

Az előhívási hatás megjelenésének lehetősége Gazdasági matematika előadáson

Erdélyi Éva^{1,2}, Lőrincz Sándor^{1,2}, Mészárosné Boruzs Livia¹, Ittész
András^{1,3}

¹BGE KVIK Üzleti Elemzés Módszertan Tanszék

²MTA-ELTE Matematika Tanulásméleti Kutatócsoport

³MATE MATI Alkalmazott Statisztika Tanszék

E-mail: szaboneerdelyi.eva@uni-bge.hu; lorincz.sandor@uni-bge.hu;
meszarosne.boruzslivia@uni-bge.hu; ittesz.andras@uni-bge.hu

DOI: [10.29180/978-615-6342-61-4_18](https://doi.org/10.29180/978-615-6342-61-4_18)

Összefoglalás: A Gazdasági matematika tárgy keretein belül azt vizsgáltuk, hogy az előadás utáni tesztelés milyen hatással van a vizsgaeredményre. Az évfolyamot három csoportra osztottuk, és különböző tesztelési módszereknek vetettük őket alá. A módszer kiválóan működött, amikor a gyakorlatok végén írtunk emlékeztető teszteket. A mostani kísérletben a két kísérleti és a kontrollcsoport vizsga eredményei között nem volt kimutatható különbség.

Kulcsszavak: gazdasági matematika, tesztelési hatás, hosszútávú tudás, oktatásmódszertani kísérlet

Abstract: Within the framework of the business mathematics subject, we investigated the effect of retrieval practice on exam results. We divided the students into three groups and subjected them to different testing methods. The method worked excellently when the tests were written at the end of the practice classes. In the current experiment, it was done in lectures and there was no detectable difference between the exam results of the control and tested groups

Keywords: business mathematics, testing effect, long-term knowledge, educational method experiment

1. Bevezetés

A kognitív idegtudományok tanulási folyamatot érintő egyik legszemléletformálóbb XXI. századi eredménye [2] az, hogy a hosszú távú memóriába való rögzítésnek elengedhetetlen feltétele az előhívás. Az előhívási, vagy más néven tesztelési hatás előidézhető a tanulási folyamatot közvetlenül követő teszteléssel. Az óravégi tesztelés hatékonyságát több ezer kísérlet igazolta, egyre többen alkalmazzák világszerte [1].

A Budapesti Gazdasági Egyetemen (BGE) a Gazdasági matematika tantárgy keretein belül azt vizsgáltuk, hogy az előadás végi tesztelés milyen hatással van a hallgatók zárhelyi dolgozatokon elért pontszámaira. Az évfolyamot három, körülbelül 200 fős csoportra osztottuk, és különböző tesztelési módszereknek vetettük őket alá. A módszer kiválóan működik, amikor a gyakorlatok végén írunk emlékeztető teszteket a diákok [16]. Kísérletünkben utótesztet is

alkalmaztunk, továbbá a szemináriumi oktató hatást is vizsgáltuk. Dolgozatunkban ezt, az egy teljes félévig tartó újszerű kísérletet mutatjuk be, valamint elemezzük a tesztelési hatás hatékonyságát mind előadáson, mind gyakorlaton íratott tesztek esetében.

2. A tesztelési hatás

Teszteléses- vagy előhívásos tanulásnak hívjuk a tanulásnak azt a formáját, amikor az elsajátítandó információ újraolvasása vagy újratanulása helyett azt aktívan előhívjuk a memóriából (angolul test-enhanced learning, retrieval-enhanced learning). A teszteléses elnevezést az indokolja, hogy amikor valakivel előhívjuk a tananyagot, akkor azt teszteljük, hogy mi maradt meg a tanultakból. Ez az elnevezés kicsit megtévesztő, mert magát az előhívást, azaz a tudás-tesztelést tesztekkel, azaz kisebb felmérőkkel, dolgozatokkal idézik elő [10]. Megkülönböztetjük a „normál” és a kumulatív tesztelést. Az előbbi azt jelenti, hogy a tanulási folyamat után közvetlenül, esetleg később is teszteljük a meglévő tudást, kumulatív tesztelésnek pedig azt hívjuk, amikor egy időben elhúzódó tanulási folyamat közben rendszeresen tesztelünk az addigi összes anyagból. Például, a hetedik héten visszakerdezzük a második és a hetedik heti anyagra is.

