GUBÁN MIKLÓS[1], HUA NAM SON[2]

A szolgáltatási fluidumáramlás matematikai modellezése

Absztrakt

A kutatás korábbi fázisaiban megadott fogalmak, definíciók és összefüggések alapján a fluidumáramlás rendszerére felépíthetünk egy matematikai modellt. A modell szolgáltatja majd a későbbi szimulációs modellhez az elméleti alapot és a modell alapján készíthető el a szükséges számítástechnikai modell.

Ebben a cikkben szeretnénk bemutatni az elkészített matematikai modellt. Egy általános modellt hozunk létre, mely a korábban megadott folyamatok mindegyikére alkalmazható lesz, ezért bizonyos mélységnél tovább nem részletezzük.

A rendszerben szereplő mennyiségek valószínűségi változók várható értékei. Ennek megfelelően minden mennyiséghez tartozik egy valószínűségi eloszlás, melynek meghatározása empirikus vizsgálatokat igényel és rendszerenként minden elemnél eltérő lehet.

Kulcsszavak: matematikai modell, fluidumáramlás, node, feltételrendszer, célfüggvény, transzformáció

Bevezetés

A fluidumáramlás mint az anyagáramlás általánosított szemléletmódja jelenik meg. Nagyon bonyolult, összetett rendszer, melynek részletes leírását megtalálhatjuk Gubán és Kása (2014) cikkeiben, tanulmányaiban. Korábban elkészült a fluidumáramlás egy részproblémájára a bevásárlókosár elméletén alapuló modell (Hua – Gubán 2014). Ebben a cikkben most a teljes fluidumáramlás modellezését célozzuk meg.

Ahhoz, hogy ezen a rendszeren további vizsgálatokat és elemzéseket végezhessünk, fel kell építenünk egy olyan matematikai modellt, mely lefedi a fluidumáramlás fogalmait és a meghatározott összefüggéseket. A modell kiindulópont lehet egy olyan, a későbbiekben elkészítendő szimulációs rendszerhez, amely segítségével a kritikus folyamatok, felesleges elemek meghatározhatók, valamint megadható az optimális fluidumáramlás.

1 Főiskolai tanár, BGF Gazdálkodási Kar, Zalaegerszeg; e-mail: Guban.Miklos@gkz.bgf.hu.
2 Főiskolai docens, BGF PSzK, Budapest; e-mail: Hua.NamSon@pszfb.bgf.hu.

Az anyagáramlási rendszerekhez és azok részproblémáira már korábban is sok érdekes modell született, melyek a modell mellett az adott probléma hatékony megoldásait is tartalmazzák (Bányai 2012a, 2012b).

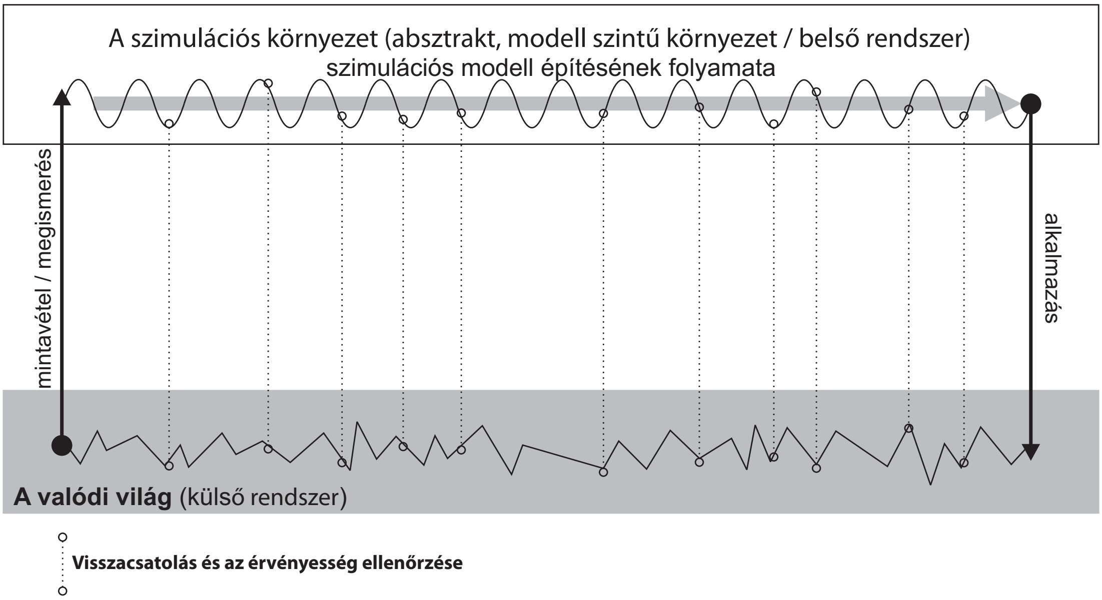
Az irodalomban (Gubán – Kása 2014: 24–27) szerepelnek a fluidumáramláshoz kapcsolódó fogalmak, definíciók és összefüggések. Ezekhez a fogalmakhoz elkészíthető egy matematikai modell. Ez a modell szolgáltatja majd a későbbi szimulációs modellhez az elméleti alapot, és a modell alapján készíthető el a szükséges számítástechnikai modell.

