

DR. HORVÁTH GÉZÁNÉ PH.D.\*

## KÉSZLETMODELLEZÉS EGYKOR ÉS MA

**Az optimális tétel nagyság (Economic Order Quantity) klasszikus modelljét**<sup>1</sup> 1916-tól napjainkig a világon széles körben alkalmazták és módosított változatait ma is alkalmazzák. A modell szigorúan determinisztikus input-output feltételrendszerre épül, azonban meglehetősen érzéketlen a kereslet várható nagyságára vonatkozó becslés pontatlanságára. Vajon mi a magyarázata e modell népszerűségének és aktualitásának? A választ a modell érzékenységvizsgálata révén kapjuk meg.

A modell számszerűsítésekor még nem ismert az időegységre jutó  $r$  kereslet, ezért a modellező a  $\hat{q}_0$  „optimális” tétel nagyságot a becsült  $\hat{r}$  értékkel kénytelen számszerűsíteni. A becsült és a tényleges kereslet közötti kapcsolat az  $\alpha$  szorzóval teremthető meg, azaz  $\hat{r} = \alpha r$ . Utólag – a tényleges kereslet értékének a felhasználásával – kiszámítható a vizsgált időszak  $k(\hat{q}_0)$  készletezési költsége és a  $k(q_0)$  optimális készletezési költség.

Bebizonyítható, ha a keresletre vonatkozó becslés nem kisebb a tényleges kereslet felénél, illetve nem nagyobb annak kétszeresénél; azaz ha:

$$\hat{r} = \alpha r \quad \text{és} \quad \frac{r}{2} \leq \hat{r} \leq 2r$$

ahonnan  $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 2$ , akkor a készletezés többletköltsége az optimális költség értékének legfeljebb 6%-a, mivel:

---

\* BGF KKKF Intézeti Matematika-Statistika Tanszék, tanszékvezető főiskolai tanár.

<sup>1</sup> Operációkutatás [2000], p. 18-26.

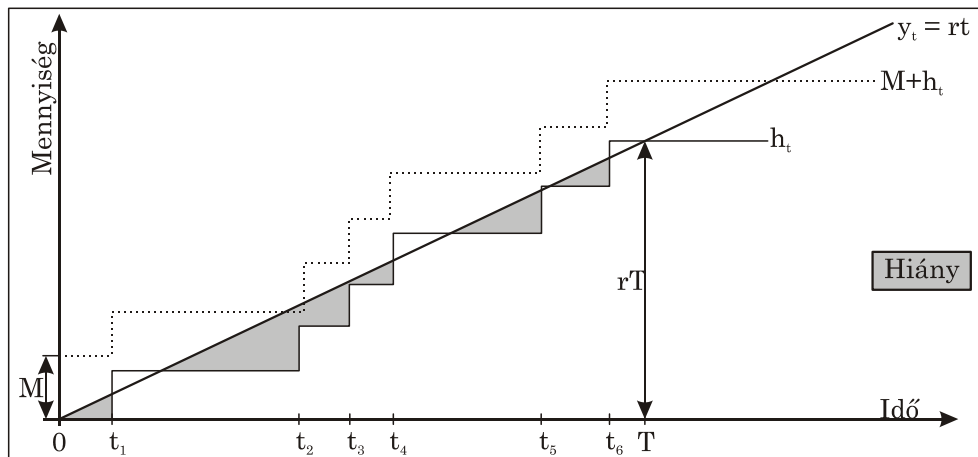
$$\frac{\hat{K}(q_0)}{K(q_0)} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right) \leq 1,06 .$$

Hazánkban 1968 és 1990 között általános volt a hiánygazdálkodás. A szállítók monopolhelyzete és az ún. előszállítós rendszer új típusú készletmodellek kifejlesztésére készítette a magyar operációkutatás szakembereit. A piacgazdaság feltételeinek megfelelő költségminimalizáló készlet modellek nem voltak alkalmasak az „előszállítós rendelésre-teljesítés” modellezésére.

