainak megfelelően ne csak szakmailag, hanem módszertani szempontból is fejlődjenek. Ez a kihívás lehet egy kiszámíthatatlan esemény (lásd COVID járvány), de akár egy jól látható társadalmi folyamat is (pl. a hallgatók készségeinek és előképzettségének romlása). Az ilyen kihívásokban nem csak az őket kiváltó negatív eseményeket kell látni, hanem a lehetőségeket arra vonatkozólag, hogy új oktatási eszközöket próbáljanak ki, és sikeres tesztelés esetén hosszú távon alkalmazzák is ezeket [4].

Irodalomjegyzék

- [1] Antal P.; Tóthné Parázsó L.: *Az online tananyagok szerepe a képességek készségek elsajátításában*, Agria Media, pp.106–111, 2004;
- [2] Csapó B.; Molnár Gy.; Pap-Szigeti R.; R. Tóth K.: *A mérés értékelés új tendenciái: a papíralapú tesztelés összehasonlító vizsgálatai általános iskolás, illetve főiskolás diákok körében*, . Szerk.: Kozma T.; Perjés I., Új kutatások a neveléstudományokban, Hatékony tudomány, pedagógiai kultúra, sikeres iskola, MTA Pedagógiai Bizottsága, Budapest, pp. 99–108, 2008;
- [3] Newman W. M.; Lamming M. G.: *Interactive System Desig.*. Addison-Wesley Publishing Company Inc., ISBN: 0-201-63162-8, 1996;
- [4] Hargitai D. M.; Sas A.; Veres Z.: *Hagyományos és online tanulási preferenciák a felsőoktatásban – A COVID-járvány kihívása*, Statisztikai Szemle, 2020. július 9., https://www.ksh.hu/statszemle_archive/all/2020/2020_07/2020_07_839.pdf;
<https://doi.org/10.20311/stat2020.7.hu0839>
- [5] Benedek A.: *Távoktatás másként!!! – A digitális kor pedagógiai kihívásaihoz*, Opus et Educatio, 7(3), pp. 185-192, http://opuseteducatio.hu/public/oepp/OpEE_202003.pdf;
<https://doi.org/10.3311/ope.387>
- [6] Heuer, B. P.; King, K. P.: *Leading the band: the role of the instructor in online learning for educators*, The Journal of Interactive Online Learning. Vol. 3. No. 1., pp. 1–11.