A modellezés alapelvei

A modellezés során szem előtt kell tartanunk, hogy a percepcióvezérelt folyamatokat úgy képezzük le a modellszintre, hogy a modellen belül végbemenő változások úgy tükröződjenek le a valódi világra, mintha a valós világban zajlottak volna le (Gubán 2005). Természetesen egy általános modellt hozunk létre, mely a fenti folyamatok mindegyikére alkalmazható lesz, ezért bizonyos mélységnél tovább nem érdemes a modellt részletezni, hiszen a lényeg veszhet el (Hillier – Lieberman 1994; Williams 1985).

A vizsgálat során a rendszert, azaz a node-okat a hozzájuk kapcsolódó tranzakciókkal, adatokkal, valamint a node-ok közötti lehetséges fluidumáramokat adottnak tételezzük fel. A modellhez kapcsolódó cél, hogy olyan módszert dolgozzunk ki, mely biztosítja, hogy az INPUT-okon bejövő fluidumok eljussanak az OUTPUT-okhoz az elvárt mennyiségben és minőségben. Mindezt optimálisan kell végrehajtani. Az optimalitást a célfüggvény segítségével fogjuk elérni.

1. ábra: *A modell és a valóság viszonya*



A matematikai modell

A modell felépítésének első lépéseként összefoglaljuk a feladathoz kapcsolódó ismert és ismeretlen adatokat. A folyamat vizsgálata során megállapítható, hogy a fluidumáramlás folyamatában sok adat egységesen kezelhető, azonban az egyes konkrét esetek további nagyon sok olyan adatot tartalmaznak, melyek csak az adott áramlásban vesznek részt. Modellünkben az általánosan kezelhető adatokat fogjuk felvenni, és azokra végezzük el a vizsgálatot.

Az adatok két csoportba oszthatók:

- *Az ismert adatok* a rendszer felépítéséből, működéséből származó adatok, melyek a jelenlegi folyamatok vizsgálata után megadhatók. Ilyen adatok például a raktárkapacitás-adatok, szolgáltatások esetén a szolgáltatás átfutási ideje, a szolgáltatást végző személyek száma az adott node-ban.
- *Az ismeretlen adatok* a folyamat javításához, optimális működéséhez szükséges eddig ismeretlen értékű adatok. Például: a fluidumáramlás során melyek a kritikus node-ok, vagy mely áramlási lépések hagyhatók el, illetve melyek szükségesek.

Második lépésben megadjuk az ismert és ismeretlen adatok közti összefüggéseket, ez lesz a modell feltételrendszere.

Harmadik lépésben a fluidumáramlás optimalitását fogalmazzuk meg. Ehhez egy célfüggvényt konstruálunk a Gubán–Kása-cikkben (2014: 24–27) megfogalmazottakhoz illeszkedve. Ez a függvény több különböző komponens együttese lesz.

A modell váza

A modell a fentiek szerint két fő részből épül fel:

- feltételrendszer
- célfüggvény.

Az ismert adatok

A rendszer node-okból és fluidum flow-kból épül fel. Ebben a pontban meghatározzuk a modell elemeihez tartozó indexeket.
Jelölje

n_p az INPUT node-ok számát. Az INPUT node-ok azok, amelyek a fluidumáramlást elindítják és az ő percepcióik vezérlik a folyamatokat;

n_o az OUTPUT node-ok számát. Az output node-ok a fluidumáramlás célpontjai, azaz, ahol az egyes fluidumok áramlása befejeződik a vizsgált rendszeren belül;

n_k a *közbenső rendszeren kívüli* node-ok számát. Ez a node-csoport az, amely a belső rendszer működéséhez elengedhetetlen, ugyanakkor nem tartozik a vizsgált rendszerhez (például azok a hivatali elemek, melyek bizonyos engedélyeket adnak az áramlás folytatásához, esetleg egyéb feltételeket biztosítanak);

n_b a *rendszeren belüli* node-ok számát. A rendszer node-ja a vizsgált rendszer azon belső csomópontját jelenti, mely a modell vizsgálatának fő eleme.