2.1. Eddigi eredmények

A tesztelési hatás hatékonyságát különféle gyakorlati tesztekkel, sokféle tananyaggal és különböző korcsoportokon bizonyították [6], beleértve a felsőoktatást is [3]. Ezeket a kísérleteket többnyire laboratóriumi környezetben végezték, és a tanulandó anyag általában szövegek vagy szavak memorizálása volt. Csak korlátozott számú kísérlet folyt valós oktatási környezetben [5] [8] [9]. Ezekben a kísérletekben kiderül, hogy a tesztelés nemcsak a szóról-szóra megőrzés hatékonyságát növeli - szemben az újraolvasással -, hanem az újonnan megszerzett tudás alkalmazását is. Smith és Karpicke [12] kimutatta, hogy a tesztekkel tanuló csoportok az adott szövegen belüli információ szintézisét igénylő feladatokban is jobban teljesítenek a kontrollcsoportnál. Azt is igazolták, hogy az előhívási hatás segítségével megszerzett tudás nemcsak a szöveg adott tárgyán belül bizonyul alkalmazhatóbbnak, hanem átvihető más területekre is [3] [14].

Ami a tesztelés formáját illeti, mind a rövid-, mind a feleletválasztós tesztek hatékonyabb tanulási módszerek, mint az újraolvasás. A tesztelési hatással kapcsolatos eredmények alapján kimondható, hogy az előhívással való tanulás az egyik leghatékonyabb tanulási technikának tekinthető [1] [4] [6] [7] [11]. Vannak azonban olyan területek, ahol a tesztelési hatás kimutatása egyelőre ellentmondásos, elsősorban a kisszámú kísérlet miatt. Ilyenek a deduktív következtetéseket igénylő és a matematikai gondolkodást igénylő feladatok [13].

2.2. Tesztelés és matematika

A teszteléses tanulást eddig még kevesen vizsgálták a matematika területén, ahol nem csak lexikális tudás visszaadására van szükség, hanem megértésre is. A matematikában feladatmegoldásoknál, a bizonyításoknál, sőt nem ritkán definíciók, fogalmak esetén is szükség van megértésre. Az egyik első ilyen matematikai kísérlet egy középiskolai kísérlet [15] volt, ahol egy hátrányos helyzetű szakiskola 9. osztályos tanulóit geometriából teszteléses módszerrel tanították négy hétig, tizenegy tanórán keresztül. A kísérleti csoport nemcsak felülmúlta a saját iskolájában lévő kontrollcsoportot, hanem tudásban felzárkózott egy elit gimnázium hasonló osztályához, ahol tizennyolc órában tanulták ugyanazt a tananyagot.

Az ELTE matematikatanár szakos hallgatói körében egy 75 fős kísérletet végeztek [16]. A hatvan perces közös előadásokat kilencven perces 16-18 fős gyakorlatok követték. A kísérleti csoport minden gyakorlat után egy aznapi anyaghoz kapcsolódó, két feladtból álló 5-8 perces kis dolgozatot írt. A kísérleti csoport az első zárthelyin tizenhét, a másodikon harminc százalékkal múlta felül a kontrollcsoport teljesítményét, és fél évvel később ez a különbség nőtt. A különbség a kumulatív és a normál tesztelésnél is megmutatkozott.