A folyamatos termelés anyagellátása – véletlen beérkezési folyamat sokféle változata mellett – az előírt megbízhatósági szinten fenntartható volt a PRÉKOPA ANDRÁS, ZIERMANN MARGIT és tanítványaik által kidolgozott készletmodellekkel. Ezek a modellek a minimális kezdőkészlet (M) nagyságának meghatározására készültek. Alkalmasak voltak az elfekvő készletek felhasználásának megakadályozására és számszerűsítésükhöz nem volt szükség a költségtényezők megadására. A nemzetközi szakirodalomban a PRÉKOPA-ZIERMANN „A” és „B” modellek a legismertebbek.

### PRÉKOPA-ZIERMANN „A MODELL”

A PRÉKOPA-ZIERMANN „A modell”<sup>1</sup> véletlen ütemezésű, egyenlő nagyságú rész-szállítmányok esetére készült. A szállítmányok nagysága előre ismert – a megrendelt  $rT$  mennyiség  $n$ -ed része – a szállítások időpontjai a  $[0, T]$  időintervallumon egymástól független  $t_1, t_2, \dots, t_n$  valószínűségi változók, amelyek bármely lehetséges elhelyezkedése egyenlően valószínű.



1. ábra

PRÉKOPA-ZIERMANN „A modell” véletlen ütemezésű részszállítmányok esetén

A modell a kezdőkészlet optimalizálására egyenlő ütemezésű, véletlen nagyságú részszállítmányok esetén is alkalmas. Ha a szállítások az  $[0, T]$  intervallumon

<sup>1</sup> Operációkutatás [2000], p. 48-52.

belül egyenlő időközökben, de véletlen nagyságú részletekben történnek, akkor matematikai szempontból csupán tengely-transzformációt kell végrehajtani.

Az optimális kezdőkészlet értéke mindkét esetben az alábbi képlettel számítható:

$$M \approx rT \sqrt{\frac{\ln \frac{1}{\varepsilon}}{2n}}$$

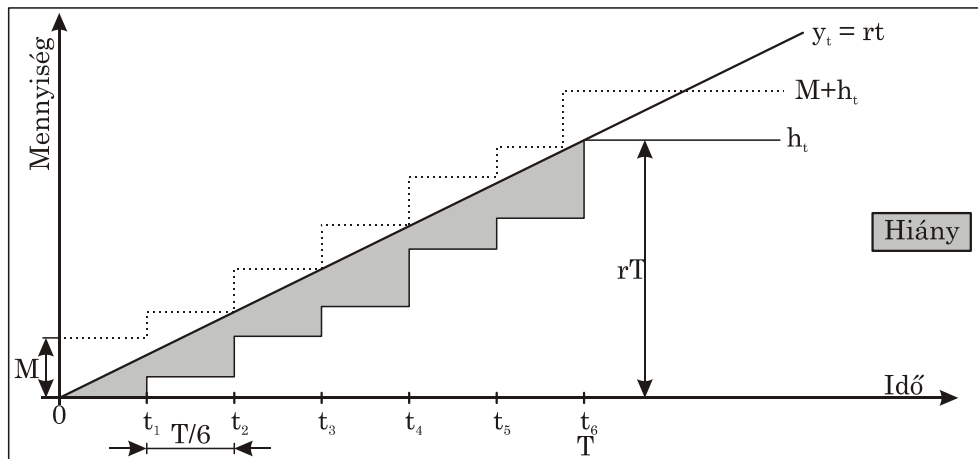
ahol:

$M$  a kezdőkészlet

$N$  a szállítmányok száma

$rT$  az időszak kereslete, illetve a megrendelt mennyiség.