Jelölje

n a rendszer összes node-jainak számát. Az összes node-ot egységesen kezeljük, csoportspecifikumait az egyes függvények biztosítják.

Minden node-ot egy $i \in \{1, ..., n_p\}$ értékkel reprezentálunk. $n = n_p n_k + n_o + n_b$. Ezek alapján a node-okhoz kiosztott értékek a következők:

Ha $i \in \{1, ..., n_p\}$, akkor INPUT node,
ha $i \in \{n_p + 1, ..., n_p + n_k\}$, akkor közbenső rendszeren kívüli node,
ha $i \in \{n_p + n_k + 1, ..., n_p + n_k + n_o\}$, akkor OUTPUT node,
ha $i \in \{n_p + n_k + n_o + 1, ..., n\}$, akkor rendszeren belüli node.

Fluidumok azonosítása

Jelölje

m a lehetséges fluidumok számát. Minden fluidumot egy $f \in \{1, \ldots, m\}$ értékkel reprezentálunk.

Jelölje

F_i^I az i. INPUT node-on megjelenő F fluidum mennyiségét (a mennyiség itt átvitt értelemmel bír). Szolgáltatások esetén a mennyiség átvitt értelemben használatos;

F_i^O az i. OUTPUT node által igényelt F fluidum mennyiségét (a mennyiség itt átvitt értelemben értendő).

Jelölje

$F^I = \{F_i^I\}$ az INPUT fluidumok node-sorszám szerint rendezett halmazát (a mennyiség itt is átvitt értelemben értendő);

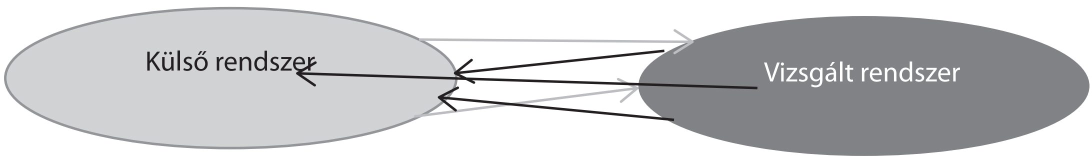
$F^O = \{F_i^O\}$ az OUTPUT fluidumok node-sorszám szerint rendezett halmazát (a mennyiség itt átvitt értelemben értendő).

Megjegyzések

1. Az INPUT és OUTPUT oldalon az áramlás szempontjából speciális node-ok vannak. Az INPUT oldali node-ok egy fluidumot indítanak az adott fluidumfolyamon keresztül a vizsgált rendszerbe. Az INPUT node nem fogad fluidumot.
2. Az OUTPUT node-okon fognak megjelenni az elvárt fluidumok (a megfelelő mennyiségben, illetve minőségben). Itt az elvárások a node-hoz kapcsolt tulajdonságokon keresztül jelennek meg. Az OUTPUT node-ok nem bocsátanak ki fluidumot. A gyakorlatban előfordul, hogy egy INPUT node és egy OUTPUT node ugyanaz a node lesz, azonban a modellben – gyakorlati okokból – ilyenkor két külön node-ként kezeljük. Ez nem okoz gondot, hiszen egyértelműen leképezhetők a node-ok a valódi világbeli felhasználókra.
3. A *közbenső rendszeren kívüli* node-ok azok a node-ok, melyek valójában az irodalomban (Gubán et al. 2014) megfogalmazott user-ek, amelyek a teljes folyamat befejezése érdekében beavatkoznak a rendszerbe. Ez fluidumot indíthat és fogadhat. A közbenső rendszeren kívüli node-ok is lehetnek ugyanazok a node-ok, amelyek már szerepeltek az INPUT vagy az OUTPUT node-ok között. Ebben az esetben is praktikussági okokból külön node-ként kezeljük őket.
4. Az INPUT-ok, OUTPUT-ok és a rendszeren kívüli node-ok együttesen szintén usereket jelentenek Gubán és szerzőtársai (2014) szerint. A userek ugyanolyan node-ként foghatók fel, mint a rendszer belső elemei, így ugyanolyan függvényekkel láthatók el.