3. A kísérlet

Kísérletünket a BGE KVIK elsőéves Gazdasági Matematika tárgyából végeztük a 2021/22 tavaszi félévében, analízis témakörben (ami a tantárgyból megszerezhető összpontszám 84%-át jelenti, a maradék a lineáris programozás témakörhöz tartozik). Elsősorban azokra a hallgatói csoportokra összpontosítottunk, ahol zömében a tantárgyat először felvevő diákok voltak, és ahol a gyakorlatvezető oktatóknak legalább két csoportja volt. A kísérletben 436 diák vett részt, ennyien írták meg ezekben a csoportokban az 1. és a 2. zárthelyi dolgozatot is. A tantárgyhoz három előadás és sok gyakorlati csoport tartozott, az elemzésben 14 gyakorlati csoport vett részt. A gyakorlatok közül 5-öt az „A” oktató, 7-et a „B” oktató, 2-t a „C” oktató tartott. Az előadásokon és a gyakorlatokon részvevő hallgatók száma az 1. táblázatban látható. A három előadás online zajlott. Az 1., 2., 3. előadásokon rendre 125, 145, 144 hallgató vett részt. Az oszlopok az oktatókat jelölik, az „A” oktátónak például a 5 gyakorlati csoportjából rendre 42-an, 49-en és 58-an jártak az 1., 2., 3. előadásokra, és írták meg mindkét zárthelyit.

	A	B	C	Össz
1. előadás	42	68	15	125
2. előadás	49	75	21	145
3. előadás	58	66	20	144

Forrás: saját szerkesztés

1. táblázat

A létszámok (414 fő) eloszlása a gyakorlatvezetők (A, B, C) közt

Az 1. és 2. előadáson a hallgatók minden elméleti óra végén egy két kérdésből álló tesztet töltöttek ki. Az egyiken normál tesztelés volt csak az aznapi anyagból, a másikon kumulatív tesztelést alkalmaztunk. Az óravégi feladatok hasonlóak voltak az előadáson és gyakorlaton vett feladatokhoz, és így természetesen a későbbi zárthelyi feladatok részfeladataihoz is. Például a harmadik előadás végén a normál teszteléses csoportban feladott tesztkérdések az 1. ábrán láthatóak. Mindkét feladat 1-1 pontot ért. A C oktató kontroll előadásán egy meghatározott füzetképet kellett feltölteni a hallgatóknak az előadásról.

Két hipotézist állítottunk fel:

1. A teszteléssel tanuló csoportok teljesítménye jobb lesz a zárthelyiken.
2. A teszteléses csoportok teljesítménye a második zárthelyin még jobban elválík az kontrollcsoport teljesítményétől, mint az elsón.

A feladatok az előadás Coospace felületén voltak elérhetőek, a teszteket a rendszer pontozta. A félév végén a legjobb 5 teszt eredményét vettük figyelembe Ezekre az előadásos feladatokra így maximum 1, pontot lehetett kapni. Ez a pontszám egészítette ki a zh-kon szerezhető maximum 90 pontot, így a megszereshető pontok 10 %-át jelentette. Mindhárom előadó és mindhárom gyakorlatvezető tapasztalt oktató volt, több éve tanítják a tantárgyat. A gyakorlatokat minden oktató az általa eddig megszokott módon, jelenléti oktatásban tartotta. Ugyanazokkal a feladatsorokkal dolgozott mindenki. Az előadás online zajlott, minden előadó ugyanazokat a diasorokat vetítette. A tananyag követte a tárgy követelményrendszerét.

1.	1 pont
Adja meg a következő függvény elsőrendű deriváltjának helyettesítési értékét az $x=1$ helyen. $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x^3} + 7x$	
2.	1 pont
Adja meg a következő függvény elsőrendű deriváltjának helyettesítési értékét az $x=1$ helyen. $f(x) = e^{4x^2-4}$	