$\varepsilon$  a kockázat mértéke



2. ábra

PRÉKOPA-ZIERMANN „A modell” véletlen nagyságú részszállítványok esetén

### PRÉKOPA-ZIERMANN „B MODELL”

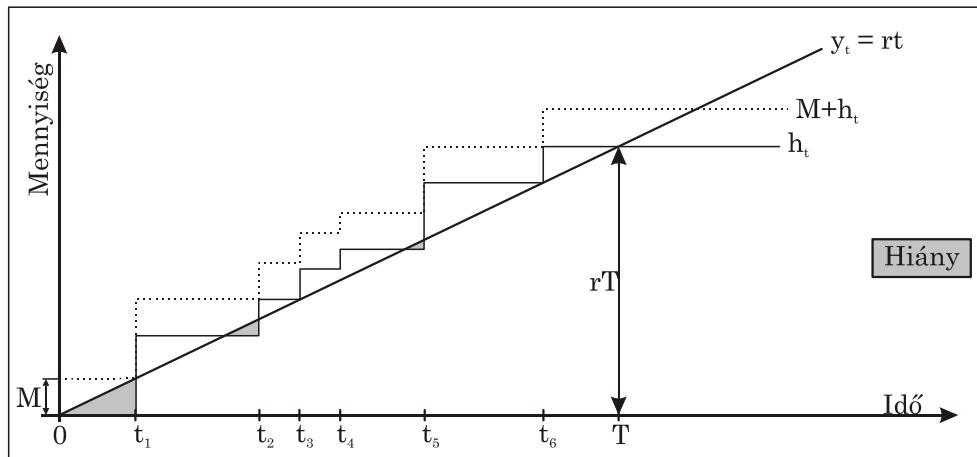
A PRÉKOPA-ZIERMANN „B modell”<sup>1</sup> véletlen ütemezésű és nagyságú részszállítványok esetén optimalizálja a kezdőkészlet nagyságát. A modellben tehát a részszállítványok időpontja és nagysága egyaránt valószínűségi változó, ugyanakkor egy bizonyos – ésszerű nagyságrendű –  $\alpha$  ( $0 < \alpha < rT/n$ ) mennyiség beérkezésével minden egyes részszállítvány alkalmával számolni lehet.

Az optimális kezdőkészlet nagyságát az  $\alpha$  minimális tétel nagyság értéke is befolyásolja, amelyet  $K_n(\alpha)$  korrekciós tényezővel kell figyelembe venni.

Az optimális kezdőkészlet:  $M_\alpha \approx MK_n(\alpha)$ , ahol

$$K_n(\alpha) = \sqrt{1 + \frac{n-1}{n+1} \left(1 - \frac{n\alpha}{rT}\right)^2}.$$

<sup>1</sup> Operációkutatás [2000], p. 53-56.



3. ábra  
PRÉKOPA-ZIERMANN „B modell” véletlen ütemezésű és nagyságú  
részszállítmányok esetén

Napjaink piacgazdaságában a bizonytalansági tényező a kereslet oldaláról jelentkezik. Piaci pozícióik megtartásához a kereslet változására a vállalatoknak rugalmasan reagálniuk szükséges. Az optimális tétel nagyság klasszikus modelljének módosított változatai alkalmasak ezen probléma kezelésére is.

## FIX RENDELÉSI TÉTEL MODELL

### VÉLETLENTŐL FÜGGŐ DISZKRÉT KERESLET ESETÉN<sup>1</sup>

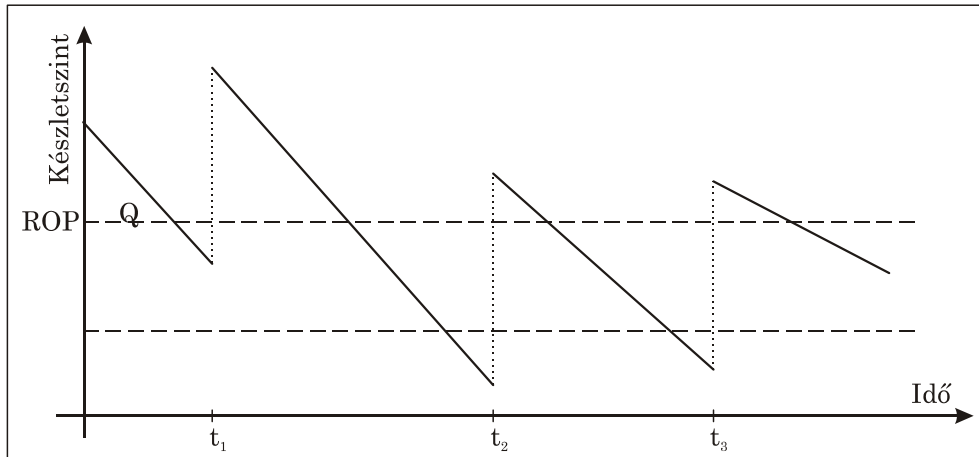
Ha az EOQ-modellt véletlen kereslet mellett kívánjuk alkalmazni, akkor számunkra a fix rendelési tétel nagyságon kívül az ún. „újrarendelési pont” meghatározásának van döntő jelentősége. Az **újrarendelési pont (ROP)** az a készlet szint, amelyre lecsökkenéskor a rendelést fel kell adnunk.