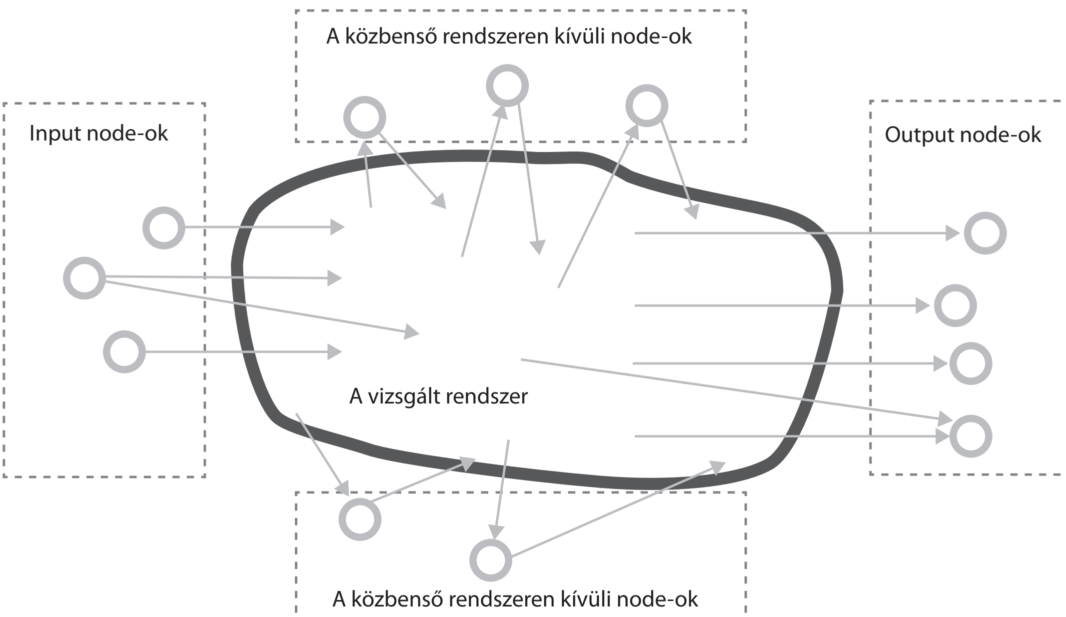
A megjegyzésekből következik, hogy egy duális rendszert kapunk. A primál rendszer a vizsgált rendszer, a duál a külső node-okból álló független (esetleg függő) rendszer. A vizsgálat során esetleg úgy is felfoghatjuk az egészet, mint két egyforma fluidumáramlási rendszer együttes kapcsolatát. Az általános modell így:

2. ábra: *A nagyvonalú modell*



Részletezve a fluidumáramlás problémájára, az alábbi formát ölti a modell:

3. ábra: *A modell*



<u>A node-ok felépítése</u>

Minden node-ot olyan *objektumnak* tételezünk fel, amely tulajdonságokkal és viselkedéssel rendelkezik. Minden node tulajdonságok és tranzakciók halmazaként épül fel. Az *i.* node felépítése:

A node-hoz kapcsolódó adatok

Jelölje

$p_{max_i}(f)$ az *i.* node *f* fluidum szerinti maximális kapacitását. Amennyiben ez az érték 0, akkor az adott node-on az *f* fluidum nem áramolhat;

$h_i\,(f)$ az *i.* node *f* fluidum kötelező node-függvénye. $h_i\,(f) = 1$, ha *i.* node-ba kell, hogy érkezzen az *f* fluidum, és 0, ha nem.

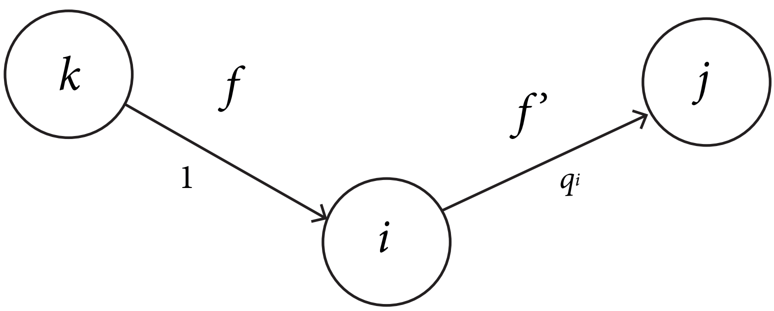
(*Megjegyzés:* Itt definiálhatjuk hasonlóan a minimális kapacitást is.)

A node-hoz kapcsolódó tranzakciók

A $q_i(k, j, f, f')$ jelenti a *k.* node-ból kapott egységnyi *f* fluidum *j.* node-ba történő f' fluidummá történő transzformációjának mennyiségét az *i.*-dik node-on.