Forrás: Coospace képernyő

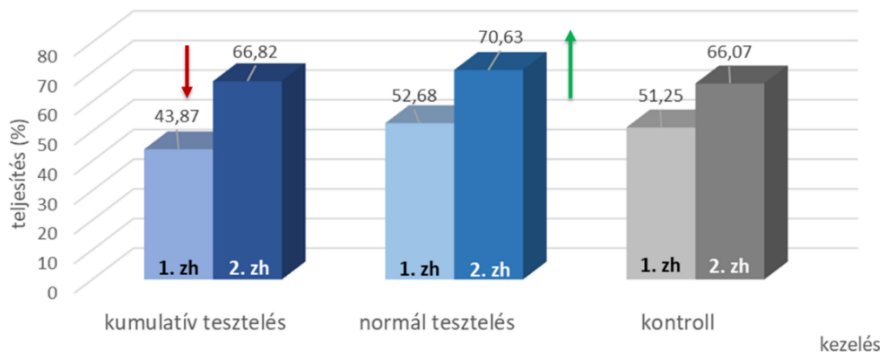
1. ábra

Egy teszt két feladata a differenciálszámítás témakörből a Coospace felületen

4. Eredmények

A kísérletben résztvevő hallgatók két analízis témakörben írt zárthelyi dolgozatának a pontszámát, a félév végi összpontszámát és gyakorlati jegyeit

vizsgáltuk. Összehasonlítottuk a hallgatók dolgozatokon elért eredményeit (átlagos pontszámukat százalékban megadva) előadásonként, és azt tapasztaltuk, hogy nincs szignifikáns különbség a különböző teszteléseken átesett csoportok eredményei között. Az eredmények a 2. ábrán láthatók.



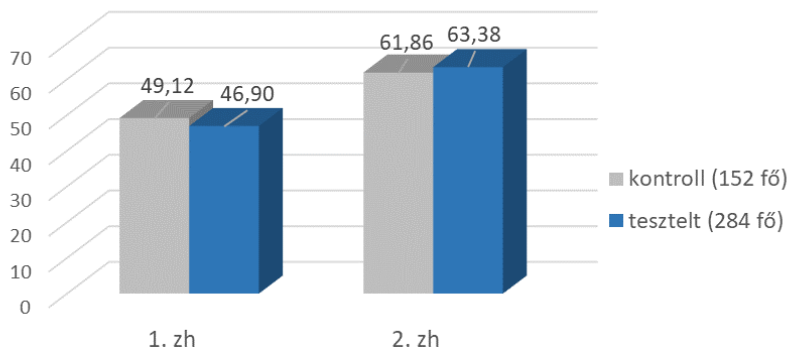
Forrás: saját felmérés alapján

2. ábra

Gazdasági matematika analízis dolgozatainak átlagos eredménye a kísérleti csoportokban, százalékban kifejezve

A szakirodalmi jó tapasztalatok alapján meglepő, hogy az 1. zh-n a kumulatív teszteléses csoport (13,72%-kal) gyengébben teljesített a kontrollcsoportnál. Ha ez szignifikáns lenne, a módszer kontraproduktívására következtethetnénk. A további elemzésekben a kontrollcsoport és a tesztelt hallgatók összevont eredményeit hasonlítottuk össze.

Tesztelés hatása



Forrás: saját felmérés alapján

3. ábra

Gazdasági matematika számonkérések eredménye (százalékos teljesítés)

A 3. ábrán látható az összevont kísérleti és kontroll csoportok átlagos eredménye a két zárthelyi dolgozathoz. A két csoport összesített eredménye közt nem volt szignifikáns különbség. Az első zárthelyin a teszteléses csoport kb. 47%-ot, a kontrollcsoport 49%-ot ért el, a második zárthelyin kb. 63%-ot illetve 62%-ot. Látható, hogy a 2. zh-ra javult a tesztelt csoportok eredménye

a kontrollcsoporthoz képest. Mindkét zárthelyin a csoportok közti eltérés 2,5 %-on belül volt, így ha szignifikáns különbség lenne a csoportok közt, akkor is megkérdőjelezhető lenne a kísérlet hatása.