Egyenletes kereslet esetén ROP csupán az utánpótlási idő hosszától és a determinisztikus napi kereslet nagyságától függ. Ha a kereslet nem egyenletes, akkor az **újrarendelés időpontja nem határozható meg előre**, mert a rendelések között eltelt idő a kereslet függvényében változik. A termelő, illetve a szolgáltató vállalatok részéről tehát csupán az ROP újrarendelési pont meghatározására van szükség; azaz a raktárkészlet alakulásának ismeretében a rendelés megfelelő időben feladható.

A **ROP** a lehetséges újrarendelési pontok közül a legkisebb várható költséghez tartozó **készlet nagyság**.

A helyesen megállapított ROP megakadályozza az indokolatlan elfekvő készletek, illetve a készlethiányok kialakulását, valamint az ezekkel felmerülő többletköltségek jelentkezését.

<sup>1</sup> Dr. Horváth Gézáne [1997], p. 27-30.



4. ábra  
Készletmodell véletlen kereslet esetén

*ROP* ismeretében az *EOQ* modellek becsült fix rendelési tétel nagyságát optimalizáljuk.

A készletmodellezésnél a kereslet ingadozása mellett *bizonytalansági tényezőt jelent a beszerzések utánpótlási ideje is, amely attól függően változik, hogy a szállítást készletből, vagy rendelésre-termeléssel teljesíti-e a beszállító.*

#### FIX RENDELÉSI TÉTEL MODELL SZTOCHASZTIKUS KERESLET ÉS SZTOCHASZTIKUS UTÁNPÓTLÁSI IDŐ ESETÉN

Akkor alkalmazhatjuk ezt a modellt, ha nem ismerjük előre sem az utánpótlási idő hosszát, sem pedig az utánpótlási idő alatti kereslet nagyságát. A rendelések feladása közötti idő a *ROP*, azaz az optimális újrendelési pont értékétől, a kereslet alakulásától és az utánpótlási idő változásától függ.

A modell számszerűsítése, az újrendelési ponthoz tartozó optimális készlet-nagyság *ROP* meghatározása az utánpótlási idő alatti kereslet eloszlásának vizsgálatával kezdődik. A normális eloszlást közelítő kereslet paramétereinek ( $\bar{x}$  várható érték és  $\sigma$  szórás) becslése után különböző megbízhatósági szintekhez kiszámítható a *ROP* értéke.

$$ROP = \bar{x} + \lambda \sigma,$$

ahol

$\lambda$  a megbízhatósági faktor.

A bemutatott két modell a piaccgazdaságban hazánk EU-csatlakozása után is széles körben alkalmazható lesz.

**Az EU-csatlakozás vállalkozásainkat szigorúbb környezetvédelmi előírások betartására fogja rákényszeríteni.** A veszélyes anyagok tárolására

vonatkozó korlátozások az ilyen anyagokkal dolgozó cégek készletezési szakembereit nehezen megoldható helyzet elé fogja állítani.

A készletmodellezés e körben is segítséget jelenthet az optimális beszerzési és készletezési stratégia kialakításában; nevezetesen a klasszikus EOQ modellnek e speciális korlátozásokat is figyelembe vevő módosított változatainak alkalmazásával.

## IRODALOM

Operációkutatás I. (szerk. dr. Tóth Irén): Matematika közgazdászoknak. Tankönyvkiadó Bp., 2000.

DR. HORVÁTH GÉZÁNÉ: Egy újrendelési pontot optimalizáló készletmodell. Szakmai Füzetek. (Külkereskedelmi Főiskola Tudományos Tanácsa kiadványa) Bp. 1997.