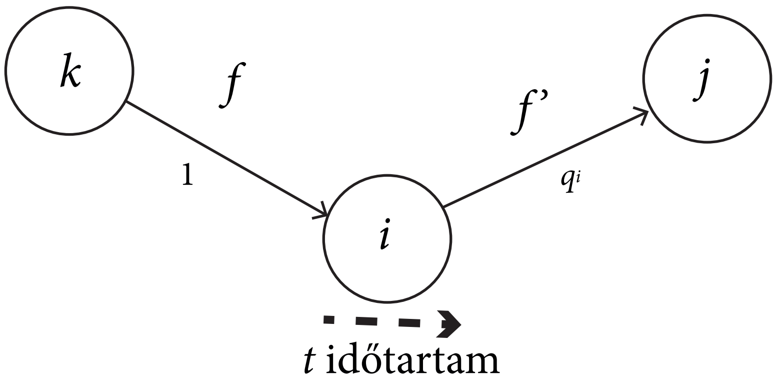
Részletezve: jelölje *k* az *i.* node-ba áramló *f* fluidum induló node-ját. Jelölje q_i az *i.* node-ban egy egységnyi *f* fluidumból f' fluidummá transzformálódó fluidum mennyiségét. A mennyiség itt is általánosan értendő.

4. ábra: *A $q_i(k, j, f, f')$ függvény*



A $t_i(f, f')$ jelenti az egységnyi *f* fluidum f' fluidumba történő *transzformációs idejét.*

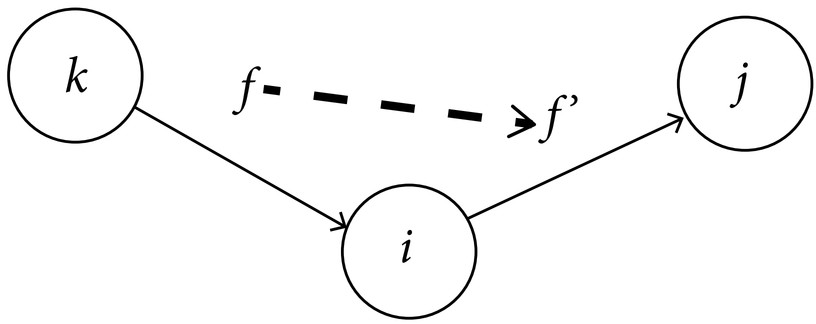
5. ábra: *A $t_i(f, f')$ függvény*



Az $f_i(k, j, f)$ jelenti a *k.* node-ból kapott *f* fluidum *j.* node-ba történő transzformációját.

Részletezve: ez a függvény azt jelenti, hogy az *i.* node-ból kapott *f* fluidum milyen fluidummá transzformálódik. A mennyiségét a q_i határozza meg. Jelölje a továbbiakban a transzformálódott fluidumot $f' = f_i(k, j, f)$.

6. ábra: *Az $f_i(k, j, f)$ függvény*

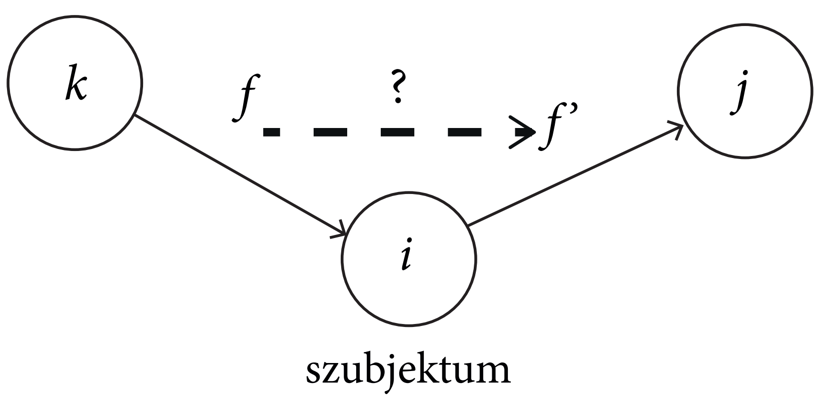


A $k_i(f, f')$ jelenti az egységnyi *f* fluidum *f′* fluidumba történő *transzformációs költségét.*

Az $s_i(k, j, f)$ jelenti a *k.* node-ból kapott *f* fluidum *j.* node-ba történő áramlásának szubjektumát. Ez egy olyan függvény, mely tapasztalatok alapján határozható meg, de alkalmazható.

(*Megjegyzés:* Ez a függvény a későbbiekben fontos szerepet játszik majd a modellben, ebben az első modellben még nem használjuk.)