Kíváncsiak voltunk arra, hogy a hallgatók teljesítményére hatással van-e a szemináriumi oktatójuk (2. táblázat). A féléves összpontszámban és a gyakorlati jegyekben sincs szignifikáns különbség, tehát a kísérletben kiküszöböltük a tanári hatást.

oktató	féléves összpontszám	gyakorlati jegy
A	55,95	2,53
B	55,10	2,77
C	52,51	2,38

Forrás: saját felmérés alapján

2. táblázat

A tantárgyból összesen szerzett átlagos pontszám és a gyakorlati jegyek átlaga, a pontszám eredmények (maximum 100 pont volt elérhető) a százalékot is jelentik

Nagy létszámú csoportokban, előadáson, és online teszteléssel végzett kísérletre nem ismertek eredmények a szakirodalomból. Feltételezhető, hogy a módszer ilyen helyzetben nem működik. Egy másik különbség a [16] kísérlethez képest a tananyag. Ezért ugyanezekkel a feladatsorokkal és módszerrel (azonos oktatói csoporttal) oktatott hallgatókon a tantermi oktatás keretében is elvégeztük a kísérletet. Ugyanennek az évfolyamnak az angol képzésén 213 fővel annyi különbséggel alkalmaztuk a módszert, hogy a gyakorlaton, kis létszámú jelenléti csoportban és papíron írták a hallgatók a „memória versenynek” nevezett, szintén két feladatból álló kisdolgozatokat. Ezek pontszáma nem számított be a féléves összpontszámba. A 4. ábrán látható, hogy mekkora sikerrel járt a módszer alkalmazása szemináriumi körülmények között, ugyanazzal a tananyaggal, ugyanazzal az oktatói közösséggel tanítva. A kontrollcsoport teljesített a leggyengébben (3. táblázat), és a két teszteléses módszer között is szignifikáns különbség volt kimutatható.

	D	E	F	Össz.	gyakorlati jegyek átlaga
kontroll	58	31	0	89	1,74
kumulatív tesztelés	0	28	31	59	2,63
új tesztelés	0	65	0	65	3,25

Forrás: saját szerkesztés

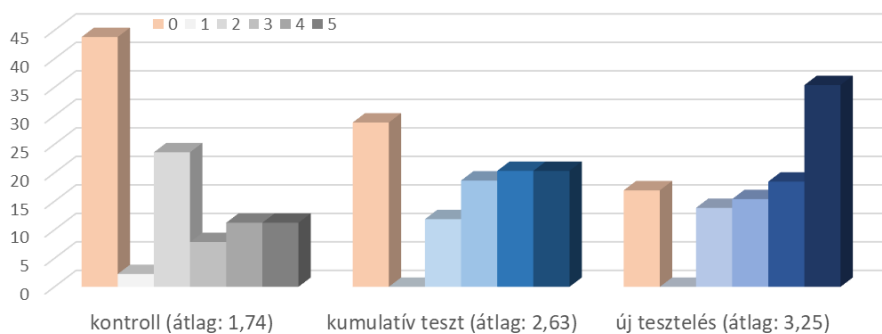
3. táblázat

Az angol képzés csoportjainak létszáma és a gyakorlati jegyek átlaga, a létszámösszetétel oktatónként (D, E, F) adott a kísérleti csoportokra

A kumulatív tesztelési módszerrel oktatott hallgatóknak a félév végi gyakorlati jegy átlaga kb. 0,9-del jobb lett, mint a kontroll csoporté, az ún új teszteléses módszernél (normál, csak az adott órai tananyagból írnak ugyanannak az

órának a végén, amikor tanulták, gyakorolták) a hallgatók átlaga 1,5 jeggyel jobb lett. A kontrollcsoportban nagy a tantárgyat nem teljesítők száma, és a teljesítők közt az elégséges a leggyakoribb gyakorlati jegy. A normál, új tesztelés esetén a nem teljesítők aránya fele a kontrollcsoportban nem teljesítők arányának, és a jeles a leggyakoribb jegy.