7. ábra: *Az $s_i(k, j, f)$ függvény*



(*Megjegyzés*: A Gubán és Kása-cikkben [2014] meghatározott összevonás és szétválasztás művelete fontos elem az áramlásban. Ezek a matematikai modellben egyszerűen kezelhetők.)

Összevonás

Megadható két azonos fluidum f_i, t_i, q_i függvények alkalmazásával, így ezeket nem kell külön definiálni.

Szétválasztás

A megadott függvényekkel hasonlóan megadható a szétválasztás is, hiszen például $q_i(k, j, f, f')$ függvénynél két különböző j megadásával már szét is választottuk a fluidumot.

A fluidum flow modellje

Jelölje

(i, j): a fluidum flow irányát.

A *fluidum flow iránya*: (i, j) rendezett pár a fluidum flow-t, ahol az i jelenti az induló node kezdő node-ját, j a vég node-ját és f a fluidumot. Minden fluidum flow-t önálló rendezett párral reprezentálunk. A csomópontokból egy mátrixot adhatunk meg, amelyik nem szimmetrikus.

Rendeljük hozzá minden (i, j) rendezett párhoz az

$\mathbf{E}_{nf}(i, j)$ mátrix (entrópia mátrix)tömböt. E mátrix elemeinek a meghatározását a Gubán–Kása-cikk (2014) részletesen ismerteti, így most erre nem térünk ki. Szerepe a célfüggvény meghatározásában lesz.

$\mathbf{E}_{qf}(i, j)$ mátrix, mely az adott fluidum flow fajlagos mennyisége esetén i. helyről áramolva a j. helyen vett mennyiséget mutatja. (Például a szállítás során a veszteség mértéke vagy egy esetleges súlynövekedés mértéke.)

$\mathbf{E}_{tf}(i, j)$mátrix, mely az adott fluidum flow i. helyéről a j. helyre áramló fluidum áramlási idejét tartalmazza. A mátrix elemeit szintén a célfüggvényben fogjuk felhasználni.

$\mathbf{E}_{kf}(i, j)$ mátrix, mely az i. node-ból a j. helyre áramló f fluidum flow költségét mutatja. A mátrix elemeit szintén a célfüggvényben fogjuk felhasználni.

Célszerű bevezetni egy technikai mátrixot, mely a fluidum node-ok közti áramlást mutatja:

$\mathbf{E}_f(i, j)$ kétváltozós mátrixot, mely értéke 1, ha áramlik az f fluidum i. és j. node között, és 0, ha nem.

A fluidum process modellje

A definíciók alapján kötegelten is áramolhatnak a fluidumok.

A $b(k, j, l, \mathbf{f})$ jelenti a k. node-ból a j. node-ba áramló $\mathbf{f}$ fluidumok kötegét (ahol $\mathbf{f}$ vektor tartalmazza azon fluidumok sorszámát, amelyek benne vannak a kötegben). Köteg áramoltatásához könnyen általánosíthatók a korábban megadott függvények. A mostani modellben a kötegek kérdésével nem foglalkozunk, csak egyedi fluidumok áramlását adjuk meg.

Az ismeretlen adatok

Jelölje

x_{ijf}: az *i.* node-ból a *j.* node-ba érkező *f* fluidum mennyiségét,

y_{ijf}: az *i.* node-ból a *j.* node-ba kiinduló *f* fluidum mennyiségét (transzformálás után).

Feltételek

1. Az (i, j) relációban áramló *f* fluidum kiinduló mennyiségéből az áramlás során az $\mathbf{E}_{q_f}(i, j)$ alapján megváltozhat a mennyiség (amennyiben áramolhat a fluidum a két node között). Ez a feltétel az INPUT node-ok kivételével az összes node-ra fennáll:

$$x_{jif} = \mathbf{E}_{q_f}(i, j) \cdot \mathbf{E}_f(i, j) \cdot y_{jif} \; i \notin \{1, \ldots, n_p\}, f \in \{1, \ldots, m\}. \tag{1}$$

2. Az INPUT node-okból kiinduló fluidumok meg kell, hogy egyezzenek a korábban megadott *F* értékekkel:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ijf} = F_i^I \; i \in \{1, \ldots, n_p\}, f \in \{1, \ldots, m\}. \tag{2}$$

3. Az OUTPUT node-okba beérkező fluidumok legfeljebb az igény szerinti szintet érhetik el:

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jif} \leq F_i^O \; i \in \{n_p + 1, \ldots, n_p + n_k\}, f \in \{1, \ldots, m\}. \tag{3}$$

4. Ha az *f* fluidum áramlása során *i* kötelező node, akkor ide kell, hogy érkezzen *f* fluidum:

$$sgn\left(\sum_{j=1}^{n} x_{jif}\right) \geq h_i(f) \; i \in \{1, \ldots, n\}, f \in \{1, \ldots, m\}. \tag{4}$$

5. A node-ban *f* fluidumól *f′* fluidumba transzformálódó fluidum kimenete meg kell, hogy egyezzen a transzformációs függvény által meghatározott értékkel:

$$y_{ijf_i(k, j, f)} = q_i\left(k, j, f, f_i(k, j, f)\right) \cdot x_{kif} \; i \notin \{1, \ldots, n_p\}, f \in \{1, \ldots, m\}, j \in \{n_p + 1, \ldots, n_p + n_k\}. \tag{5}$$

6. Egy adott node-on több f fluidummennyiség nem transzformálódhat, illetve mehet át, mint amennyi a node maximális f fluidummennyiségének maximális kapacitása. Ezt a következőképpen fogalmazhatjuk meg:

$$\sum_{i \in j\text{-be bejövő } f \text{ fluidum}} x_{ijf} \leq p_{max_j}(f), f \in \{1, \ldots, m\}. \tag{6}$$

7. Az i. node-ba bejövő f fluidum formai változás nélküli továbbvitele és az f fluidummá transzformálódó más fluidumok összege meg kell, hogy egyezzen a kimenő f fluidumok összegével.

$$\begin{aligned} \sum_{k \in j\text{-be bejövő } f \text{ fluidum}} x_{kjf} q_j(k, j, f, f') + \sum_{f_i(k,j,f')=f} x_{kjf'} q_j\big(k, j, f, f_i(k, j, f')\big) = \\ = \sum_{i \in j\text{-ből bejövő } f \text{ fluidum}} y_{ijf}, f \in \{1, \ldots, m\}. \end{aligned} \tag{7}$$

8. Ha az f fluidum áramlása során i az áramlás folyamatának kötelező node-ja (azaz ebbe a node-ba mindenféleképpen kell, hogy érkezzen f fluidum), akkor ezt az alábbi összefüggéssel adhatjuk meg:

$$sgn\left(\sum_{j=1}^{n} x_{jif}\right) \geq h_i(f), f \in \{1, \ldots, m\}. \tag{8}$$

A célfüggvény

A cél az, hogy az INPUT node-okon jelentkező fluidumokból állítsuk elő az OUTPUT node-okon elvárt fluidumokat az igényelt (szükség esetén legfeljebb az igényelt) mennyiségben és minőségben. Mindezt a rendszer belső entrópiájának, átfutási idejének, költségének minimalizálásával (Kása et al. 2014).

A célfüggvény felépítése:

$$c(F^I, F^O) = \lambda_1 K(F^I, F^O) + \lambda_2 T(F^I, F^O) + \lambda_3 E(F^I, F^O) \rightarrow min., \tag{9}$$

ahol

$K(F^I, F^O)$ az INPUT és OUTPUT fluidumok szerinti áramlásának rendszer szerinti költsége,

$$K(F^I, F^O)==\sum_{f=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=n_p+1}^{n}\mathbf{E}_{v_f}(i, j)\cdot\ x_{jif}\ +$$

$$+\sum_{f=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=j+1}^{n}\sum_{k=1}^{n}k_i(f, f')\cdot q_j\big(k, j, f, f_i\,(k, j,f')\big)\cdot sgn(x_{jif}), \tag{10}$$

azaz az áramlás során felmerülő költségek és a node-okon felmerülő költségek összessége. T(F^I, F^O) az INPUT és OUTPUT fluidumok szerinti áramlásának rendszer szerinti átfutási ideje,

$$T(F^I, F^O)==\sum_{f=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=n_p+1}^{n}\mathbf{E}_{t_f}(i, j)\cdot x_{jif}\ +$$

$$+\sum_{f=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=j+1}^{n}\sum_{k=1}^{n}t_i(f, f')\cdot q_j\big(k, j, f, f_i\,(k, j,f')\big)\cdot sgn\,(x_{jif}), \tag{11}$$

azaz az áramlás során felmerülő költségek és a node-okon felmerülő költségek összessége. $E(F^I, F^O)$ az INPUT és OUTPUT fluidumok szerinti áramlásának rendszer szerinti belső entrópiája. Ezt részletesen lásd (Gubán – Kása 2014).