Gyakorlati jegyek aránya a teszteléses kísérlet után (évfolyam átlag: 2,45)



Forrás: saját szerkesztés

4. ábra

Gazdasági matematika (angol) félév végi eredmény (a jegyek százalékos aránya, növekvő sorrendben sötétedő, a 0 a megtagadott aláírást jelenti)

5. Következtetések, diszkusszió

A [16] kísérletben a gyakorlatok után írt tesztelés és kumulatív tesztelés hatékony volt, a mi kísérletünkben nem volt kimutatható szignifikáns különbség a kísérleti és kontroll csoportok között az online előadáson, online tesztekkel. A szakirodalom is két irányba mutat, de semmiképp sem tekinthető konklúziósnak. Eddig deduktív következtetéseket igénylő feladatokról nagyon kevés kísérlet szólt, és az idevágó eredmények nem mutattak egységes képet. Tran és társai [13] különböző eseménysorozatok leírását tartalmazó mondatokat tanultattak meg a kísérleti személyek „újraolvasós” és „tesztelős” csoportjával úgy, hogy a mondatok külön-külön, egymás után jelentek meg. A végső tesztben az egyes mondatok felidézésében kimutatható volt a tesztelési hatás, de amikor a mondatok alapján következtetéseket kellett levonni, nem volt különbség a két csoport teljesítménye közt. Ez alapján arra következtettek, hogy az olyan komplexitású feladatokban, ahol deduktív következtetésekre van szükség, a tesztelési hatás eltűnik.

Vizsgáljuk meg, vajon miért nem érvényesült kísérletünkben az előhívási hatás, mik az okai a hatékonyság elmaradásának. A [16] kísérlet nagyon hasonló volt a miénkhez, ezért a tesztelés sikerét vártuk. A két kísérlet közt sok a hasonlóság és vannak különbségek is. Mindkét tantárgy alapozó tantárgy, egyiknek sincs előfeltétele. Mindkettőhöz tartozik előadás és gyakorlat. Az első különbség, hogy a matematikatanár szakos hallgatóknak ez főtantárgy, azaz erősen a szakmájuk profiljába vág, míg a mi karunkon ez módszertani tárgynak számít. Ezt a különbséget elhanyagolhatónak tekinthetjük, hiszen mindkét

tárgy elsőéves tárgy, és ebben a korban még nem alakulnak ki a diákokban erős preferenciák. Egy másik ok lehetne a tanári hatás. A tanári hatást, ahogy az 1., 2. táblázatban is látható, teljes mértékben kiküszöböltük. A kísérletünk teljes kereszt faktor (full factor) kísérletnek tekinthető az 1, 2, 3 előadók és A, B, C gyakorlatvezetők között. Egy felróható hátránya a kísérletünknek, hogy az előadások online voltak. Így a fenti lehetséges okok mellett meg kell vizsgálnunk az online-oktatás hatását is. Egy lehetséges magyarázat lehet az, hogy a tesztelési hatás eléréséhez jelenléti oktatás kell. A jelenléti oktatás hatékonyságának az online oktatás hatékonyságával való összevetése a Covid-járvány időszaka óta reneszánszát éli, az eredmények az előbbi igazolják, ebben a tanulmányban erre nem térünk ki.

Elmondható tehát, hogy ez a tananyag is tanítható teszteléssel. Szerintünk az előhívási hatás online azért nem működött, mert amíg a [16] kísérletben a gyakorlat végén írták az előhívási teszteket, mint ahogyan az angol képzésen is, addig mi az előadások végén. Az előadások és a gyakorlatok anyaga és tematikája szinte azonos mindkét kísérletben. Így egy lehetséges magyarázat az, hogy a tesztelési hatás beindításához nem elég egy előadáson való részvétel, meg kell, hogy előzze azt egy aktívabb gyakorlási folyamat. A gyakorlatokon fontos szerepet kap az interaktivitás, ami elengedhetetlen feltétele az előhívásnak és ezáltal a tananyag hosszú távú memóriába való rögzítésének. Egy lehetséges megoldás lehetne az előadások interaktívvá tétele. A magyarországi egyetemeken a legelterjedtebb előadás forma a frontális előadás, ahol az előadó beszél végig az órákon, a hallgatók pedig csak jegyzetelnek vagy figyelnek. Saját óráinkon az interaktivitással nagy létszámú online környezetben is próbálkozunk, de a hallgatók részvétele a virtuális térben sajnos nem ellenőrizhető, így bizonytalan.