Az OUTPUT igények teljesítését a feltételrendszer korlátozza, ezért előfordulhat, hogy a feladatnak nincs lehetséges megoldása. A célfüggvényben szereplő λ_i-k normalizált skalárok, melyekkel súlyozhatjuk az egyes komponenseket, hangsúlyozva fontosságukat a vizsgálat során. Ha valamelyik $\lambda_i = 0$, akkor az a szempont nem kerül be a vizsgálatba ($i \in\{1, \ldots, 3\}$).

A rendszer felépítése

A rendszer node-okból és a köztük értelmezett fluidum flow-kból épül fel (a fluidum processek mint egyedi fluidum flow-k értelmezhetők). A rendszer egy körpályákat tartalmazó irányított gráfként fogható fel, ahol az éleken nem értéket, hanem függvényeket értelmezünk.

A cél az inputokon bejövő fluidumok output felé történő áramoltatása a megadott célfüggvény minimalizálása mellett, úgy, hogy a kötelező node-okat érintenie kell az f fluidumnak.

A modellhez kapcsolódó feladat megoldásához felhasználhatjuk a Mealy-automaták egy speciális változatát. Ebben az esetben a rendszer node-jai lesznek a speciális Mealy-automaták. A klasszikus Mealy-automatával szemben itt az állapotváltozások nem feltétlenül egymás után hajtódnak végre, hanem lehetnek köztük párhuzamos tevékenységek is. Fontos feltétel, hogy a diszkrét időskála feltétele teljesüljön, azonban az állapotváltozásokhoz időt rendelünk hozzá [lásd a $t_i(f, f')$ függvényt], mely a következő folyamat elindítását és a teljes átfutási időt is befolyásolja.

Konklúzió

A cikkben megadtuk a szolgáltatási fluidumáramlás első szintű matematikai modelljét. A modellben sikerült a korábban megadott elméleti eredményeket matematikai eszközökkel leírni. Meghatároztuk és formába öntöttük a rendszer legfontosabb adatait. Ezek között több olyan elemet definiáltunk, melyek általános függvényként jelennek meg, s amelyeket a konkrét szolgáltatási folyamatban kell megadni. Ez a megoldás biztosítja, hogy általánosan tudjuk kezelni a problémát az adott szolgáltatás specifikumai nélkül.

Feltártuk és matematikai eszközökkel leírtuk az adatok közti összefüggéseket. Az összefüggéseket megadtuk a rendszer node-jaira és a folyamokra.

A korábbi eredmények alapján matematikai formába öntöttük az optimum meghatározásához kapcsolódó célfüggvényt. A modell tartalmazza az egyes elemek közti összefüggéseket, így ebből megalkotható második lépésben a számítástechnikai modell, melyhez meg kell majd konstruálni egy szimulációs algoritmust.

A kapott eredményre nem mondhatjuk, hogy végleges és teljes. A modell hatékonyságát majd a további vizsgálatok és a végzett elemzések fogják megmutatni, amelyek figyelembevételével további módosításokat szeretnénk elvégezni.

Hivatkozások

Bányai, Á. (2012a). Intermodal optimization with harmony search. *Advanced Logistic Systems Theory and Practice*, *6*(1), 57–62.

Bányai, T. (2012b). Direct shipment vs. Cross docking. *Advanced Logistic Systems Theory and Practice*, *6*(1), 83–88.

Gubán M. (2005). *Matematikai modellezés*. Salgótarján: BGF-PSzFK SI.

Gubán, Á. – Kása, R. (2014). Conceptualization of fluid flows of logistificated processes. *Advanced Logistic Systems Theory and Practice, 6*(2), 24–27.

Gubán, Á. – Kása, R. – Gubán, M. (2014). *The theory of perception driven process logistification.* Working Services on Production Economics, Innsbruck.

Hillier, F. S. – Lieberman, G. J. (1994). *Bevezetés az operációkutatásba*. Budapest: LSI Oktatóközpont.

Hua, N. S. – Gubán, M. (2014). A data mining method for the solution of fluid-flow problem. *Advanced Logistic Systems Theory and Practice, 6*(1), 67–76.

Kása, R. – Gubán, M. – Gubán, Á. – Hua, N. S. – Réthi, G. (2014). *L.O.S.T.: Logistification of Coffee Services AIB-LAT.* Academy of International Business – Latin American Chapter, Annual Meeting. Medellín, Colombia.

Lawler, E. L. (1982). *Kombinatorikus optimalizálás: hálózatok és matroidok*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.

Williams, H. P. (1985). *Model building in mathematical programming*. (2nd ed.) New York: Wiley.