Irodalomjegyzék

- [1] Dunlosky, J., Rawson, K.A., Marsh, E.J., Nathan, M.J., and Willingham, D.T. (2013). *Improving Students' Learning With Effective Learning Techniques: Promising Directions From Cognitive and Educational Psychology*. Psychological Science in the Public Interest, 14(1) 4–58; <https://doi.org/10.1177/1529100612453266>
- [2] Karpicke, J. D. (2017). *Retrieval-based learning: A decade of progress*. In: J. Wixted (Ed.), *Cognitive psychology of memory*, 2 of Learning and Memory A comprehensive reference. (pp. 487-514). <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-809324-5.21055-9>
- [3] Butler, A. C. (2010). *Repeated testing produces superior transfer of learning relative to repeated studying*. Journal of experimental psychology. Learning, memory, and cognition, 36(5), 1118-1133. <https://doi.org/10.1037/a0019902>
- [4] Donoghue, G. M. and Hattie, J. A. C. (2021). *A Meta-Analysis of Ten Learning Techniques*. Frontiers in Education, 6:581216. <https://doi.org/10.3389/educ.2021.581216>
- [5] Fazio, L. K (2019). *Retrieval practice opportunities in middle school mathematics teachers' oral questions*. British Journal of Educational Psychology, 89(2), 653-669. <https://doi.org/10.1111/bjep.12250>
- [6] Karpicke, J. D., and Blunt, J. R. (2011). *Retrieval practice produces more learning than elaborative studying with concept mapping*. Science, 331, 772–775. <https://doi.org/10.1126/science.1199327>

-
- [7] Larsen, D.P., Butler, A.C., Roediger, H.L. 3rd. *Comparative effects of test-enhanced learning and self-explanation on long-term retention*. *Med Educ.*, 2013 Jul; 47(7):674-82. <https://doi.org/10.1111/medu.12141> PMID: 23746156;
- [8] Lyle, K. B., and Crawford, N. A. (2011). *Retrieving essential material at the end of lectures improves performance on statistics exams*. *Teaching of Psychology*, 38(2), 94–97. <https://doi.org/10.1177/0098628311401587>
- [9] Lyle, K. B., Hopkins, R. F., Hieb, J. L., and Ralston, P. A. (2016). *Spaced Retrieval Practice Increases College Students' Short- and Long-Term Retention of Mathematics Knowledge*. *Educational Psychology Review*, 28(4), 853–873. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9349-8>
- [10] Roediger H. L. and Butler, A. C., (2011). *The critical role of retrieval practice in long-term retention*. *Trends in Cognitive Sciences*, 15(1) 20-27. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2010.09.003>
- [11] Rowland, C. A. (2014). *The Effect of Testing Versus Restudy on Retention: A Meta-Analytic Review of the Testing Effect*. *Psychological Bulletin*, 140(6),1432–1463.<https://doi.org/10.1037/a0037559>
- [12] Smith, M. A., and Karpicke, J. D. (2014). *Retrieval practice with short-answer, multiple-choice, and hybrid tests*. *Memory*, 22(7), 784–802. <https://doi.org/10.1080/09658211.2013.831454>
- [13] Tran, R., Rohrer, D., and Pashler, H. (2015). *Retrieval practice: The lack of transfer to deductive inferences*. *Psychonomic Bulletin & Review*, 22(1), 135–140. <https://doi.org/10.3758/s13423-014-0646-x>
- [14] van Eersel, G. G, Verkoeijen, P. P. J. L., Povilenaite, M., and Rikers, R. (2016). *The testing effect and far transfer: The role of exposure to key information*. *Frontiers in Psychology*, 7, Article 1977. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01977>
- [15] Szeibert, J., Muzsnay, A., Szabó, C. et al. (2023): *A Case Study of Using Test-Enhanced Learning as a Formative Assessment in High School Mathematics*. *Int J of Sci and Math Educ* 21, 623–643, <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10264-8>;
- [16] Janka Szeibert, Anna Muzsnay, Csaba Szabó & Csilla Gyöngyvér Bereczky-Zámbó (2023, in press): *Investigating the efficacy of retrieval practice in university mathematics*, *Revista Educacion*.